УДК 621.793.7

©Дерябкина Е.С.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ПРОЧНОСТИ СЦЕПЛЕНИЯ ГАЗОПЛАМЕННЫХ ПОКРЫТИЙ, НАПЫЛЕННЫХ ПО ТРАДИЦИОННОЙ И СОВМЕЩЕННОЙ ТЕХНОЛОГИЯМ

1. Постановка проблемы

Одним из основных параметров, определяющим качество напыленного покрытия, является прочность сцепления с основой. Повысить адгезионную и когезионную прочности сцепления покрытия с основой возможно путем применения дополнительных воздействий на основу и формируемое покрытие. Щеточная обработка применяется, с целью подготовки поверхности детали перед напылением (для очистки и создания необходимой шероховатости), и в процессе напыления формирующихся слоев покрытия для удаления частиц с низкой когезионной прочностью и активации поверхности напыленного слоя. Такая комбинированная технология позволяет повысить адгезионную и когезионную прочность покрытия, благодаря послойной релаксации напряжений, за счет пластической деформации наносимых слоев вращающейся металлической щеткою. Применение щеточной обработки выводит обрабатываемую поверхность из состояния термодинамического равновесия со средой, освобождая межатомные связи поверхностных атомов, повышает суммарную площадь приваривания напыляемых частиц, что способствует увеличению прочности сцепления покрытия с основой.

Проведены исследования с целью определения влияния скорости вращения и параметров щетки на прочность сцепления покрытия с основой (при фиксированных параметрах режима газопламенного напыления). Основываясь на предварительных исследованиях и математическом планировании эксперимента, выбирается щетка диаметром $d_{í} = 150$ мм, шириной обрабатывающей поверхности 26 мм, с иглами диаметром $d_è = 0{,}8$ мм и рабочей длиною игл 40 мм, плотностью расположения игл 32 шт/см^2, скорость вращения щетки при формировании покрытия – 2100 об/мин. [1].

Оценку прочности сцепления покрытия с основой производили путем испытания на срез. Результаты исследований показали, что прочность сцепления газопламенных покрытия толщиной 1,5 мм из самофлюсующегося сплава порошком марки ПГ-10Н-01 возросла по сравнению с покрытием, нанесенным без щеточной обработки с 20 МПа до 25,6 МПа. В табл. 1 представлены результаты экспериментов по определению прочности сцепления газопламенных покрытий по традиционной и предлагаемой технологиям.

Таблица 1 – Значения прочности сцепления напыленных покрытий

Способ напыления	Кол-во испыта-ний	Величина прочности сцепления, МПа		
		Минимальное значение x_{min}	Максимальное значение x_{max}	Среднее значение $\bar{x}$
Традиционная технология газопламенного напыления	48	18,3	20,9	20,0
Газопламенное напыление, совмещенное со щеточной обработкой	50	24,4	28,2	26,7

2. Цель исследования

Определение с высокой надёжностью, действительно ли отличаются истинные средние значения прочности сцепления покрытий, напыленных по традиционной и предлагаемой совмещенной технологиям газопламенного напыления.

3. Основной материал

Проверка однородности двух технологий. Для решения данной задачи первоначально необходимо установить, что выборки однородны, т. е. взяты из одной генеральной совокупности. Оценку однородности двух выборок производим по критерию Вилкоксона [2]. Так как выборки взаимно независимы и предполагается, что они подчиняются непрерывным распределениям, то основная нулевая гипотеза H_0 заключается в предположении, что обе выборки извлечены из одной и той же совокупности и, поэтому функции распределения случайных величин X и Y одинаковы. Эту гипотезу можно выразить тождеством:

$$H_0 \quad P\{X < x\} = P\{Y < y\} \qquad (|x| < \infty, |y| < \infty)$$

Распределение статистики W критерия Вилкоксона зависит лишь от объемов выборок m и n. Математическое ожидание MW статистики W определяется по формуле [3].

$$MW = \frac{m(m+n+1)}{2}. \qquad (1)$$

Так как распределение случайной величины W симметрично относительно математического ожидания, то верхние критические значения $W(\alpha; m, n)$ связаны с нижними критическими значениями $w(\alpha; m, n)$ соотношением

$$W(\alpha; m, n) = 2MW - w(\alpha; m, n). \qquad (2)$$

Пара чисел $\{w(\alpha; m, n), W(\alpha; m, n)\}$ определяет критические значения двустороннего критерия Вилкоксона с уровнем значимости 2α. При объемах выборок m и n больших 25, можно пользоваться приближённым выражением для нижних критических значений [3]

$$w(\alpha; m, n) \approx \left[\frac{m(m+n+1)-1}{2} - \psi\sqrt{\frac{mn(m+n+1)}{12}}\right], \qquad (3)$$

где $[z]$ – целая часть числа z и $\psi = \Psi(1-\alpha)$ – значение обратной функции нормального распределения с параметрами (0, 1).

В нашем случае, при проверке на однородность двух технологий газопламенного напыления с объемами выборок $m = 48$, $n = 50$ и $\alpha = 0{,}025$, $\Psi = 1{,}96$ нижнее и верхнее значение статистики Вилкоксона найденные по формулам (3), (1) и (2) составили $w1 = 2099$ и $W2 = 2653$, а вычисленная сумма рангов $R = 4752$. Отсюда следует, что при уровне значимости 0,05 можно утверждать, что эти две выборки не однородны, т. е. имеют различные законы распределения, но которые могут дать одинаковые истинные средние значения прочности сцепления. Поэтому возникла задача найти эти распределения.

Гипотеза о законе распределения прочности сцепления покрытия для двух технологий газопламенного напыления. Для приближённого нахождения закона распределения прочности сцепления необходимо первоначально по результатам испытаний выбрать модель распределения из известных моделей. Строим гистограмму, по виду которой можно визуально определить закон распределения и выдвинуть гипотезу об этом законе распределения. Но данный выбор закона распределения может быть ошибочным. Поэтому для выборок объёма n можно предложить некоторый аналитический способ выбора закона распределения. Для этого по выборке необходимо вычислить точку с координатами – оценки квадрата коэффициента асимметрии b_1 и коэффициента эксцесса b_2.

$$\sqrt{b_1} = \frac{\mu_3^*}{\left(\mu_2^*\right)^{3/2}}, \qquad b_2 = \frac{\mu_4^*}{\left(\mu_2^*\right)^{2}}, \tag{4}$$

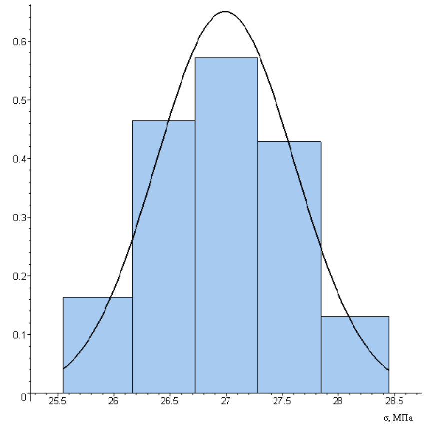
где μ_k^* – оценка центрального момента случайной величины k-го порядка, которая имеет вид:

$$\mu_k^* = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{X}\right)^k,$$

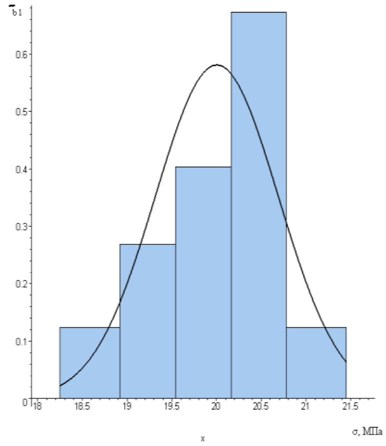
где $\overline{X}$ – выборочное среднее случайной величины.

В системе MAPLE была создана программа, позволяющая построить гистограмму с оптимальным количеством интервалов 5 для определения закона распределения и вычисления точки с координатами b_1 и b_2.

Из рис. 1 и полученных значений эмпирического квадрата асимметрии $b_1 = 0{,}033$ и эмпирического эксцесса $b_2 = -0{,}27$ – для традиционной технологии и $b_1 = 0{,}027$ и $b_2 = -0{,}198$ – для газопламенного напыления совмещенного со щеточной обработкой, можно выдвинуть гипотезу, что прочность сцепления для двух технологий приближенно имеет нормальный закон распределения. Проверим данную гипотезу по критерию Пирсона.



а)



б)

Рис. 1 – Эмпирический и теоретический законы распределения значений прочности сцепления газопламенного покрытия:

а) – напыленного по традиционной технологии;

б) – напыленного по предлагаемой технологии.

Критерий χ^2 для выборок с неизвестными параметрами. Выдвинув гипотезу о законе распределения нам неизвестны параметры a и σ нормального закона распределения [4], значения которых приходится оценивать по выборке. Гипотеза, подлежащая проверке, состоит в том, что функция распределения $F_\xi(x)$ наблюдаемой величины ξ равна $F(x,a,\sigma)$ при некоторых значениях параметров a и σ.

Теорема Пирсона [4] не позволяет воспользоваться статистикой

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \frac{\left(\nu_i - np_i(a,\sigma)\right)^2}{np_i(a,\sigma)}, \tag{5}$$

где a – среднее значение прочности сцепления и σ – дисперсия неизвестны, n – объём выборки и r – число интервалов разбиения.

Возникает необходимость нахождения предельного при $n \to \infty$ распределения величины χ^2. Предельное распределение величины χ^2 зависит от принятого метода оценки параметров. Фишер [4] показал, что если неизвестные параметры $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_k$ оцениваются по выборке по методу максимального правдоподобия, то предел статистики имеет распределение χ^2 с $(r-1-k)$ степенями свободы. Таким образом, наличие оцениваемых по выборке параметров методом максимального правдоподобия не меняет характера предельного распределения величины χ^2, а лишь уменьшает число степеней свободы этого распределения на столько единиц, каково число параметров, оцениваемых по выборке. Отметим, что если неизвестные параметры оцениваются иными методами, то предельное при $n \to \infty$ распределение величины χ^2 будет отличным от χ^2 – распределения.

Поэтому для нормального распределения возьмем оценки полученные методом максимального правдоподобия [5]. Эти оценки имеют вид:

$$a = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_i - a)^2}$$

По критерию Пирсона для проверки гипотезы о нормальном законе распределения:

– для традиционной технологии с объёмом испытаний $n = 48$, имеем по (5) $\chi^2 = 5{,}75$ при среднем значение прочности сцепления $a = 20{,}0$ и корне квадратном от выборочной дисперсии $\sigma = 0{,}69$ предельное распределение величины χ^2(0,05;5-3)=6$>$1,42, что позволяет принять гипотезу о нормальном законе распределения с надежностью 95 %;

– для предлагаемой совмещенной технологии с объёмом испытаний $n = 50$, имеем $\chi^2 = 0{,}28$ при среднем $a = 26{,}7$ и $\sigma = 0{,}56$ предельное распределение величины χ^2(0,05;5-3)=6$>$0,28, что также позволяет принять гипотезу о нормальном законе распределения с надежностью 95 %.

Итак, можно считать, что распределение значений прочности сцепления покрытий при этих двух технологиях напыления приближенно описывается нормальным законом. Зная законы распределения, становится возможным сравнить истинные средние значений.

Сравнение средних значений прочности сцепления покрытия с основою для различных технологий газопламенного напыления. Проверка гипотезы о равенстве двух центров распределения имеет важное практическое значение. Действительно, иногда оказывается, что средний результат в одной серии экспериментов заметно отличается от среднего результата в другой серии. При этом возникает вопрос: обнаруженное расхождение средних значений объясняется случайными ошибками эксперимента или оно вызвано какими-либо незамеченными или даже неизвестными закономерностями?

Для сравнения средних значений a_1 и a_2, т. е. для проверки гипотезы $a_1 = a_2$ пользуются критерием, основанным на статистике

$$K = \frac{(\overline{X} - \overline{Y} - d)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n} + \dfrac{s_2^2}{m}}}, \tag{6}$$

где $\quad d = a_1 - a_2, \qquad \overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, \qquad \overline{Y} = \dfrac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} X_i,$

$$s_1^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2, \; s_2^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(Y_i - \overline{Y})^2.$$

Случайная величина $\overline{X} - \overline{Y}$ распределена нормально с параметрами $\left(a_1 - a_2, \sqrt{\dfrac{s_1^2}{n} - \dfrac{s_2^2}{m}}\right)$. Случайные величины s_1^2 и s_2^2 не зависят от $\overline{X} - \overline{Y}$ и друг от друга, причём $\dfrac{(n-1)s_1^2}{\sigma_1^2}$ и $\dfrac{(m-1)s_2^2}{\sigma_2^2}$, где σ_1^2 и σ_2^2 – дисперсии случайных величин X и Y, распределены как χ^2 с $\nu_1 = n-1$ и $\nu_2 = m-1$ степенями свободы соответственно. Если n и m стремятся к бесконечности, то распределение статистики K стремится к нормальному закону распределению с параметрами (0, 1). В этом случае распределение K асимптотически не зависит от неизвестных параметров. Поэтому при больших n и m можно воспользоваться статистикой K при условии нулевой гипотезы H_0: $a_1 = a_2$ при конкурирующей гипотезе H_1: $a_1 \neq a_2$. В этом случае из решения уравнения $\Phi(k_{kp}) = \dfrac{1-2\alpha}{2}$ находится k_{kp}, где $\Phi(\,)$ – функция Лапласа, а α – уровень значимости. Тогда при $K > k_{kp}$ – нулевую гипотезу отвергаем. Необходимо отметить, что с помощью проверки статистических гипотез, можно лишь отвергнуть проверяемую гипотезу, но никогда нельзя доказать её справедливость.

Сравним средние этих двух технологий напыления при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, по проведенным испытаниям по традиционной технологии при $n = 48$, $a_1 = 20{,}0$, $s_1^2 = 0{,}69$ и для газопламенного напыления с применением щеточной обработки и с объёмом испытаний $m = 50$, $a_2 = 26{,}7$ и $s_1^2 = 0{,}56$. Применяя формулу (6) с найденными значениями a_1, a_2, s_1^2 и s_2^2 при $d = 0$ находим, что $K = 0{,}54$. При заданном $\alpha = 0{,}05$ находим, используя таблицу функции Лапласа $k_{kp} = 0{,}1736$. Так как $K > k_{kp}$, то гипотеза при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ отвергается, т. е. истинные средние отличаются значимо друг от друга. Отличие этих двух средних прочности сцепления для рассматриваемых технологий составляет 28 %.

Выводы

1. Определено, что законы распределения случайной величины прочности сцепления газопламенных покрытий, напыленных по традиционной и совмещенной технологиям, отличаются друг от друга. Установлено, что законы распределения случайной величины прочности сцепления могут приближённо описываться нормальным законом распределения для этих дух технологий.

2. Установлено, что применение щеточной обработки при газопламенном напылении позволяет в среднем на 28 % увеличить прочность сцепления покрытия с основою.

3. Полученные результаты свидетельствуют об эффективности и целесообразности совмещения газопламенного напыления со щеточной обработкой.

Список использованных источников:

1. Лузан С. А. Определение оптимальних значений параметров иглофрезы и скорости её вращения при совмещении способа газопламенного

напыления с иглофрезерованием / С. А. Лузан, Е. С. Дерябкина // Науковий вісник будівництва / ХДТУБА. – Харьков, 2009. – Вип. 55. – С. 249–253.

2. Вандер-Варден Б. Л. Математическая статистика / Б. Л. Вандер-Варден ; пер. с нем. – М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 457с.

3. Большов Л. Н. Таблицы математической статистики / Л. Н. Большов, Н. В. Смирнов. – М.: Наука, 1983. – 416 с.

4. Коваленко И. Н. Теория вероятностей и математическая статистика / И. Н. Коваленко. – М.: Высш. шк., 1991. – 368 с.

5. Крамер Г. Математические методы статистики / Г. Крамер. – М. : Изд-во иностр. лит., 1990. – 675 с.

Дерябкина Е.С. «Распределение случайной величины прочности сцепления газопламенных покрытий, напыленных по традиционной и совмещенной технологиям».

Проведены сравнительные испытания и сделан математический анализ прочности сцепления покрытий, напыленных по двум технологиям газопламенного напыления: традиционной и с применением щеточной обработки. Установлено, что эксплуатационные свойства покрытия по параметру качества как прочность сцепления по предлагаемой совмещенной технологии увеличиваются.

Ключевые слова: прочность сцепления, газопламенное напыление, щеточная обработка, совмещенная технология, нормальный закон распределения, средние значения.

Дерябкина Є.С. «Розподілення випадкової величини міцності зчеплення газополуменевих покриттів, напилених по традиційній і суміщеній технологіям».

Проведені порівняльні випробування і зроблено математичний аналіз міцності зчеплення газополуменевих покриттів для двох технологій газополуменового напилювання: традиційної і з використанням обробки металевою щіткою. Встановлено, що експлуатаційні властивості покриття по

параметру якості як міцність зчеплення по пропонованій технології значно збільшується.

Ключові слова: міцність зчеплення, газополуменеве напилення, щіточна обробка, сполучена технологія, нормальний закон розподілу, середні значення.

Deryabkina E.S. “Distributing of casual size of durability of tripping of flame spraying on traditional and combined technologies”.

Comparative tests are conducted and the mathematical analysis of coupling durability is done for two technologies of flame spraying: traditional and with the use of a brush treatment. It is set that operating properties of coverage on the parameter of quality as tripping durability on the offered technology are increased considerably.

Key words: tripping durability, flame spraying, brush treatment, combined technology, normal law of distributing, mean values.

Стаття надійшла до редакції 15 червня 2011 р.