

УДК 621.01

©Малініна Ю.В.

## **К ПИТАННЮ СИНТЕЗУ МЕХАНІЗМІВ З ПАСИВНИМИ ЗВ'ЯЗКАМИ**

### **1. Постановка проблеми**

Синтез важільних механізмів – один з найвідповідальніших етапів у процесі проектування механізму, оскільки якраз на цьому етапі формуються основні кінематичні властивості, які необхідні механізму для виконання покладених на нього функцій.

Умови перетворення руху, для виконання яких проектується механізм, досить різноманітні, що визначається надзвичайно широким спектром робочих функцій, які накладаються на механізм у різних машинах, приладах і пристроях сучасної техніки. Теоретично за допомогою плоских важільних механізмів можна точно відтворити будь-яку плоску алгебраїчну криву, але із збільшенням кількості ланок у механізмі зростає ймовірність одержання недопустимих кутів передачі, збільшуються витрати потужності на тертя. Тому постає задача віднайти такі параметри механізму, які здатні забезпечити заданий закон руху і відтворити задану траєкторію.

## **2. Аналіз досліджень**

Основні задачі синтезу, було поділено на три основні етапи. Перший етап називається структурним синтезом і полягає у виборі структурної схеми механізму, що має потрібну кількість ступенів вільності, кількість та вид ланок і кінематичних пар. Другий етап – кінематичний синтез, задача якого - визначити геометричні розміри ланок, що забезпечують задані кінематичні умови роботи механізму. Якщо потрібно врахувати також динамічні властивості механізму, розв'язується більш загальна задача динамічного синтезу. Ці задачі вирішуються в роботах І. І. Артоболевського, М. І. Левитського, С. Н. Кожевникова та інш. [1,2,3], які пропонують вирішувати основні задачі синтезу трьома основними методами: графічним, аналітичним або графоаналітичним. Вибір того чи іншого методу значною мірою залежить від умов, поставлених при проектуванні.

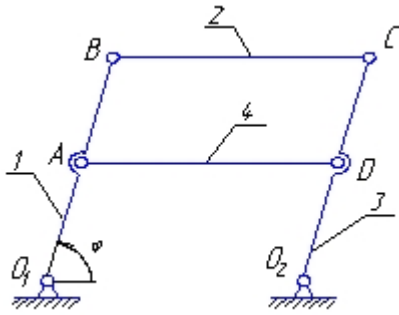
## **3. Ціль дослідження**

Основною метою даної роботи є задача сформулювати методику синтезу плоского механізму із пасивними зв'язками аналітичним методом.

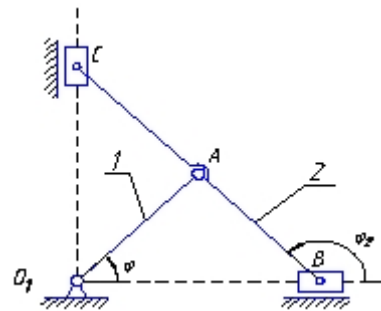
## **4. Виклад основного матеріалу**

Відомі на практиці механізми типу зведеного паралелограма або спарника (див. рис. 1), еліпсографа (див. рис. 2) і ряд інших, добре описаних у літературі [3, 4], мають пасивні (надлишкові) зв'язки, що

не впливають на рух інших ланок механізму.



**Рис. 1**



**Рис. 2**

Ступінь рухливості таких механізмів, знайдений по універсальних структурних формулах, виявляється нижче фактичною. Це говорить про те, що не всі зв'язки є незалежними, як передбачалося при виведенні цих формул. Поява ступеня рухливості механізму обумовлена геометричними співвідношеннями постійних параметрів ланок, на які ці зв'язки накладені. Наявність таких зайвих зв'язків може бути виявлена при аналізі рівнянь зв'язків і не завжди очевидна, якщо немає реальної фізичної моделі механізму, особливо коли механізм представлений у вигляді його структурного графа.

Наявність пасивних зв'язків можна знайти в багатьох механізмах і в тих випадках, коли точка ланки, що приєднується, має траєкторію, близьку до траєкторії приєднаної точки механізму, а рух стає можливим за рахунок зазорів у кінематичних парах. Заздалегідь врахувати наявність у механізмі пасивних зв'язків важко і знайти їх можливо тільки при більш детальному дослідженні, чим це вимагає

підрахунок по формулі Чебишева. Однак можна вказати, що пасивні зв'язки з'являються у випадку паралельності або збігу траєкторій, при наявності тільки одних поступальних пар в елементарній групі, що зустрічаються при обході від однієї зовнішньої кінематичної пари до іншої, при збігу напрямків осей циліндричних шарнірів, при накладенні симетричних частин механізму однієї на іншу, паралельній роботі деяких ланок або груп ланок і ін.

Аналіз таких механізмів дозволяє розглядати їх як структурні групи Ассура, тобто кінематичні ланцюги, що мають нульовий ступінь рухливості щодо тих елементів кінематичних пар, якими вони можуть бути приєднані до стійки або інших ланок механізму [3]. Дійсно, якщо скористатися формулою П.Л. Чебишева для плоских механізмів, то

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

де  $W$  – ступінь рухливості механізму;

$n$  – кількість рухливих ланок;

$p_5$  – кількість кінематичних пар V класу;

$p_4$  – кількість кінематичних пар IV класу

при  $n = 4$ ,  $p_5 = 6$ ,  $p_4 = 0$ ,  $W$  виявиться рівної нулеві. Отже, подібні механічні ланцюжки за визначенням є структурними групами Ассура. Механізм, зображений на рис.1, є структурною групою третього класу, другого порядку (порядок групи визначений по кількості зовнішніх повідців, який група приєднується до стійки) [5]. Відповідно, механізм на рис.2 представляє структурну групу третього класу, третього

порядку.

Записуючи функції положення для ланок структурної групи, одержимо групові рівняння зв'язків у неявному вигляді:

$$F_i(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (1)$$

Тут  $k$  - кількість координат, що визначають положення ланок структурної групи.

Диференціюючи функції положення по кожній з координат, одержимо систему однорідних лінійних рівнянь

$$\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (2)$$

Нетривіальне рішення системи (2) існує, якщо її визначник дорівнює нулеві. Нульове значення визначника означає, що деякі рівняння зв'язків системи (1) є результатом інших рівнянь, тобто деякі зв'язки ланок пасивні [3].

Для знаходження рішення складемо якобіан системи і дорівняємо його нулеві:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_k}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial F_k}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial F_k}{\partial \varphi_k} \end{vmatrix} = 0. \quad (3)$$

Рішення рівняння (3) дозволяє знаходити такі геометричні розміри ланок групи, при яких стає можливим тотожна рівність нулеві якобіана однорідної системи лінійних рівнянь (2). Практично це

означає, що дана структурна група має ненульовий ступінь рухливості. У протилежному випадку, коли  $J \neq 0$ , рішення системи (2) не існує.

Відзначимо при цьому, що особливі положення групи, що відповідають також нульовим значенням якобіана були відзначені в роботі [5], однак при цьому геометричні розміри ланок заздалегідь були задані. Пропонований нами підхід дозволяє знаходити такі геометричні розміри ланок усередині групи, при яких виникає її власна рухливість.

У підтвердження запропонованого методу розглянемо ряд прикладів кінематичного синтезу механізмів із зайвими зв'язками, побудованих на основі структурних груп Ассура третього класу. Для механізму еліпсографа, зображеного на рис. 2, складемо групові рівняння:

$$\left\{ \begin{array}{l} l_1 \cos \varphi = x_B + l_{BA} \cos \varphi_2, \\ l_1 \sin \varphi = 0 + l_{BA} \sin \varphi_2, \\ l_1 \cos \varphi + l_{AC} \cos \varphi_2 = 0, \\ l_1 \sin \varphi + l_{AC} \sin \varphi_2 = y_A. \end{array} \right. \cdot 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} l_1 \cos \varphi = x_B + l_{BA} \cos \varphi_2, \\ l_1 \sin \varphi = 0 + l_{BA} \sin \varphi_2, \\ l_1 \cos \varphi + l_{AC} \cos \varphi_2 = 0, \\ l_1 \sin \varphi + l_{AC} \sin \varphi_2 = y_A. \end{array} \right.$$

(4)

Після диференціювання по  $\varphi$  одержимо:

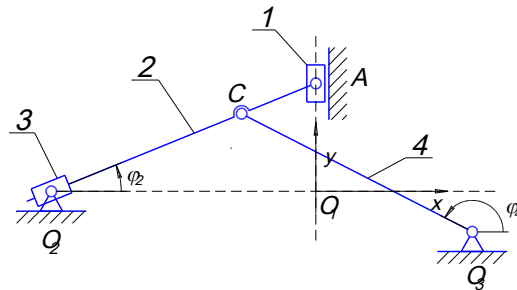
$$\begin{cases} -l_1 \sin \varphi \cdot \varphi' - x_C' + l_{BA} \sin \varphi_2 \cdot \varphi_2' = 0, \\ l_1 \cos \varphi \cdot \varphi' - l_{BA} \cos \varphi_2 \cdot \varphi_2' = 0, \\ -l_1 \sin \varphi \cdot \varphi' - l_{AC} \sin \varphi_2 \cdot \varphi_2' = 0, \\ l_1 \cos \varphi \cdot \varphi' + l_{AC} \cos \varphi_2 \cdot \varphi_2' - y_A' = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Тоді якобіан системи групових рівнянь (4) має вигляд:

$$J = \begin{vmatrix} -l_1 \sin \varphi & l_{BA} \sin \varphi_2 & -1 & 0 \\ l_1 \cos \varphi & -l_{BA} \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ -l_1 \sin \varphi & -l_{AC} \sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ l_1 \cos \varphi & l_{AC} \cos \varphi_2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -l_1 \cos \varphi \cdot l_{AC} \sin \varphi_2 - l_{BA} \cos \varphi_2 \cdot l_1 \sin \varphi \quad (6)$$

Неважко побачити, що при значеннях параметрів ланок, що задовольняють умові:  $l_{BA} = l_{AC} = l_1$ , сума кутів  $\varphi + \varphi_2 = \kappa\pi$ , отже,  $J \equiv 0$ .

Розглянемо механізм, що утворений зі структурної групи третього класу, третього порядку з внутрішньою поступальною парою. Схема механізму представлена на рис.3.



**Рис. 3**

Групові рівняння зв'язків мають такий вигляд:

$$\begin{cases} x_{O_2} + u \cos \varphi_2 = x_A; \\ y_{O_2} + u \sin \varphi_2 = y_A; \\ x_{O_3} + l_4 \cos \varphi_4 + l_{AC} \cos \varphi_2 = x_A; \\ y_{O_3} + l_4 \sin \varphi_4 + l_{AC} \sin \varphi_2 = y_A. \end{cases} \quad (7)$$

Тут  $u$  - відносна координата;  $l_{AC}$  - довжина АС;  $l_4$  - довжина ланки 4 ( $l_{CO_3}$ );  $\varphi_2$  і  $\varphi_4$  - абсолютні кути повороту ланок щодо осі  $O_1x$ .

Після диференціювання групових рівнянь по  $\varphi$  одержимо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} -u \sin \varphi_2 \cdot \varphi_2' + u' \cos \varphi_2 = 0; \\ u \cos \varphi_2 \cdot \varphi_2' + u' \sin \varphi_2 = y_A'; \\ -l_4 \sin \varphi_4 \cdot \varphi_4' - l_{AC} \sin \varphi_2 \cdot \varphi_2' = 0; \\ l_4 \cos \varphi_4 \cdot \varphi_4' + l_{AC} \cos \varphi_2 \cdot \varphi_2' = y_A'. \end{cases} \quad (8)$$

Якобіан системи групових рівнянь (7) має вигляд:

$$J = \begin{vmatrix} -u \sin \varphi_2 & 0 & \cos \varphi_2 & 0 \\ u \cos \varphi_2 & 0 & \sin \varphi_2 & -1 \\ -l_{AC} \sin \varphi_2 & -l_4 \sin \varphi_4 & 0 & 0 \\ l_{AC} \cos \varphi_2 & l_4 \cos \varphi_4 & 0 & -1 \end{vmatrix} = u \cdot l_4 \sin \varphi_4 + l_{AC} \cdot l_4 \sin(\varphi_2 - \varphi_4) \cdot \cos \varphi_2 \quad (9)$$

Дорівнюючи нулеві вираження (9), знаходимо геометричні розміри ланок, при яких дана структурна група є рухливою системою, тобто механізмом. Отримане рішення не є єдиним.

Наприклад, ця структурна група стає механізмом при наступних співвідношеннях постійних параметрів:  $x_{O_2} = -130$  мм;  $y_{O_2} = y_{O_3} = 0$ ;  $x_{O_3} = 130$  мм;  $l_{AC} = 50$  мм;  $l_4 = 180$  мм. За рахунок наявних зазорів у



кінематичних парах механізм здобуває рухливість. Локальна рухливість виникає при  $\varphi_2 = \pi$ ,  $\varphi_4 = 0$ . При максимальному зазорі в шарнірі С рівним 0,3 мм механізм має рухливість у межах  $-30 \text{ мм} \leq y_A \leq 30 \text{ мм}$ .

Методами алгебри можливо знайти таке сполучення параметрів структурної групи Ассура, при якому вона вироджується, тобто стає механізмом з ненульовим ступенем рухливості. Для цього варто скласти функціональний визначник (якобіан) системи групових рівнянь і дорівняти його тотожно до нуля. Фактично рівність якобіану нулеві означає, що деякі з рівнянь тотожні або є функцією інших; отже, один зі зв'язків, накладених при утворенні кінематичних пар, пасивний.

### **Висновки**

В дані роботи вирішувалась задача сформулювати методику синтезу плоского механізму із пасивними зв'язками аналітичним методом. Були проаналізовані рівняння зв'язків і визначені геометричні розміри ланок, при яких структурна група є рухливою системою, тобто механізмом.

### **Список використаних джерел**

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин : учеб. для вузов / И. И. Артоболевский – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1988. – 639 с.

2. Левитская О.Н. Курс теории механизмов и машин : учеб. пособие для механ. спец. вузов / О. Н. Левитская, Н. И. Левитский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985. – 279 с

3. Кожевников С.Н. Основания структурного синтеза механизмов / С. Н. Кожевников. – К. : Наук. думка, 1979.

4. Решетов Л.Н. Конструирование рациональных механизмов / Л. Н. Решетов. – 2-е изд, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1972. – 256 с.

5. Теория механизмов и машин : учеб. для высш. техн. учеб. заведений / К. В. Фролов [и др.] ; под ред. К. В.Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.

**Малинина Ю.В.** „К вопросу синтеза механизмов с пассивными связями”

В статье решается задача синтеза механизма с пассивными связями аналитическим методом.

**Ключевые слова:** рычаговый механизм, механизм с пассивными связями, плоский механизм.

**Малініна Ю.В.** „К питанню синтезу механізмів з пасивними зв'язками”

У статті вирішується задача синтезу механізму з пасивними зв'язками аналітичним методом.

**Ключові слова:** важільний механізм, механізм з пасивними

зв'язками, плоский механізм.

*Malinina J.V.* „To the question of synthesis of mechanisms with passive connections"

In the article the task of synthesis of mechanism decides with passive connections by an analytical method.

**Key words:** lever mechanism, mechanisms with passive connections, plain mechanism.

Стаття надійшла до редакції 11 березня 2009 р.