УДК 621.822-233.27

© **Чернышенко А.В., Мельниченко А.А., Павлова А.А.**

РАДИАЛЬНАЯ ЖЕСТКОСТЬ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ В БУКСАХ КРАНОВЫХ КОЛЕС

1. Постановка проблемы

При исследовании динамических моделей различного типа возникает задача определения жесткости подшипников для учета их влияния на общую картину динамических процессов. В большинстве динамических исследований кранов жесткость подшипников можно не рассматривать так как она либо многократно больше жесткости других элементов динамической системы (динамика в металлоконструкциях крана при подъеме и опускании груза), или подшипники выполняют обслуживающую функцию (поддержка осей и валов) и их жесткость не влияет на динамическую систему (динамика механизмов подъема крана, механизмов передвижения крана и т.д). Однако существуют задачи, при которых учитывать жесткость подшипников крайне необходимо. К таким задачам можно отнести динамические нагрузки при передвижении кранов по рельсовому пути [1].

2. Анализ существующих решений

Работы по определению жесткости и податливости различных подшипников качения встречаются у многих авторов. Но они направлены в основном на определение смещения оси вращения подшипников под различными нагрузками и уточнения ее геометрического положения. Особенно эта тема развита в станочном оборудовании, где жесткость подшипников существенным образом влияет на точность обработки деталей. В справочниках по подшипникам качения в основном рассматривается податливость подшипников качения, расчет которой был опубликован фирмой SKF. Для радиальных сферических роликовых подшипников радиальная податливость определяется по формуле[2]:

$$\delta_r = \frac{1.2 \cdot 10^{-3}}{\cos\alpha} \frac{\sqrt[4]{Q^3}}{\sqrt{l}}, \tag{1}$$

где α – угол контакта в подшипниках качения;

Q – радиальная нагрузка, воспринимаемая наиболее нагруженным телом качения;

l – длина ролика в подшипнике качения.

Радиальную нагрузку определяют по формуле [3]:

$$Q = \frac{5F_r}{i \cdot z \cos\alpha}, \tag{2}$$

где F_r – радиальная нагрузка;

i – число рядов;

z – число тел качения в одном ряду.

Так же рассматривается податливость с учетом радиального и осевого зазоров [3]. Однако в буксах механизмов перемещения крановых колес могут устанавливаться не только роликовые но и шариковые двурядные сферические подшипники, что меняет формулу (1) на следующую [2]:

$$\delta_r = \frac{3.2 \times 10^{-3}}{\cos\alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_T}}, \tag{3}$$

где D_T – диаметр шарика.

Однако данные расчеты не позволяют провести оценку жесткости подшипников с учетом их геометрии, свойств металла и нагрузки.

3. Цели исследования

Как уже было сказано выше, для решения некоторых задач, которые связаны с динамикой работы металлоконструкций кранов, необходимо учитывать механические свойства всех элементов конструкций, которые могут существенным образом повлиять на динамическую картину. При рассмотрении движения крана по рельсовому пути особенно важно учесть жесткость подшипников букс крановых колес, так как по своим значениям она близка к жесткости металлоконструкций. Так же при прохождении краном стыков рельсового пути жесткость подшипников букс крановых колес может оказать существенное влияние на динамическую картину всего крана.

Необходимо разработать универсальную схему расчета, которая позволила для любых шариковых сферических подшипников, по геометрическим параметрам тел качения определят их определять жесткость.

4. Основной материал исследования

Для решения поставленной задачи необходимо в начале определить основные подходы к понятию жесткости подшипников. Предлагается подойти к жесткости подшипников как к жесткости пружины, которая определяется по следующему закону:

$$F = \delta \cdot c\,, \tag{4}$$

где c – жесткость подшипника;

δ – радиальное смещение внутреннего вала подшипника (рис. 1).

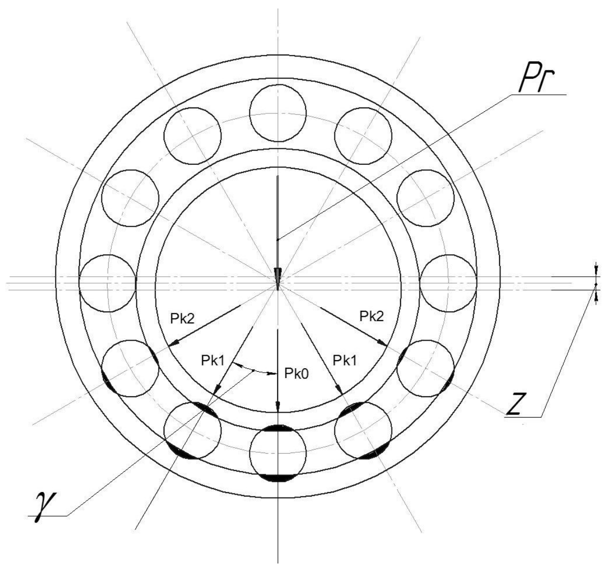

Рис. 1 – Распределение сил между телами качения в радиальном подшипнике от радиальной силы.

Исходя из (4), необходимо найти жесткость подшипников исходя из свойств металла и геометрической формы колец и тел качения подшипников.

Каждое из тел качения, которое воспринимает нагрузку, имеет два пятна контакта и воспринимает деформацию от внутреннего кольца, передавая его на наружное кольцо.

Общее выражение для вычисления величины упругого сближения кольца и тела качения имеет вид [5]

$$\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{P}{\pi} \cdot \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{a} J, \tag{5}$$

где P – нагрузка на одно тело качения;

a – наибольшая полуось эллипса контакта;

ϑ_1 и ϑ_2 – коэффициента эластичности которые соответственно равны

$$\vartheta_1 = \frac{4\left(1-\mu_1^2\right)}{E_1} \text{ и } \vartheta_2 = \frac{4\left(1-\mu_2^2\right)}{E_2}.$$

В основном все подшипники качения изготавливаются из легированной стали ШХ 15 и все их элементы имеют одинаковую твердость. Учитывая, что для стали модуль Юнга - $E = 2.15 \cdot 10^5$ МПа, а коэффициент Пуассона - $\mu = 0.3$. Тогда формулу (5) можно записать в следующем виде;

$$\delta = 3\frac{P}{a}\frac{\left(1-\mu^2\right)}{E\pi} J = 4.042 \cdot 10^{-6} \frac{P}{a} J. \tag{6}$$

Жесткость при сближении кольца и тела качения подшипника можно определить с учетом (1)

$$c = \frac{P}{\delta} = 4.042 \cdot 10^6 \frac{a}{J}, \tag{7}$$

для общего случая контакта тел качения

$$a = J1 \bullet \sqrt[3]{\frac{4}{3}\frac{Pk}{\left(\frac{1}{R_{11}}+\frac{1}{R_{12}}+\frac{1}{R_{21}}+\frac{1}{R_{22}}\right)\sin^2\frac{\tau}{2}}}$$

Учитывая преобразования, приведенные Пинегиным [4], получаем следующую расчетную формулу для определения полуоси эллипса контакта

$$a = J1 \bullet \sqrt[3]{\frac{4}{3}\frac{Pk}{\left(\frac{1}{R_{11}}+\frac{1}{R_{12}}+\frac{1}{R_{21}}+\frac{1}{R_{22}}\right)\left(1-\frac{\frac{-\frac{1}{R_{11}}+\frac{1}{R_{12}}-\frac{1}{R_{21}}+\frac{1}{R_{22}}}{\frac{1}{R_{11}}+\frac{1}{R_{12}}+\frac{1}{R_{21}}+\frac{1}{R_{22}}}}{2}\right)}}, \tag{8}$$

где $J1 = \int_0^\infty \frac{dz}{\sqrt{K\left(1+\frac{z^2}{K^2}\right)^3\left(1+z^2\right)}}$ - эллиптический интеграл.

В сферических подшипниках контакт шара с внешним кольцом можно рассмотреть как контакт двух тел имеющих одинаковые радиусы кривизны, то есть $R_{11} = R_{12} = R_1$ - радиус шара, а $R_{21} = R_{22} = R_2$ - радиусы наружного сферического кольца. Для таких радиусов кривизны пятно контакта будет иметь форму шара. Тогда проведя преобразования, с учетом кривизны вступающих в контакт поверхностей и решения эллиптического интеграла $J1 = 0.785$ мы получим.

$$a = 0.785 \bullet \sqrt[3]{\frac{4}{3}\frac{Pk}{\left(\frac{2}{R_1}-\frac{2}{R_2}\right)}} = 0.864 \bullet \sqrt[3]{\frac{Pk}{\left(\frac{4}{D_ø}-\frac{4}{D_{ñô}}\right)}}. \tag{9}$$

где $D_Ø$ – диаметр шара,

$D_{ñô}$ – диаметр сферы подшипника.

Учитывая (7) и (9), а также, что при вышеприведенных геометрических параметрах $J = 1.571$, определяем жесткость при сжатии наружного кольца и шара сферического подшипника в следующем виде:

$$c_1 = 2.223 \cdot 10^6 \sqrt[3]{\frac{Pk}{\left(\frac{4}{D_ø}-\frac{4}{D_{ñô}}\right)}}. \tag{10}$$

Для определения жесткости между шаром и внутренним кольцом воспользуемся тем же алгоритмом, учитывая, что для определения полуоси эллипса контакта между шаром и внутренним кольцом мы воспользуемся предложенным ранее решением [5]

$$a = J1 \bullet \sqrt[3]{\frac{4}{3}\frac{Pk}{\left(\frac{4}{D_{ø}}+\frac{1}{R_{ä}}-\frac{1}{R_{æ}}\right)\left(1-\frac{\frac{-\frac{1}{R_{ä}}-\frac{1}{R_{æ}}}{\frac{4}{D_{ø}}+\frac{1}{R_{ä}}-\frac{1}{R_{æ}}}}{2}\right)}}\,. \qquad (11)$$

Учитывая основные геометрические параметры внутреннего кольца подшипника и шара, можем записать (11) в следующем виде

$$a = 3.364 \bullet \sqrt[3]{\frac{Pk}{\left(\frac{4}{D_{ø}}+\frac{1}{R_{ä}}-\frac{1}{R_{æ}}\right)\left(1-\frac{\frac{-\frac{1}{R_{ä}}-\frac{1}{R_{æ}}}{\frac{4}{D_{ø}}+\frac{1}{R_{ä}}-\frac{1}{R_{æ}}}}{2}\right)}}\,. \qquad (12)$$

Тогда с учетом (7) и (12), а так же значений эллиптических интегралов $J = 4.049$ и $J1 = 3.056$ мы получаем жесткость при контакте внутреннего кольца и шара

$$c_2 = 5.506 \cdot 10^7 \sqrt[3]{\frac{Pk}{\left(\frac{4}{D_{ø}}+\frac{1}{R_{ä}}-\frac{1}{R_{æ}}\right)\left(1-\frac{\frac{-\frac{1}{R_{ä}}-\frac{1}{R_{æ}}}{\frac{4}{D_{ø}}+\frac{1}{R_{ä}}-\frac{1}{R_{æ}}}}{2}\right)}} \qquad (13)$$

Общая жесткость при взаимодействии колец и шара в подшипнике состоит из двух жесткостей c_1 и c_2 взаимодействующих последовательно.

Согласно [6] при последовательном взаимодействии жесткостей их общую составляющую можно найти через податливость следующим образом,

$$e_{1,2} = e_1 + e_2\,, \tag{14}$$

где $e = 1/c$ - величина обратная жесткости.

Следовательно, податливость будет равна;

$$e_{1,2} = 2.223\cdot 10^{-6}\sqrt[-3]{\frac{Pk}{\left(\frac{4}{D_ø}-\frac{4}{D_{ñô}}\right)}} + 5.506\cdot 10^{-7}\sqrt[-3]{\frac{Pk}{\left(\frac{4}{D_ø}+\frac{1}{R_ä}-\frac{1}{R_æ}\right)\left(1-\frac{\frac{-\frac{1}{R_ä}-\frac{1}{R_æ}}{\frac{4}{D_ø}+\frac{1}{R_ä}-\frac{1}{R_æ}}}{2}\right)}} \tag{15}$$

Так как внутреннее кольцо обычно с натягом садится на вал, а наружное устанавливается в буксу то их можно принять абсолютно жесткими и ограничиться учетом только контактной жесткости. Однако при расчете необходимо учесть также жесткость самого тела качения, то есть шара. Сжатие шара можно рассмотреть как сжатие полусферы умноженное на 2 для того, чтобы упростить расчет и избежать работы с мнимыми числами. Тогда сжатие шара можно представить в виде суммы отдельных тел с изменяемой площадью,

$$\Delta l = 2\frac{Pk}{E\cdot\pi}\sum_{i=1}^{n}\frac{l_{i+1}+l_i}{\frac{D_{sh}^2}{4}-l_i^2}\,. \tag{16}$$

В данном случае сумма легко заменяется интегрированием, тогда,

$$\Delta l = 2\frac{Pk}{E\cdot\pi}\cdot\int\frac{1}{\frac{D_{sh}^2}{4}-l^2}dl = 2\frac{Pk}{E\cdot\pi}\cdot\frac{arctg\left(\frac{l}{\sqrt{\frac{D_{sh}^2}{4}}}\right)}{\sqrt{\frac{D_{sh}^2}{4}}}\,. \tag{17}$$

Подставляя в (17) (4) и проведя соответствующие преобразования получаем, что податливость шара изготовленного из стали и сжимаемого силой Pk будет равна

$$e_{sh} = 3.183\cdot 10^{-6}\cdot \frac{arctg\left(\dfrac{\frac{D_{sh}}{2}}{\sqrt{\frac{D_{sh}^2}{4}}}\right)}{\sqrt{\frac{D_{sh}^2}{4}}} = \frac{2.499\cdot 10^{-6}}{\frac{D_{sh}}{2}}(18) \tag{18}$$

Податливость всей группы (наружное кольцо, шар, внутреннее кольцо) можно определить как сумму податливостей при контакте шара с кольцами подшипника и податливости самого шара. Тогда суммарная податливость будет равна

$$e = 2.223\cdot 10^{-6}\sqrt[-3]{\frac{Pk}{\left(\frac{4}{D_ш}-\frac{4}{D_{сф}}\right)}} + \frac{2.499\cdot 10^{-6}}{\frac{D_{sh}}{2}} + $$
$$+5.506\cdot 10^{-7}\sqrt[-3]{\frac{Pk}{\left(\frac{4}{D_ш}+\frac{1}{R_д}-\frac{1}{R_ж}\right)\left(1-\dfrac{\dfrac{-\frac{1}{R_д}-\frac{1}{R_ж}}{\frac{4}{D_ш}+\frac{1}{R_д}-\frac{1}{R_ж}}}{2}\right)}} \tag{19}$$

Нагрузка Pk_i определяется, согласно [5], по формуле

$$Pk_i = 2Pk_0\cdot\cos^3(\gamma i)\cdot\cos\alpha\,, \tag{20}$$

а Pk_0 находим из следующего выражения

$$Pk_0 = \frac{P_r}{\cos(\alpha)\left[1+2\sum_{i=0}^{n/2-1}\cos^3(i\cdot\gamma)\right]} \tag{21}$$

В радиальном подшипнике, в восприятии радиальной нагрузки участвуют только те шарики, которые расположены на дуге не превышающей 180^0. Следовательно, необходимо учесть жесткость всех тел качения, которые воспринимают нагрузку. Как видно из (19) жесткость зависит от воспринимаемой нагрузки. Жесткость всего подшипника можно рассчитать как сумму всех жесткостей от взаимодействия внутреннего и внешнего кольца с телами, которые вступают во взаимодействие. Для упрощения расчета допустим, что при работе нагруженного подшипника жесткость его не изменяется в зависимости от геометрического положения тел качения относительно линии действия силы. Также необходимо учесть только радиальную составляющую жесткости. Тогда суммарная жесткость подшипников будет равна

$$c = c_0 \cdot \cos(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot \sum_{1}^{n/2-1} c_i \cdot \cos(\gamma \cdot i), \tag{22}$$

где $c = \frac{1}{e}$ – жесткости тел качения;

α – угол между телами качения в плоскости, проходящей через ось вращения подшипника;

γ – угол между телами качения, который можно найти из следующего выражения

$$\gamma = \frac{2\pi}{z}, \tag{23}$$

где z – количество тел качения в подшипнике.

5. Выводы

Нами получена четкая методика расчета, позволяющая оценить жесткость радиальных двурядных сферических подшипников качения. Последовательность расчета рекомендуется проводить следующим образом:

1. по формуле (21) оценить нагрузку, которая приходиться на самое нагруженное тело качения;
2. по формуле (20) найти нагрузку, которая приходиться на каждое из тел качения, которые воспринимают радиальную нагрузку;
3. по формуле (19) рассчитать податливость каждого из тел качения и перевести податливости всех тел качения в жесткости.
4. по формуле (22) рассчитать общую жесткость всего подшипника.

Список использованных источников

1. Лобов Н. А. Динамика передвижения кранов по рельсовому пути: учеб. пособие / Н. А. Лобов. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 232 с.
2. SKF bearing in machine tools. N 2580 E. – 1973. – 172 p.
3. Бейзельман Р. Д. Подшипники качения: справочник / Р. Д. Бейзельман, Б. В. Ципкин, Л. Я. Перель. – 6-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1975.
4. Пинегин С. В. Контактная прочность и сопротивление качению / С. В. Пинегин. – М. : Машиностроение, 1969. – 342 с.
5. Мельниченко А. А. Распределение нагрузки между телами качения в радиальных подшипниках / А. А. Мельниченко, Н. Н. Фидровская, А. В. Чернишенко // Вестн. Харьк. нац. автомобильно-дорож. ун-та. – Х., 2004. – Вып. 27.

6. Федорова З. М. Подъемники : учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов / З. М. Федорова, И. Ф. Лукин, А. П. Нестеров. – К. : Вища шк., 1976. – 294 с.
7. Решетов Д. Н. Детали машин : учеб. для машиностроит. и механ. спец. вузов / Д. Н. Решетов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1989. – 496 с. : ил.

Чернышенко А.В., Мельниченко А.А., Павлова А.А. «Радиальная жесткость подшипников качения в буксах крановых колес».

В статье рассмотрен метод определения радиальной жесткости сферических двухрядных шариковых подшипников качения с учетом геометрической формы тел качения и колец, а также нагрузки, воспринимаемой подшипниками.

Чернишенко О. В., Мельниченко О.А., Павлова А.О. «Радіальна жорсткість підшипників кочення в буксах кранових коліс».

У статті розглянутий метод визначення радіальної жорсткості сферичних дворядних кулькових підшипників кочення з урахуванням геометричної форми тіл кочення й кілець, а також навантаження, сприйманої підшипниками.

Chernyshenko A.V., Melnichenko A.A., Pavlova A.A. "Radial acerbity bearing swings in bushes crane travel wheel".

In this article is considered the method of the determination of the radial rigidity of spherical double-row frictionless bearing with taking into account geometric forms of solids of rolling and rings, also load, what is taken by bearings.