

УДК 621.873

©Ловейкін В.С., Човнюк Ю.В., Ромасевич Ю.О.

## **ВИЗНАЧЕННЯ ТРИВАЛОСТІ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ДЛЯ РІЗНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО МОМЕНТУ ДВИГУНІВ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ КРАНІВ**

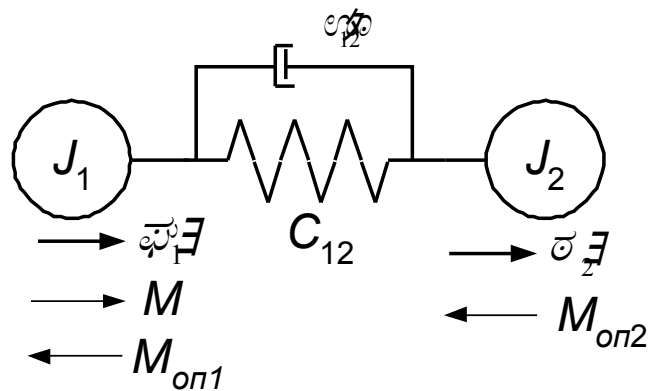
### **1. Постановка проблеми**

Відомо [1-8], що при проектуванні й дослідженні електроприводів вантажопідйомних механізмів кранів й дослідженні їх функціонування моменти інерції, маси, жорсткості зв'язків реальних елементів зазвичай бувають відомі, а діючі у системі сили або задані, або розраховуються за відомими вихідними даними механізму та умовами його технології. Після приведення їх значень до розрахункової швидкості стає можливим, співставляючи приведені значення моментів інерції та жорсткостей, здійснювати вибір головних мас та головних пружних зв'язків і на цій основі скласти наближену розрахункову схему механічної частини.

### **2. Основний зміст**

Електромеханічна система зі двомасовою пружною механічною частиною представляє собою найпростішу модель електроприводу, найбільш зручну для вивчення впливу пружних механічних зв'язків. У

вказаній двомасовій пружній системі сумарний приведений момент інерції елементів, жорстко зв'язаних з двигуном позначають  $J_1$  (див. рис. 1). Сумарний приведений момент інерції елементів, жорстко зв'язаних з робочим органом механізму позначають  $J_2$ . Безінерційний пружний зв'язок між цими масами характеризується приведеною еквівалентною жорсткістю  $C_{12}$ . Сумарні моменти навантажень на валу двигуна й механізму підйому вантажу позначені відповідно  $M_{оп1}$  й  $M_{оп2}$ .



**Рис. 1** - Розрахункова схема механічної частини електроприводу

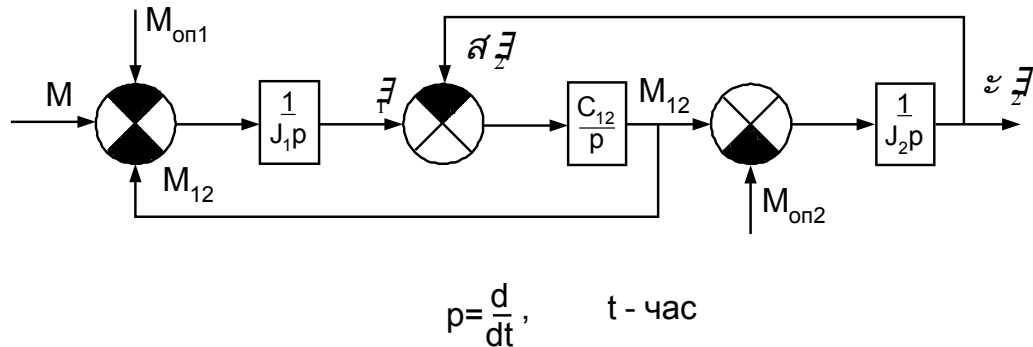
У подальшому момент внутрішнього в'язкого тертя  $M_{в,т}$ , який можна записати у вигляді:

$$\dot{I}_{\dot{\alpha},\dot{\delta}} = \beta_{12}(\omega_1 - \omega_2), \quad (1)$$

де  $\beta_{12}$  .3  $\beta_{12}$  - коефіцієнт пропорціальності;

$\omega_{1,2}$  .3  $\omega_{1,2}$  - кутові швидкості мас  $m_1$  й  $m_2$  відповідно, будемо вважати рівним нулю.

Структурна схема даної двомасової пружної системи без врахування внутрішнього в'язкого тертя наведена на рис. 2.



**Рис. 2** – Структурна схема двомасової пружної механічної системи без врахування внутрішнього в'язкого тертя

На рис. 2.:

$$\dot{I}_{12} = \tilde{N}_{12}(\phi_1 - \phi_2), \quad (2)$$

де  $\phi_1$  й  $\phi_2$  кутові координати руху мас  $m_1$  й  $m_2$ . (Зазвичай під  $m_1$  розуміють сумарну масу вантажного візка крану та приведеного до швидкості візка моменту інерції рухомих частин, що обертаються;  $m_2$  – маса вантажу на канаті, що піднімається вантажопідйомним механізмом крану).

Рівняння руху наведеної вище двомасової системи, які отримані у [1], мають наступний вид:

$$\begin{cases} \dot{I} - \dot{I}_{12} - \dot{I}_{i1} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ \dot{I}_{12} - \dot{I}_{i2} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt}; \\ \dot{I}_{12} = C_{12}(\phi_1 - \phi_2), \end{cases} \quad (3)$$

де  $M$  – електромагнітний момент двигуна  $M$ , який прикладений до

ротора двигуна;  $C_{12} = \frac{m_2 g}{l}$ . З  $C_{12} = \frac{m_2 g}{l}$  - де  $l$  – довжина канату,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння.

Метою роботи є визначення тривалості перехідного процесу для різних залежностей електромагнітного моменту двигуна від часу у межах двомасової моделі (розрахункової схеми) механічної частини електроприводу вантажопідійомних механізмів кранів.

Будемо у подальшому вважати  $M_{оп} \approx 0$ . За допомогою нескладних перетворень (й на відміну від [1]) з (3) можна отримати наступне рівняння:

$$\frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2} \frac{d^2(M - \dot{I}_{ir1})}{dt^2} + \frac{(M - \dot{I}_{ir1})}{(J_1 + J_2)} = \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{1}{\Omega_{12}^2} \frac{d^3\omega_1}{dt^3}, \quad (4)$$

де  $\Omega_{12}^2 = \frac{C_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}$  - квадрат резонансної частоти системи. У подальшому покладемо  $J_1 + J_2 = J_\Sigma$ . Знаючи  $\omega_1$  з  $\omega_1$ , з рівняння (4) можна визначити  $\omega_2$  з  $\omega_2$  за наступною формулою:

$$\omega_2 = \omega_1 + \frac{J_1}{C_{12}} \frac{d^2\omega_1}{dt^2} - \frac{1}{C_{12}} \frac{d(M - \dot{I}_{ir1})}{dt}. \quad (5)$$

Або з такого співвідношення:

$$\omega_2 + \left( \frac{J_2}{C_{12}} \right) \frac{d^2\omega_2}{dt^2} = \omega_1. \quad (6)$$

### 1.1. Аналіз асимптотичних логарифмічних АЧХ (амплітудо-

частотних характеристик) двомасової системи, їх амплітудно-фазових (АФХ) та фазо-частотних характеристик (ФЧХ)

З рівнянь (4)-(6) можна отримати низку характеристик (зокрема передавальних функцій) розглядуваної системи.

Для зручності подальших досліджень введемо такі позначення:

$$\gamma = \frac{J_1 + J_2}{J_1} = \frac{J_\Sigma}{J_1} \quad - \text{співвідношення мас двомасової пружної}$$

системи;  $\Omega_{02} = \sqrt{\frac{C_{12}}{J_2}} = \frac{\Omega_{12}}{\sqrt{\gamma}}$  - резонансна частота другої маси (вантажу на канаті) за  $J_1 \rightarrow \infty$ .

Тоді передавальна функція, що пов'язує вихідну координату  $\check{y}_2$

з  $\check{y}_1$  має вигляд:

$$W_{\omega_1, \omega_2}(p) = \frac{\omega_2(p)}{\omega_1(p)} = \frac{1}{\left(\frac{J_2}{C_{12}}\right)p^2 + 1} = \frac{1}{\left(\frac{\gamma}{\Omega_{12}^2}\right)p^2 + 1}; \quad \frac{d}{dt} p. \quad (7)$$

Для передавальної функції, що пов'язує вихідну координату  $\check{y}_1$

з ефективним діючим моментом  $M_e = (M - M_{\text{оп1}})$

маємо:

$$W_{\omega_1}(p) = \frac{\omega_1(p)}{\dot{I}_a(p)} = \frac{1}{J_\Sigma p} \frac{\left[ (\gamma / \Omega_{12}^2) p^2 + 1 \right]}{\left[ (1 / \Omega_{12}^2) p^2 + 1 \right]}. \quad (8)$$

Для передавальної функції, що пов'язує вихідну координату  $y_2$

з  $M_e$  отримаємо:

$$W_{\omega_2}(p) = \frac{\omega_2(p)}{\dot{I}_a(p)} = W_{\omega_1}(p)W_{\omega_1, \omega_2}(p) = \frac{1}{J_\Sigma p} \frac{1}{(1/\Omega_{12}^2)p^2 + 1}. \quad (9)$$

Для аналізу властивостей двомасової пружної системи слід скористатися частотним методом теорії управління. Рівняння амплітудо-фазової характеристики (АФХ) можна отримати підставивши у (8)  $p = j\Omega$  ( $j = \sqrt{-1}$ ):

$$W_{\omega_1}(j\Omega) = \frac{1}{jJ_\Sigma\Omega} \frac{[1 - \gamma(\Omega/\Omega_{12})^2]}{[1 - (\Omega/\Omega_{12})^2]} = A_{\omega_1}(\Omega)e^{-j\psi_{\omega_1}(\Omega)}, \quad (10)$$

де  $A_{\omega_1}(\Omega)$  - амплітудно-частотна характеристика (АЧХ);

$\psi_{\omega_1}(\Omega)$  - фазо-частотна характеристика (ФЧХ) об'єкта

дослідження за вихідної змінної  $\omega_1$ .

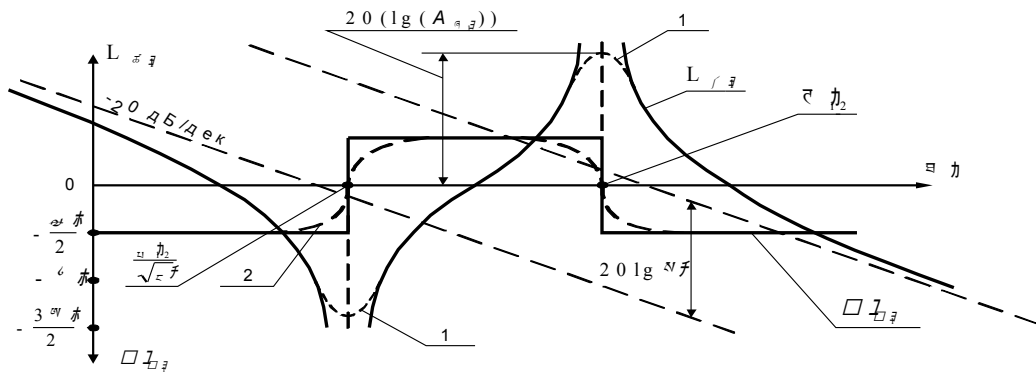
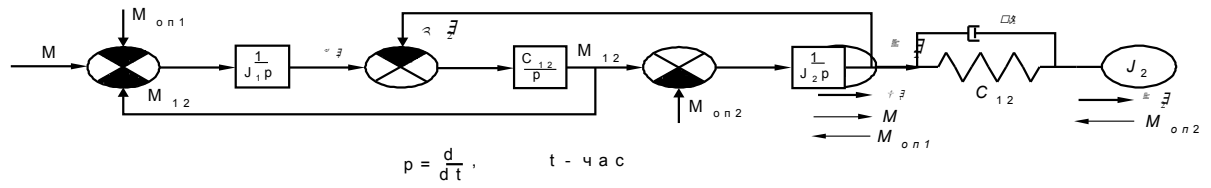
Асимптотичні логарифмічні АЧХ (ЛАЧХ) можна побудувати безпосередньо за отриманими передавальними функціями двомасової системи. Зокрема, у відповідності з (8) систему можна представити послідовним поєднанням інтегруючого ланцюга, форсууючого ланцюга

другого порядку з частотою спряження  $\Omega_{c1} = \frac{\Omega_{12}}{\sqrt{\gamma}}$  та ідеального коливального ланцюга з резонансною частотою  $\Omega_{c2} = \Omega_{12}$ . При  $\Omega = \Omega_{c1}$

має місце нуль передавальної функції, й ЛАЧХ при цьому має розрив, прямуючи до  $-\infty$ . При  $\Omega = \Omega_{12}$  має місце полюс передавальної функції  $W_{\omega_1}(j\Omega)$  (10), й амплітуди прямують до  $+\infty$ , утворюючи другий розрив. Низькочастотна асимптота визначається інтегруючим ланцюгом з коефіцієнтом, обернено пропорційним  $J_{\Sigma}$ . З  $J_{\Sigma}$  й відповідно має нахил  $-20\text{дБ/дек}$ . Високочастотна асимптота ( $\Omega \gg \Omega_{12}$ . З  $\Omega \gg \Omega_{12}$ ) відповідає також інтегруючому ланцюгу, але за коефіцієнта у  $\gamma$ . З  $\gamma$  разів більшого, ніж у області низьких частот. У цьому легко переконатись, якщо спрямувати до нескінченності частоту  $\Omega$ . З  $\Omega$  у (10).

Відповідно до всіх викладених положень ЛАЧХ об'єкту дослідження за вихідної змінної  $\omega_1$ . З  $\omega_1$  представлена на рис. 3. Тут же побудована його ЛФЧХ (логарифмічна фазо-частотна характеристика) на основі рівняння АФХ (10). У низькочастотній області зсув між коливаннями визначається інтегруючим ланцюгом і

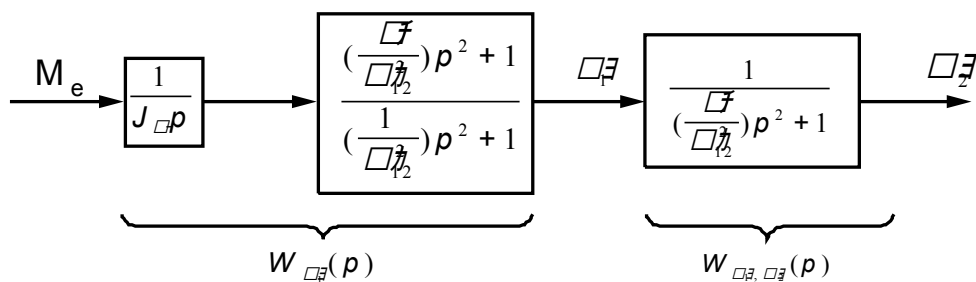
складає  $-90^\circ$ . При  $\Omega = \frac{\Omega_{12}}{\sqrt{\gamma}}$  стрибком змінює знак чисельник (10), що відповідає зменшенню фазового зсуву на  $180^\circ$ . Потім на частоті  $\Omega = \Omega_{12}$  аналогічно змінюється знак знаменника, й фазовий зсув знову приймає значення  $-90^\circ$  у відповідності з високочастотною асимптотою ЛАЧХ.



**Рис. 3** - Логарифмічна частотна характеристика двомасової пружної системи за керуючим впливом (за вихідної змінної  $\omega_1 \dots \omega_1$ ).

Структурна схема двомасової пружної механічної системи без врахування внутрішнього тертя після ряду нескладних перетворень може бути зведена до представленої на рис. 4.





**Рис. 4** – Структурна схема об’єкту дослідження після її перетворення

Рух першої маси ( $m_1, J_1$ ) за великих частот коливань керуючого впливу  $M_e = (M - M_{\text{оп1}})$ .  $M_e = (M - M_{\text{оп1}})$  у відповідності з (8) й рис. 3 визначається сумарним моментом інерції електроприводу крана  $J_{\Sigma}$ , причому механічна частина веде себе як інтегруючий ланцюг. Зокрема, при  $\dot{I}_{\dot{a}} = \text{const}$ .  $\dot{I}_{\dot{a}} = \text{const}$  швидкість  $\omega_1$ .  $\omega_1$  змінюється за лінійним законом, на котрий накладаються коливання, обумовлені пружним зв’язком. Інакше кажучи, інтегруючий ланцюг у структурі рис. 4 характеризує умови руху механічної частини у середньому.

При наближенні частоти коливань моменту до резонансної  $\Omega_{12}$  амплітуди коливань швидкості  $\omega_1$ .  $\omega_1$  зростають й при  $\Omega = \Omega_{12}$  прямують до нескінченності. Однак прояви резонансу суттєво залежать від параметрів механічної частини у зв’язку із наявністю у чисельнику передавальної функції  $W_{\omega_1}$  форсуючого ланцюга другого порядку. Можна з’ясувати причини, при виконанні котрих вплив

пружності на рух першої маси буде незначним.

По-перше, з (8) безпосередньо випливає, що якщо механізм підйому вантажу крана має невелику інерцію самого вантажу ( $J_2 \ll J_1$ ,  $\gamma \rightarrow 1$ ), то рух першої маси близький до руху, що визначається

інтегруючим ланцюгом  $W_i = \frac{1}{J_{\Sigma} p}$  .3  $W_i = \frac{1}{J_{\Sigma} p}$  . (У подальшому першу

масу фактично ототожнюватимемо з масою вантажного візка крана).

По-друге, з (10) видно, що при  $\Omega_{12}$  у області малих й середніх частот рух першої маси визначається тим самим інтегруючим ланцюгом.

Звідси випливає важливий практичний висновок. Якщо при синтезі електроприводу вантажопідйомного крана використовуються зворотні

зв'язки тільки за змінними самого двигуна, то за  $J_2 \ll J_1$ , чи  $\Omega_{12} \gg \Omega_{\phi}$ ,

де  $\Omega_{\phi}$  - частота зрізу бажаної ЛАЧХ розімкненого контура регулювання, механічну частину електроприводу крана можна представляти жорстким механічним ланцюгом, не враховуючи впливу пружностей.

Виходячи з (9), коливні якості другої маси (вантаж на канаті) вище, ніж першої. Можна показати [1], що у низькочастотній області

асимптоти ЛАЧХ  $L_{\omega_1}$  .3  $L_{\omega_1}$  й  $L_{\omega_2}$  .3  $L_{\omega_2}$  співпадають, оскільки у

середньому рух другої маси також визначається інтегруючим

ланцюгом  $W_i = \frac{1}{J_{\square} p}$  .3  $W_i = \frac{1}{J_{\square} p}$  . Однак при  $\Omega > \Omega_{12}$  нахил

високочастотної асимптоти  $L_{\omega_2} \cdot 3$   $L_{\omega_2}$  складатиме -60дБ/дек, й не існує факторів, котрі б послабляли розвиток резонансних коливань за довільних значень  $\gamma$ .

Отже, в усіх випадках, коли важливо отримати необхідну якість руху другої маси системи, а також при регулюванні її координат, нехтувати впливом пружності механічного зв'язку без необхідної перевірки не можна!

У реальних механізмах підйому вантажу кранів присутні дисипативні сили, котрі справляють на коливну систему демпфуючий вплив. Це демпфування у більшості випадків невелике. За даними технічної літератури природне затухання коливань під дією внутрішніх сил в'язкого тертя можна характеризувати значеннями логарифмічного декременту:

$$\lambda_{\dot{a}, \dot{\delta}} = \frac{2\pi \alpha_{\dot{a}, \dot{\delta}}}{\Omega_{\dot{\delta}}} \approx 0,1 \dots 0,3, \quad (11)$$

де  $\alpha_{\dot{a}, \dot{\delta}} \cdot 3$   $\alpha_{\dot{a}, \dot{\delta}}$  й  $\Omega_{\dot{\delta}} \approx \Omega_{12} \cdot 3$   $\Omega_{\dot{\delta}} \approx \Omega_{12}$  - коефіцієнт затухання й резонансна частота коливань з урахуванням впливу внутрішніх дисипативних сил.

Врахування природного демпфування суттєво не впливає на форму ЛАЧХ й ЛФЧХ системи, однак обмежує резонансний пік скінченними значеннями, як показано штриховою кривою 1 на рис. 3, й дещо згладжує фазо-частотну характеристику  $\psi(\Omega)$  (штрихова крива

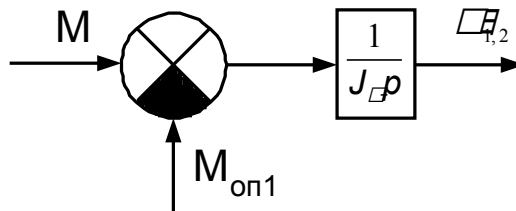
2 на тому ж малюнку).

Сполучення параметрів, за яких  $J_2 \ll J_1$ , чи  $\omega_{12} \rightarrow \infty$ , досить розповсюджені, тому у подальших міркуваннях в усіх випадках, коли це можливо, використовується представлення механічної частини електроприводу крану у вигляді жорсткого приведеного ланцюга.

Рівняння руху для цього випадку при  $p = \frac{d}{dt}$  .3  $p = \frac{d}{dt}$  :

$$M - M_{i1} = J_{\Sigma} \frac{d\omega_1}{dt}; \quad \omega_1 \approx \omega_2, \quad (12)$$

відповідає структурна схема, що представлена на рис. 5. Вона співпадає з вхідним ланцюгом у розглянутій вище структурі рис. 4, й частотні характеристики жорсткої механічної частини електроприводу вантажопідйомного крану у низькочастотній області не відрізняються від наведених на рис. 3.



**Рис. 5** - Структурна схема механічної частини з жорсткими механічними зв'язками

Саме структурна схема рис. 5. й буде нами використана у подальшому для визначення тривалості перехідного процесу у механічній частині електроприводу вантажопідйомного крану.

## 1.2. Тривалість перехідних механічних процесів електроприводів вантажопідйомних кранів

Зміни керуючого чи збурюючого впливу викликають у механічній частині приводу вантажопідйомного крану перехідні процеси різної тривалості, на протязі котрих швидкості руху зв'язаних мас (вантажного візка та вантажу на канаті) змінюються від початкових значень, що визначаються початковими умовами, до усталених значень, що задаються новими впливами на систему. У якості найпростіших прикладів розглянемо ряд перехідних процесів у механічній частині електроприводу кранів, що представлена жорстким механічним ланцюгом (див. рис. 5.).

Припустимо, що початкова швидкість руху вала двигуна механізму підйому вантажу крана дорівнює нулю:  $\omega_{\text{поч}}=0$ , а до ротора двигуна у момент часу  $t = 0$  прикладають електромагнітний момент двигуна, що змінюється за експоненціальним законом з постійною часу  $T$  (див. рис. 6):

$$M = \Delta M e^{-t/T} + M_{ir1}. \quad (13)$$

Розв'яжемо рівняння руху електроприводу (12) відносно диференціалу швидкості:

$$d\omega = \varepsilon dt, \quad (14)$$

де  $\varepsilon = (M - M_{ir1}) / J_{\Sigma}$  - прискорення мас механічної частини.

Проінтегруємо обидві частини отриманої рівності при заданому

$$\int_0^{\omega} d\omega = \int_0^t \frac{(M - M_{ir1})}{J_{\Sigma}} d\tilde{t} = \int_0^t \varepsilon_{ir1} e^{-\tilde{t}/T} d\tilde{t}.$$

законі зміни рушійного моменту:

$$(15)$$

У результаті отримаємо:

$$\omega = \varepsilon_{ii^*} T (1 - e^{-t/T}), \quad (16)$$

де  $\varepsilon_{ii^*} = \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{ii^*} = (M_{ii^*} - M_{ii1}) / J_{\Sigma} = \frac{\Delta M}{J_{\Sigma}}$  - початкове прискорення;

$M_{\text{поч}} = \Delta M + M_{\text{оп1}}$  - початковий момент двигуна.

На рис. 6 у відповідності з (13) та (16) побудовані характеристики  $M = f(t)$  й  $\omega = f(t)$ .

Швидкість нарощується за експоненціальним законом від нуля до усталеного значення  $\omega_{\text{уст.}} = \varepsilon_{\text{поч.}} T$  з прискоренням, що зменшується при зростанні швидкості  $\omega$ , у зв'язку зі зменшенням моменту  $M - M_{\text{оп1}}$ , котрому прискорення пропорційальне, - це перехідний процес пуску електроприводу до швидкості  $\omega = \omega_{\text{уст.}}$ . Час (тривалість) перехідного процесу теоретично дорівнює нескінченності, а практично процес можна вважати таким, що закінчився у відповідності з властивістю експоненти через час (термін):  $t_{ii} \approx (3 \dots 4) T$ .

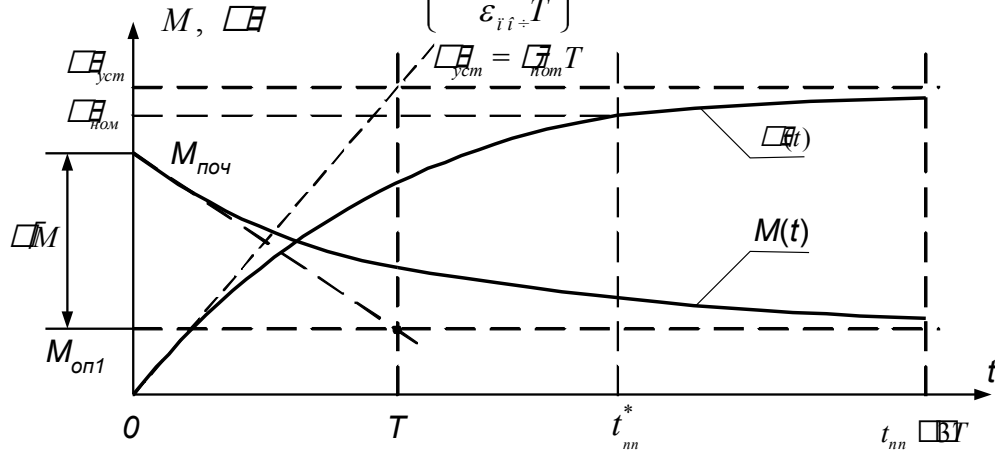
$$(17)$$

Якщо номінальна частота (кутова швидкість обертання) двигуна дорівнює  $\omega_{\text{ном}}$  ( $\omega_{\text{ном}} < \omega_{\text{уст.}}$ ), за якої останній функціонує у робочому режимі, то  $t_{nn}^*$  .3  $t_{nn}^*$  визначається зі співвідношення:

$$\omega_{ii} = \varepsilon_{ii^*} T (1 - e^{-t_{ii}^*/T}). \quad (18)$$

Тоді маємо для  $t_{nn}^*$  з  $t_{ii}^*$  :

$$t_{ii}^* = \dot{\Omega} \ln \left\{ \frac{1}{1 - \frac{\omega_{ii}}{\varepsilon_{ii} T}} \right\}. \quad (19)$$



**Рис. 6** - Перехідний процес пуску електроприводу за експоненціальної залежності  $M(t)$

Якщо визначати тривалість  $t_{nn}^*$  з більш точного рівняння (4), тоді матимемо наступне, враховуючи залежність (13):

$$\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{1}{\Omega_{12}^2} \frac{d^3\omega_1}{dt^3} = \Delta M \left\{ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right\} e^{-t/T}. \quad (20)$$

Це лінійне неоднорідне диференціальне рівняння відносно  $\omega_1(t)$ , яке має наступний розв'язок:

$$\omega_1(t) = \tilde{A} + \tilde{B} \cos(\Omega_{12}t) + \tilde{C} \sin(\Omega_{12}t) + \frac{\Delta M \left\{ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right\}}{\left\{ -\frac{1}{T} - \frac{1}{\Omega_{12}^2 T^3} \right\}} e^{-t/T}. \quad (21)$$

Для знаходження невизначених коефіцієнтів  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{C}$  слід

$$\omega_1|_{t=0} = 0; \quad \left. \frac{d\omega_1}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\Delta M}{J_\Sigma}; \quad \left. \frac{d^2\omega_1}{dt^2} \right|_{t=0} = -\frac{\Delta M}{T J_\Sigma}.$$

використати наступні початкові умови:

(22)

Підставляючи ці значення у загальний розв'язок (21), отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{A} + \tilde{B} + \frac{\Delta M \left\{ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right\}}{\left\{ -\frac{1}{T} - \frac{1}{\Omega_{12}^2 T^3} \right\}} = 0; \\ \Omega_{12} \tilde{C} + \frac{\Delta M \left\{ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{1}{\Omega_{12}^2 T^2} \right\}} = \frac{\Delta M}{J_\Sigma}; \\ \Omega_{12}^2 \tilde{B} + \frac{\Delta M \left\{ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right\}}{\left\{ T + \frac{1}{\Omega_{12}^2 T} \right\}} = \frac{\Delta M}{T J_\Sigma}. \end{array} \right. \quad (23)$$

Із системи (23) легко знайти усі константи. Вони мають наступний вид:

$$\begin{aligned} \tilde{B} &= \frac{\Delta M}{\Omega_{12}^2} \left\{ \frac{1}{T J_\Sigma} - \frac{\left[ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right]}{\left[ T + \frac{1}{\Omega_{12}^2 T} \right]} \right\}; \\ \tilde{C} &= \frac{\Delta M}{\Omega_{12}} \left\{ \frac{1}{J_\Sigma} - \frac{\left[ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right]}{\left[ 1 + \frac{1}{\Omega_{12}^2 T^2} \right]} \right\}; \\ \tilde{A} &= \frac{\Delta M \left[ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right]}{\left[ \frac{1}{T} + \frac{1}{\Omega_{12}^2 T^2} \right]} + \frac{\Delta M}{\Omega_{12}^2} \left\{ \frac{\left[ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right]}{\left[ T + \frac{1}{\Omega_{12}^2 T} \right]} - \frac{1}{T J_\Sigma} \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$



(25)

(26)

Вважаючи, що  $\omega_{1\text{НОМ}}$  досягається за час  $t_m^{***}$ , тривалість перехідного процесу пуску електроприводу до швидкості  $\omega_{1\text{НОМ}}$  можна знайти з наступного трансцендентного рівняння ( $\omega_{1\text{НОМ}} < \omega_{\text{уст}}$ ):

$$\omega_{1ii} = \tilde{A} + \tilde{B} \cos(\Omega_{12} t_{ii}^{***}) + \tilde{C} \sin(\Omega_{12} t_{ii}^{***}) + \frac{\Delta M \left\{ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right\}}{\left\{ -\frac{1}{T} - \frac{1}{\Omega_{12}^2 T^3} \right\}} e^{-t_{ii}^{***}/T}.$$

(27)

Для визначення  $t_m^{***}$  у даному випадку слід використати співвідношення (27). Цей вираз дає змогу за відомого значення  $\omega_{1\text{НОМ}} = \omega_{\text{НОМ}}$  визначити  $t_m^{***}$  для будь-яких співвідношень  $t_m^{***}$  й  $T$ , а також відомого  $\Omega_{12}$ . Проте процедура визначення  $t_m^{***}$  суттєво спрощується, якщо розглянути наступні 3 ситуації:

а)  $t_m^{***} \gg T$ ; б)  $t_m^{***} \ll T$ ; в)  $t_m^{***} \approx T$ .

У ситуації в) треба розв'язати рівняння (трансцендентне):

$$\omega_{1ii} = \tilde{A} + \tilde{B} \cos(\Omega_{12} t_{ii}^{***}) + \tilde{C} \sin(\Omega_{12} t_{ii}^{***}) + \frac{\Delta M \left\{ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right\}}{e^{\left\{ -\frac{1}{T} - \frac{1}{\Omega_{12}^2 T^3} \right\}}},$$

(28)

чи обмежитись наближеним розв'язком:

$$t_{ii}^{***} \approx T.$$

(29)

Розв'язок (28) має наступний вигляд:

$$t_{ii}^{***} = \frac{(\omega_{iii} - \tilde{A}) + \frac{\Delta M \left[ \frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma} \right]}{e^{\left\{ \frac{1}{T} + \frac{1}{\Omega_{12}^2 T^3} \right\}}}}{\Omega_{12}} \arcsin \left\{ \frac{\sqrt{\tilde{B}^2 + \tilde{C}^2}}{\Omega_{12}} \right\} - \tilde{\alpha},$$

(30)

де  $\tilde{\alpha} = \arctg\left(\frac{\tilde{B}}{\tilde{C}}\right).$

У ситуації а) можна знехтувати останнім членом у трансцендентному рівнянні (27) й отримати:

$$t_{ii}^{***} = \frac{\arcsin \left\{ \frac{(\omega_{iii} - A)}{\sqrt{\tilde{B}^2 + \tilde{C}^2}} \right\} - \tilde{\alpha}}{\Omega_{12}}.$$

(31)

У ситуації б) матимемо:

$$t_{ii}^{***} = \frac{(\omega_{iii} - \tilde{A}) + \frac{\Delta M [\frac{1}{J_1 \Omega_{12}^2 T^2} + \frac{1}{J_\Sigma}]}{\{\frac{1}{T} + \frac{1}{\Omega_{12}^2 T^3}\}}}{\Omega_{12} \sqrt{\tilde{B}^2 + \tilde{C}^2}} - \tilde{\alpha}.$$

(32)

Прояв коливального характеру перехідного процесу можливий за умови:

$$\Omega_{12} t_{ii}^{***} \gg 2\pi n,$$

(33)

де  $n \in N$ .

Якщо ж виконується співвідношення, яке протилежне (33), тобто:

$$\Omega_{12} t_{ii}^{***} < 2\pi,$$

(34)

то у перехідному процесі майже непомітні коливні властивості функції  $\omega_1(t)$ .

Слід також зазначити, що коливання у встановленні  $\omega_{1ном}$  мають „синусоїдальний” вигляд, якщо виконується співвідношення (33) і наступне:

$$\Omega_{12} T \gg 1.$$

(35)

У протилежному випадку, при умові, що виконується співвідношення (33) і наступне:

$$\Omega_{12} T \ll 1,$$

(36)

коливання у перехідному процесі мають „косинусоїдальний” характер.

Розглянемо далі умови руху електроприводу за постійних моментів двигуна  $M$  та опору  $M_{оп1}$ , тобто  $M=const$  й  $M_{оп1}=const$ . У результаті інтегрування (14) маємо:

$$\int_{\omega_{i1+}}^{\omega_1} d\omega = \int_0^t \varepsilon dt.$$

(37)

Це дає змогу отримати відому формулу рівномірно прискореного руху:

$$\omega_1 = \omega_{i1+} + \varepsilon t.$$

(38)

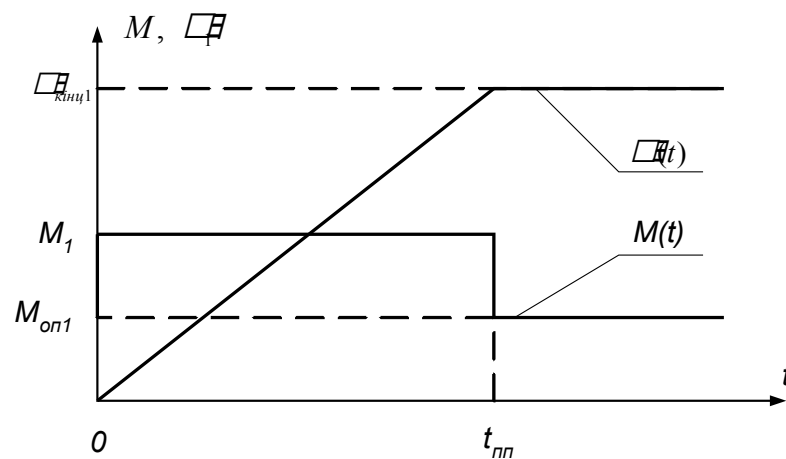
За допомогою (38) при необхідності можна визначити тривалість перехідного процесу  $t_{пн}$  зміни швидкості від  $\omega_{поч1}$  до  $\omega_{кінц1}$ :

$$t_{ii} = \frac{\omega_{e^{y_i} \delta 1} - \omega_{i i + 1}}{\varepsilon} = J_{\Sigma} (\omega_{e^{y_i} \delta 1} - \omega_{i i + 1}) / (M - M_{i i 1}).$$

(39)

При  $M=M_{оп1}$ ,  $\varepsilon=0$  електропривод зберігає стан спокою ( $\omega_{поч1}=0$ ), або рівномірного руху ( $\omega_{поч1} = \omega_1 = const$ ) до тих пір, поки рівність  $M=M_{оп1}$  не буде порушена. На рис. 7 показаний випадок, коли при  $t=0$ ,  $M=M_{оп1}$  має місце стан спокою ( $\omega_{поч1} = 0$ ). У момент  $t=0$  момент двигуна стрибком зростає до значення  $M=M_1 > M_{оп1}$  й електропривод

одразу переходить у режим рівномірно прискореного руху з прискоренням  $\varepsilon_1 = (M_1 - M_{i1}) / J_\Sigma$ . Якщо залишати момент двигуна незмінним ( $M = M_1 = \text{const}$ ), цей режим буде тривати скільки завгодно довго, а швидкість необмежено зростати. На практиці при досягненні електроприводом необхідної швидкості забезпечують зниження моменту двигуна до  $M = M_{оп1}$ , прискорення стрибком зменшується до нуля й наступає статичний усталений режим при  $\omega_1 = \omega_{кінц1}$ , як показано на рис. 7. Отже, у даному випадку має місце перехідний процес зміни швидкості від  $\omega_{поч1}$  до  $\omega_{кінц1}$ , котрий забезпечується відповідними змінами моменту двигуна.



**Рис. 7** - Перехідний процес пуску електропривода при  $M = \text{const}$ ,  $M_{оп1} = \text{const}$

Використовуючи співвідношення (39) для  $t_{пп}$  за  $\omega_{поч1} = 0$  (рис. 7) матимемо:

$$t_{i1} = J_\Sigma \omega_{\varepsilon_1} / (M - M_{i1}). \quad (40)$$

Якщо покласти для  $M(t)$  залежність, що наведена на рис. 7, а  $M_{оп1}$  вважати постійною, заданою величиною, то з рівняння (4) можна отримати більш точний закон  $\omega_1(t)$  й значення  $t_{nn}^*$ . Так, за даної ситуації рівняння (4) набуде наступного вигляду:

$$(41) \quad \frac{(M - \dot{I}_{i\bar{r}1})}{J_{\Sigma}} = \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{1}{\Omega_{12}^2} \frac{d^3\omega_1}{dt^3}.$$

Розв'язок рівняння (41) має наступний вигляд:

$$(42) \quad \omega_1(t) = \bar{A} + \bar{B} \cos(\Omega_{12}t) + \bar{C} \sin(\Omega_{12}t) + \frac{(M - \dot{I}_{i\bar{r}1})}{J_{\Sigma}} t.$$

Коефіцієнти  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  можна знайти з наступних початкових умов:

$$(43) \quad \omega_1|_{t=0} = 0; \quad \left. \frac{d\omega_1}{dt} \right|_{t=0} = \frac{(M_1 - M_{i\bar{r}1})}{J_{\Sigma}}; \quad \left. \frac{d^2\omega_1}{dt^2} \right|_{t=0} = 0.$$

Тоді для  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  коефіцієнтів отримаємо:

$$(44) \quad t_{nn}^* = t_{nn} = J_{\square_{кинц1}} / (M_1 - M_{on1}).$$

$$\omega_1(t) = \frac{(M_1 - M_{on1})}{J_{\square}} t.$$

З цієї системи (44) отримаємо лише одне рішення  $\bar{A} = \bar{B} = \bar{C} = 0$ , й тому для початкових умов (43) маємо:

$$\begin{aligned}
 t_{nn}^* &= t_{nn} = J_{\square} \omega_{kinu1} / (M_1 - M_{on1}). \\
 \omega_1(t) &= \frac{(M_1 - M_{on1})}{J_{\square}} t.
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

Проте, за інших початкових умов:

$$\begin{aligned}
 t = 0, \quad \omega_1|_{t=0} &= 0; \quad \left. \frac{d\omega_1}{dt} \right|_{t=0} = \frac{(M_1 - M_{on1})}{J_{\square}}; \\
 t = t_{nn}, \quad \omega_1|_{t=t_{nn}} &= \omega_{kinu1}, \quad t_{nn} = J_{\square} \omega_{kinu1} / (M_1 - M_{on1}),
 \end{aligned}
 \tag{46}$$

матимемо з (42):

$$\begin{aligned}
 \bar{A} + \bar{B} &= 0, \\
 \bar{C} + \frac{(M_1 - M_{on1})}{J} &= \frac{(M_1 - M_{on1})}{J}, \\
 \bar{A} + \bar{B} \cos(\omega_{kinu1} t_{nn}) + \bar{C} \sin(\omega_{kinu1} t_{nn}) + \frac{(M_1 - M_{on1})}{J} t_{nn} &= \omega_{kinu1} t_{nn} = \frac{(M_1 - M_{on1})}{J} t_{nn}.
 \end{aligned}
 \tag{47}$$

Розв'язок системи (47) дає  $\bar{C} = 0$ , а для  $\bar{A}$  та  $\bar{B}$  матимемо:

$$\begin{aligned}
 \bar{A} + \bar{B} &= 0, \\
 \bar{A} + \bar{B} \cos(\omega_{kinu1} t_{nn}) &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{48}$$

Система (48) теж дає для  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  тривіальний результат. Тому за граничних (початкових) умов (46), як, до речі, й (43) маємо:

$$\omega_1(t) = \frac{(M_1 - M_{ir1})}{J_{\Sigma}} t.$$

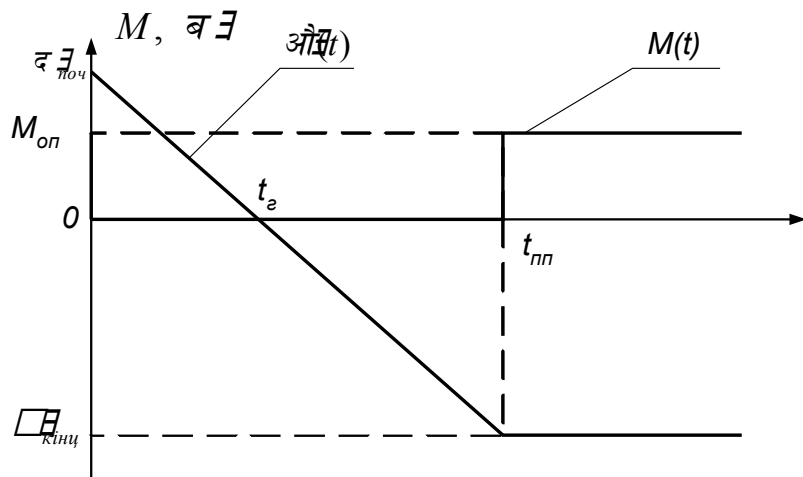
(49)

Отже, коливний процес за  $\bar{B}$  і  $\bar{C}$ , відмінних від нуля, можливий лише тоді, коли  $\square(t)$  не задовольняє умовам (43) чи (46).

За інших однакових умов на зміни швидкості електроприводу суттєвий вплив справляє характер моменту опору. Припустимо, що система навантажена активним моментом  $M_{оп}$ , що обумовлений, наприклад, вагою вантажу, який піднімають, і працює в усталеному режимі підйому вантажу з постійною швидкістю при  $M = M_{оп}$ . Якщо у момент часу  $t=0$  зменшити момент двигуна до нуля, під дією моменту  $M_{оп}$  привод стане уповільнюватись, при цьому  $\square \neq -M_{оп1} / J_{\square}$ . Швидкість у даному випадку у відповідності з (38) змінюватиметься за законом:

$$\omega = \omega_{i i \div} - \frac{M_{i i}}{J_{\Sigma}} t.$$

(50)





**Рис. 8** - Перехідний процес електроприводу при  $M = \text{const}$ ,  $M_{\text{оп}} = \text{const}$  й  $\omega(t)$  (50)

$$\text{Через час гальмування } t_2 = J_{\Sigma} \omega_{i i \div} / M_{i i} .3 \quad t_2 = J_{\Sigma} \omega_{i i \div} / M_{i i}$$

швидкість двигуна стає рівною нулю, але активний момент зберігає своє значення, і у відповідності з (50) двигун починає прискорюватись у протилежному напрямку, рухаючись під дією вантажу, що опускається із зростаючою за абсолютним значенням швидкістю. Якщо змін не виникне, швидкість може зростати до неприпустимих значень, небезпечних для двигуна й механізму підйому вантажу крана. Тому вимикання двигуна з електромережі для механізмів з активним навантаженням є небезпечним і такі механізми обов'язково мають механічні гальма, котрі автоматично гальмують привод після відключення двигуна від мережі.

На рис. 8 показаний перехідний процес реверсу електроприводу від  $\omega_{\text{поч}}$  до  $\omega_{\text{кінц}} = -\omega_{\text{поч}}$  під дією активного моменту  $M_{\text{оп}}$ . У момент часу  $t_{\text{пп}}$ , коли досягається необхідне значення швидкості  $\omega_{\text{кінц}}$ , момент двигуна стрибком збільшується від нуля до  $M = M_{\text{оп}}$  й наступає статичний режим роботи з  $\omega_{\text{кінц}} = \text{const}$ . Величина  $t_{\text{пп}}$  у даному випадку визначається співвідношенням:

$$t_{i i} = \frac{|\omega_{e^{\delta} \delta} - \omega_{i i \div}| J_{\Sigma}}{M_{i i}} .$$

(51)

Тепер визначимо  $t_{\text{пп}}$ , виходячи з рівняння (41) за наступних

$$t = 0, \quad \omega_1 \Big|_{t=0} = \omega_{i i \div}; \quad \frac{d\omega_1}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{-M_{i i}}{J_{\Sigma}}; \quad \frac{d^2\omega_1}{dt^2} \Big|_{t=0} = 0.$$

початкових умов:

(52)

Саме рівняння (41) для випадку, представленого на рис. 8, має вигляд:

$$\frac{-\dot{I}_{i\ddot{r}}}{J_{\Sigma}} = \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{1}{\Omega_{12}^2} \frac{d^3\omega_1}{dt^3}.$$

(53)

Його розв'язок будемо розшукувати у наступній формі:

$$\omega_1(t) = \bar{A}_1 + \bar{B}_1 \cos(\square_{12}t) + \bar{C}_1 \sin(\square_{12}t) + \frac{-M_{\text{оп}}}{J_{\square}} t.$$

(54)

Тоді для коефіцієнтів  $\bar{A}_1$ ,  $\bar{B}_1$ ,  $\bar{C}_1$  маємо:

$$\begin{aligned} \bar{A}_1 + \bar{B}_1 &= \omega_{i\ddot{r}}, \\ \Omega_{12} \bar{C}_1 - \frac{M_{i\ddot{r}}}{J_{\Sigma}} &= -\frac{M_{i\ddot{r}}}{J_{\Sigma}}, \end{aligned}$$

(55)

$$-\Omega_{12}^2 \bar{B}_1 = 0.$$

Тоді, за початкових умов (52) отримаємо закон  $\square(t)$  з  $\square(t)$ , який співпадає з (50).

Якщо прийняти початкові умови:

$$t = 0, \quad \omega_1|_{t=0} = \omega_{i\ddot{r}}; \quad \left. \frac{d\omega_1}{dt} \right|_{t=0} = \frac{-M_{i\ddot{r}}}{J_{\Sigma}}; \quad \omega_1|_{t=t_{i\ddot{r}}} = \omega_{\dot{\theta}^{\ddot{r}}}, \quad \omega_{\dot{\theta}^{\ddot{r}}} < 0,$$

(56)

де  $t_{\text{пн}}$  визначається (51), то знову закон  $\omega_1(t)$  співпадає з

(50).

Для початкових умов типу:

$$t = 0, \quad \omega_1|_{t=0} = \omega_{i\ddot{i}\ddot{i}}; \quad \left. \frac{d\omega_1}{dt} \right|_{t=0} = \frac{-M_{i\ddot{i}\ddot{i}}}{J_{\Sigma}}; \quad \omega_1|_{t=t_a} = 0,$$

(57)

матимемо:

$$\bar{A}_1 + \bar{B}_1 = \square_{\text{ноу}},$$

$$\square_{12} \bar{C}_1 - \frac{M_{on}}{J_{\square}} = -\frac{M_{on}}{J_{\square}},$$

$$(58) \quad \bar{A}_1 + \bar{B}_1 \cos(\square_{12} t_{\ddot{e}}) + \bar{C}_1 \sin(\square_{12} t_{\ddot{e}}) - \frac{M_{on}}{J_{\square}} t_{\ddot{e}} = 0.$$

Звідси маємо:

$$\bar{C}_1 = 0, \quad \bar{A}_1 + \bar{B}_1 = \omega_{i\ddot{i}\ddot{i}}, \quad \bar{A}_1 + \bar{B}_1 \cos(\Omega_{12} t_a) = \omega_{i\ddot{i}\ddot{i}}.$$

(59)

Система (59) для  $\bar{A}_1$  й  $\bar{B}_1$  дає два варіанти розв'язків:

*1-й варіант* –

$$\bar{B}_1 = 0, \quad \bar{A}_1 = \omega_{i\ddot{i}\ddot{i}}.$$

(60)

Співвідношення (60) дає знову закон  $\Psi_1(t)$  з  $\Psi_1(t)$  (50).

*2-й варіант* –

$$\bar{A}_1 + \bar{B}_1 = \omega_{i\ddot{i}\ddot{i}}, \quad \Omega_{12} t_a = 2n\pi, \quad n \in N.$$

(61)

Отже, у випадку:

$$\Omega_{12} \frac{J_{\Sigma} \omega_{i\dot{i}\ddot{i}}}{M_{i\dot{i}}} = 2n\pi, \quad n \in N,$$

(62)

у системі при гальмуванні приводу за законом, представленим на рис. 8, маємо:

$$\omega_1(t) = \omega_{i\dot{i}\ddot{i}} - \bar{B}_1 + \bar{B}_1 \cos(\Omega_{12}t) - \frac{\dot{I}_{i\dot{i}}}{J_{\Sigma}} t.$$

(63)

Або:

$$\omega_1(t) = \omega_{i\dot{i}\ddot{i}} - \frac{\dot{I}_{i\dot{i}}}{J_{\Sigma}} t - \bar{B}_1 \left( \sin\left[\frac{\Omega_{12}t}{2}\right] \right)^2,$$

(64)

тобто існують у перехідному процесі коливання з амплітудою  $\bar{B}_1 \neq 0$ .

Причому, якщо  $\bar{A}_1 = \omega_{i\dot{i}\ddot{i}} \pm \Delta$ , то  $\bar{A}_1 = \mp \Delta$ . Отже, закон  $\omega_1(t)$  набуває наступного вигляду:

$$\omega_1(t) = (\omega_{i\dot{i}\ddot{i}} \pm \Delta) + (\mp \Delta) \cos(\Omega_{12}t) - \frac{\dot{I}_{i\dot{i}}}{J_{\Sigma}} t.$$

(65)

Величина  $t_{\text{пп}}$  – тривалість перехідного процесу, визначається з наступного трансцендентного рівняння:

$$(\omega_{i\dot{i}\ddot{i}} \pm \Delta) + (\mp \Delta) \cos(\Omega_{12}t_{i\dot{i}}) - \frac{\dot{I}_{i\dot{i}}}{J_{\Sigma}} t_{i\dot{i}} - \omega_{e\dot{i}\ddot{i}} = 0.$$

(66)

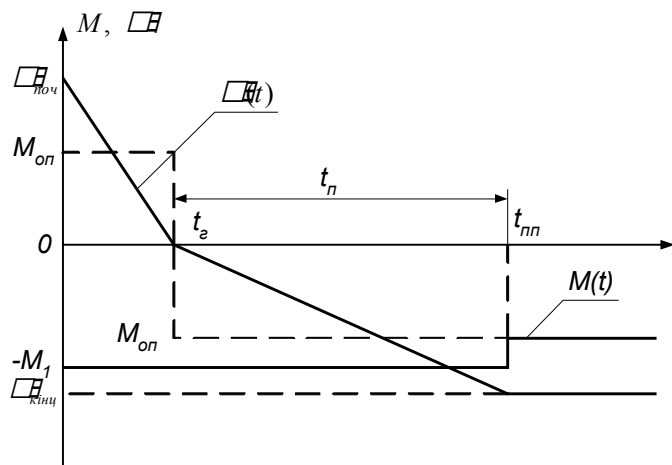
На рис. 9 представлений процес реверсу електроприводу за

реактивного моменту  $M_{оп}$  від початкової швидкості  $\omega_{поч}$  одного напрямку до кінцевої швидкості  $\omega_{кінц}$  протилежного знаку. У момент часу  $t=0$  момент двигуна стрибком змінюється від  $M=M_{оп}$  до  $M=-M_1$  й відбувається гальмування системи за законом:

$$(67) \quad \begin{cases} \omega = \omega_{i\dot{\tau}} - \frac{(\dot{I}_1 + \dot{I}_{i\dot{\tau}})t}{J_{\Sigma}} = \omega_{i\dot{\tau}} - \varepsilon_{\dot{a}}t, \\ \varepsilon_{\dot{a}} = \frac{(\dot{I}_1 + \dot{I}_{i\dot{\tau}})}{J_{\Sigma}}. \end{cases}$$

Час гальмування електроприводу визначається з (39)

$$(68) \quad t_{\dot{a}} = J_{\Sigma}(-\omega_{i\dot{\tau}})/(-\dot{I}_1 - \dot{I}_{i\dot{\tau}}) = \frac{\omega_{i\dot{\tau}}}{\varepsilon_{\dot{a}}}.$$



**Рис. 9** - Перехідний процес електроприводу за  $M = \text{const}$ ,  $M_{оп} = \text{const}$  й  $\omega(t)$  (67).

При  $t > t_e$  швидкість двигуна під дією моменту  $M = -M_1$  змінює свій знак, а це викликає зміну напрямку реактивного навантаження

$M_{оп}$  на протилежний ( $-M_{оп}$ ). Як наслідок, стрибком зменшується за абсолютним значенням прискорення від  $\varepsilon_{\bar{a}} = -(\dot{I}_{1} + \dot{I}_{ir})/J_{\Sigma}$  до  $\varepsilon_r = -(\dot{I}_{1} - \dot{I}_{ir})/J_{\Sigma}$ , де  $\varepsilon_r$  - прискорення пуску,  $\varepsilon_{\bar{a}}$  - прискорення гальмування. Відповідно при пуску у зворотному напрямку швидкість змінюється наступним чином:

$$\omega(t) = -(\dot{I}_{1} - \dot{I}_{ir})t / J_{\Sigma}. \quad (69)$$

Тривалість пуску до швидкості  $\omega = -\omega_{кінц}$ :

$$t_{\bar{a}} = J_{\Sigma}(-\omega_{\varepsilon_{\bar{a}}}) / (-\dot{I}_{1} + \dot{I}_{ir}) = \frac{\omega_{\varepsilon_{\bar{a}}}}{\varepsilon_r}. \quad (70)$$

Для переходу до статичного режиму за швидкості  $\omega = -\omega_{кінц}$  момент двигуна повинен стрибком зменшитись до значення  $M = -M_{оп}$ . Характеристики  $M(t)$  і  $\omega(t)$ , що відповідають такому перехідному процесу, представлені на рис. 9.

Тривалість перехідного процесу у цьому випадку визначається співвідношенням:

$$t_{ir} = t_{\bar{a}} + t_r = J_{\Sigma}(\omega_{ir+}) / (\dot{I}_{1} + \dot{I}_{ir}) + J_{\Sigma}(\omega_{\varepsilon_{\bar{a}}}) / (\dot{I}_{1} - \dot{I}_{ir}). \quad (71)$$

І у цьому випадку коливання виникають та їх оцінюють при перебігу перехідного процесу за формулами (60)-(62), а  $\omega_1(t)$  при  $0 < t < t_r$  визначають за наступним співвідношенням:

$$\omega = \omega_{ir+} - \bar{B}_1 + \bar{B}_1 \cos(\Omega_{12}t) - \frac{(\dot{I}_{1} + \dot{I}_{ir})}{J_{\Sigma}}t. \quad (72)$$

## **Висновки**

1. Розглянуті найпростіші приклади дозволяють зробити висновок про те, що за постійного статичного моменту опору закон зміни швидкості приводу у перехідних процесах визначається характером зміни у часі моменту двигуна. Так, для отримання експоненціальної кривої швидкості  $\omega(t)$  при пуску необхідно забезпечити експоненціальну залежність моменту від часу; для отримання рівномірно прискореного процесу пуску необхідно формувати прямокутний закон зміни моменту двигуна від часу і т.д.

2. Формування необхідних законів руху електроприводу механізмів підйому вантажу кранів забезпечується формуванням відповідних законів зміни від часу електромагнітного моменту двигуна.

3. Рівняння руху жорсткого приведенного механічного ланцюга електроприводу дозволяє у більш простій й наочній формі аналізувати умови руху приводу. Проте використання узагальненої пружної двомасової системи уточнює параметри перехідного режиму й до того ж дозволяє визначити коливні властивості та характеристики вказаних процесів, які при цьому можуть виникнути.

4. Розрахунки та встановлені залежності можна у подальшому використати для уточнення існуючих інженерних методик, які аналізують перехідні процеси у режимах пуску/гальмування електроприводів механізмів підйому вантажу кранів.

### Список використаних джерел

1. Ключев В. И. Теория электропривода: учеб. для вузов / В. И. Ключев. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.
2. Голован А. Т. Основы электропривода / А. Т. Голован. – М. ; Л. : Госэнергоиздат, 1959. – 344 с.
3. Андреев В. П. Основы электропривода : учеб. пособие / В. П. Андреев, Ю. А. Сабинин. – М. ; Л. : Госэнергоиздат, 1963. – 722 с.
4. Основы автоматизированного электропривода : [для вузов по спец. «Электропривод и автоматизация промустановок»] / М. Г. Чиликин, М. М. Соколов, В.М. Терехов, А. В. Шинянский. – М.: Энергия, 1974. – 567 с.
5. Чиликин М. Г. Теория автоматизированного электропривода : [учеб. пособие для вузов по спец. «Электропривод и автоматизация промустановок»] / М. Г. Чиликин, В. И. Ключев, А. С. Сандлер. – М. : Энергия, 1979. – 616 с.
6. Чиликин М. Г. Общий курс электропривода [учеб. для электромехан. и электроэнерг. спец. вузов] / М. Г. Чиликин, А. С. Сандлер. – М. : Энергоиздат, 1981. – 576 с.
7. Башарин А. В. Примеры расчета автоматизированного электропривода : учеб. пособие для вузов / А. В. Башарин, Ф. Н. Голубев, В.Г. Кепперман. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л. :



Энергия, 1972. – 440 с.

8. Вешеневский С. Н. Характеристики двигателей в электроприводе / С. Н. Вешеневский. – 6-е изд. испр. – М. : Энергия, 1977. – 431 с.

*Ловейкин В.С., Човнюк Ю.В., Ромасевич Ю.О.* «Определение продолжительности переходных процессов для разных зависимостей электромагнитного момента двигателей грузоподъемных кранов».

Определение продолжительности переходных процессов для электромагнитного момента двигателей грузоподъемных кранов, а именно АХЧ, АФК, ФХЧ, как двухмассовой системы.

**Ключевые слова:** переходный процесс, грузоподъемный кран, двухмассовая система, механизм подъема груза, колебания.

*Ловейкін В.С., Човнюк Ю.В., Ромасевич Ю.О.* «Визначення тривалості перехідних процесів для різних залежностей електромагнітного моменту двигунів вантажопідійомних кранів».

Визначення тривалості перехідних процесів для електромагнітного моменту двигунів вантажопідійомних кранів, а саме АХЧ, АФК, ФХЧ, як двомасової системи.

**Ключові слова:** перехідний процес, вантажопідійомний кран, двухмассовая система, механізм підйому вантажу, коливання.

*Loveykin V.S., Chovnyuk Y.V., Romasevich Y.O.* «Determination of

duration of transients for different dependences of electromagnetic moment of engines of loadings cranes».

Determination of duration of transients for the electromagnetic moment of engines of loadings cranes, namely АКНЧ, АФК, ФКНЧ, as a twomass system.

**Key words:** transients, loadings cranes, two mass system, mechanism of lifting freight, vibrations.

Стаття надійшла до редакції 11 травня 2009 р.