

## УПРУГИЕ СВОЙСТВА КАНАТОВ

### 1. Актуальность

С необходимостью учета упругих свойств канатов конструктор встречается во многих случаях. От модуля упругости каната при растяжении зависит величина динамических нагрузок, возникающих при торможении опускающегося груза, при подъеме груза с переменной скоростью, при неустановившемся режиме движения каната и в других случаях. Модуль упругости при растяжении фигурирует в расчетах провесов канатов, барабанов при многослойной навивке и др.

### 2. Анализ исследований

До настоящего времени проводятся исследования по определению модуля упругости каната  $E$ , но в литературе так и не появилась однозначная оценка  $E$ . Для канатов крестовой свивки К. Бах предложил формулу  $E = 0,375E_n$ , где  $E_n$  – модуль упругости проволоки. В дальнейшем и другие авторы предлагали зависимости типа  $E = aE_n$ .

Значения коэффициента  $a$  приведены в табл. 1.

Создавая теорию расчетов проволочных канатов, многие авторы делают попытку связать величину  $a$  с геометрией каната, с углами свивки проволок в пряди ( $\alpha_0$ ) и прядей в канат ( $\beta_0$ ). Укажем, например, на зависимость введенную А.Н. Динником [2]

$$a = \cos^4 \alpha_0 \cdot \cos^4 \beta_0 .3 \quad a = \cos^4 \alpha_0 \cdot \cos^4 \beta_0 ,$$

на эту же зависимость с поправкой П.П. Нестерова и Н.К. Гончаренко [3]

$$a = \cos^4 \alpha_0 \cdot \cos^4 \beta_0 \cdot (1 - \mu \cdot \operatorname{tg} \beta_0) .3 \quad a = \cos^4 \alpha_0 \cdot \cos^4 \beta_0 \cdot (1 - \mu \cdot \operatorname{tg} \beta_0) ,$$

где  $\mu = 1...3$  – для разных канатов.

Таблица 1 – Величина коэффициента  $a$  для канатов различной свивки [1]

Исследователи	Канаты		
	одинарной свивки	двойной свивки	тройной свивки
Р. Бауман	-	0,333	-
К. Бах	-	0,375	-
И. Грабак	0,6	0,360	0,216
А.М. Динник	0,88	-	-
А.И. Дукельский	0,65-0,85	0,35-0,65	-
И. Стефан	при закрытой конструкции 0,65 при полузакрытой конструкции 0,83	-	-
Другие исследователи	0,57-0,74	0,35-0,45	0,211

Модуль упругости канатов в работах разных исследователей изучен достаточно полно [4, 5]. Установлено значительное влияние конструкции каната (кабеля). Например, в исследовании Б.А. Сурженко [6] получено (табл.2).

Таблица 2 – Величины модуля упругости для кабелей различной конструкции

Тип кабеля	Величина модуля упругости, Н/мм <sup>2</sup> , $E \cdot 10^3$
КБГ-8	100
КСБ-6П	130
ККФБ-1	132
КОБДА-6	140
КТБ-6	154

Можно принять, что средние значения  $E$  лежат в пределах  $E = (1...1,5) \cdot 10^5$  .3  $E = (1...1,5) \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>. Применительно к канатам спиральным, двойной свивки и другим, зависимость  $E = E(\sigma)$  – была определена в исследованиях Л.И. Грабака, А.И. Жирякова, Б.С. Ковальского, А.М. Пенькова, Г.Л. Павленко, К.Я. Когана, Н.П. Коваленко, П.П. Нестерова, А.Н. Динника и многих других, упомянутых в [7].

В опытах А.И. Жирякова с канатами ТК 6х19+1ОС, получена зависимость  $E = 6300 + 2300\sigma$ , Н/мм<sup>2</sup>. Вообще же, в зависимости  $E = E_0 + c\sigma$  величина  $c$  – условная, т.к. получена при линеаризации опытной кривой при  $\sigma = 100 \dots 300$  Н/мм<sup>2</sup>, величина же коэффициента  $c$  определяется состоянием каната и различная для канатов «старого» и «нового». Если же для определенного диапазона значений  $\sigma$  в расчет будет введено среднее значение  $E$ , то погрешность в разных случаях не превысит 20-30 %, что в ряде случаев приемлемо, а, например, в случае расчета колебательных процессов и упругих удлинений при длине каната (кабеля) в несколько тысяч метров требует уточнения.

Другой важной характеристикой кабеля является модуль поперечной упругости, экспериментальное исследование которого выполнено на кафедре в работе [8] и дает возможность сделать следующие выводы:

1. Величина поперечной деформации каната зависит от удельного радиального давления, при возрастании удельного давления эти деформации увеличиваются. Модуль поперечной упругости каната (кабеля) зависит от удельного радиального давления, при возрастании которого модуль изменяется по кривой, близкой к параболе, примерно, до давления 30 Н/мм<sup>2</sup> модуль упругости увеличивается, заметно, затем темп роста снижается. Характер кривой объясняется тем, что в пределах от 0 до 30 Н/мм<sup>2</sup> деформация каната происходит, главным образом, за счет уплотнения свивки (уменьшения рыхлости) проволок. При давлениях от 30 до 100 Н/мм<sup>2</sup> происходит дальнейшее уплотнение свивки проволок, а также частичная деформация токопроводящих жил.

2. Канат в зависимости от натяжения изменяет свой диаметр в сторону уменьшения, т.е. утоняется, что влияет на величину поперечной деформации каната. С увеличением осевой нагрузки поперечная деформация уменьшается за счет его уплотнения.

Так как многослойная навивка кабеля на барабан является единственным

возможным решением подъемной установки при большой глубине скважины, то расчет усилий в витках каната, радиальной нагрузки витков и стенки барабана возможен только при учете упругих свойств каната, характеризуемого модулями продольной и поперечной упругости.

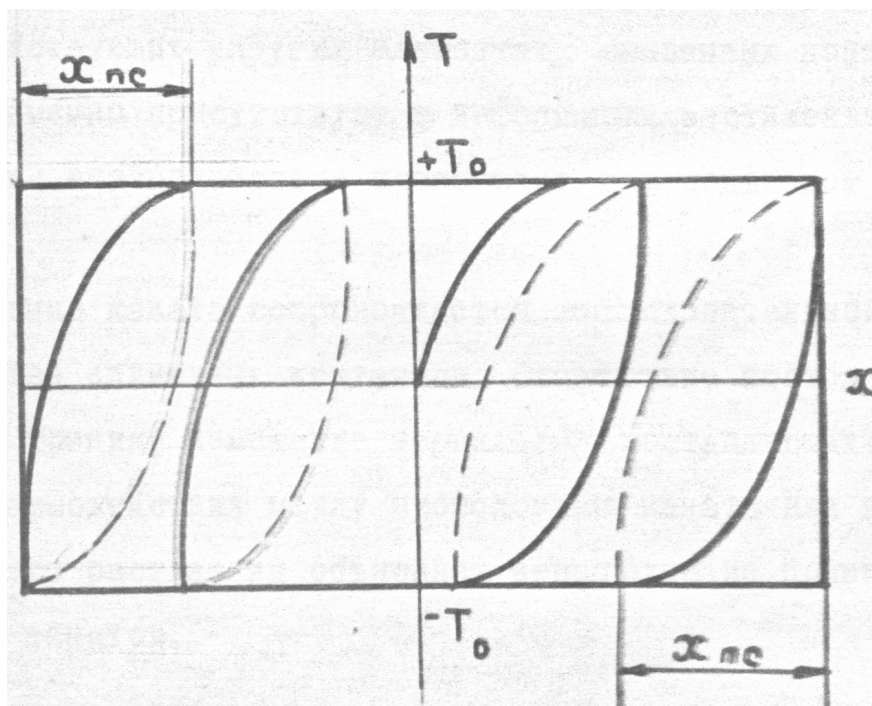
Динамика гибкого тягового органа рассматривалась многими вторами. Г.Н. Савин [9], Ф.В. Флоринский [10] рассматривают многочисленные вопросы, возникающие при рассмотрении колебаний подъемных канатов. Однако, авторами не учитывалось состояние каната и Г.И. Савин выдвинул аналитическую зависимость, позволяющую рассматривать канаты как упруго-вязкую систему.

Поэтому при изучении поведения кабеля на блоке (барабане), колебаний в скважине и других вопросов очень важно знать зависимость напряжений в кабеле  $\sigma$  от его деформаций  $\varepsilon$ . Различие значений  $\sigma(\varepsilon)$  при нагружении и разгрузке кабеля обуславливает необходимость учета гистерезисных характеристик внутреннего трения в кабеле.

Исследование рассеяния энергии механических колебаний является важной практической и научной задачей, поэтому рассмотрению вопросов, связанных с гистерезисом, посвящены работы многих авторов: Г.С. Писаренко [11], О.Е. Богинича [12], В.В. Матвеева [13], Ю.П. Бусарова [14] и др.

В работах Ю.П. Бусарова показано, что гистерезисный характер зависимости сил трения  $T$  от перемещения  $x$  с учетом явления предварительного смещения, справедлив как в случае единичного контакта, так и в случае сложных устройств, когда последовательно реализуется множество единичных контактов, т.е. Ю.П. Бусаров вводит гистерезисную характеристику контактного взаимодействия (рис. 1). Ветви произвольного гистерезисного цикла представляется семействами кривых нагружения  $\dot{x} > 0$  и разгрузки  $\dot{x} < 0$ . Переход с одного уровня жесткого скольжения,  $-T_0$  на другой  $+T_0$  и обратно осуществляется в пределах зоны предварительного смещения  $x_{n.c.}$ . Наличие плавного перехода от упругого скольжения к жесткому отмечается

многими авторами [15].



**Рис.1.** – Модель сухого трения с постоянным уровнем жесткого скольжения

Для описания зависимости сил трения  $T$  от перемещения  $x$ , Ю.П. Буссаров предложил интегральные функции [14].

$$T = \begin{cases} T_0 [1 - \exp\{-b(x - c_1)\}] & \dot{x} > 0, \\ -T_0 [1 - \exp\{b(x - c_2)\}] & \dot{x} < 0, \end{cases}$$

являющиеся решением системы дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \begin{cases} b(T_0 - T), & \dot{x} > 0 \\ b(T - T_0), & \dot{x} < 0 \end{cases}$$

Здесь  $c_1$  и  $c_2$  – постоянные, учитывающие сдвиг кривой по горизонтали;  $b$  – показатель экспоненты.

Предложенная Ю.П. Бусаровым модель соответствует принципу Рэлея-Мазинга [16], необходимым условием для чего является постоянство предельных сил трения  $\pm T$  в процессе нагружения. При этом пренебрегают явлением последействия, релаксации и эффектом Баушнигера [13, 17]. Плавный переход от упругого скольжения к жесткому соответствует условиям смешанного контакта [15], когда во взаимодействующих упругих элементах,

связанных контактом трения, одновременно присутствуют и деформации растяжения и деформации сдвига; взаимодействие происходит при подвижном контакте трения.

Растяжение каната сопровождается последовательной реализацией множества единичных контактов. Отсутствие постоянства предельных сил трения, изменение нормальных составляющих сил контактного взаимодействия между проволоками: каната или каротажного кабеля при его растяжении объясняет невыполнение принципа Рэлея-Мазинга для канатов.

## 2. Постановка задачи

В соответствии с изложенным состоянием рассматриваемой проблемы, необходимо исследовать упругие характеристики каротажного кабеля при статическом растяжении.

## 3. Основной материал

Более подробное описание исследований дано в работе [18].

Полагая, что сила трения в кабеле прямо пропорциональна его деформации  $\Delta l$ , можно предложить, вместо модели Ю.П. Бусарова, модель с переменным уровнем предельных сил трения  $+T_0$  (рис. 2)

$$T = \begin{cases} T_0 [1 + k'\Delta l - a_H \exp(-b\Delta l)] & \Delta l > 0 \\ -T_0 [1 + k'\Delta l - a_H \exp(b\Delta l)] & \Delta l < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $a_H$  и  $a_p$  – постоянные, учитывающие сдвиг кривых по горизонтали;

$T_0$  – предельная сила трения в ненатянутом канате.

Для удобства в дальнейших расчетах перейдем к координатам напряжение-деформация. При этом выделим особо напряжение  $\sigma_y$ , соответствующее упругим деформациям кабеля. Функцию  $\sigma_y$  определим при обработке экспериментальных петель. Запишем зависимости расчетных напряжений кабеля при нагружении  $\sigma_H$  и разгрузении  $\sigma$

$$\begin{cases} \sigma_H = \sigma_y + \sigma_0 [1 + k\varepsilon - \alpha_H \exp(-\beta\varepsilon)] \\ \sigma_p = \sigma_y + \sigma_0 [1 + k\varepsilon - \alpha_p \exp(\beta\varepsilon)] \end{cases} \quad (2)$$

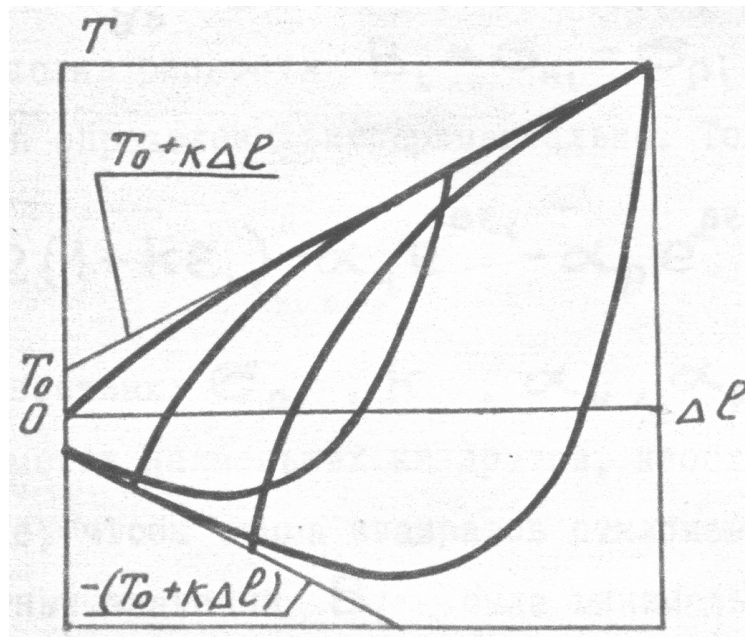
где  $\varepsilon = \Delta l / l$ ;

$l$  – длина испытываемого образца кабеля;

$k = k'l$ ;  $\beta = bl$ ;

$\sigma_0 = T_0 / F$ ;

$F$  – площадь сечения проволок кабеля.



**Рис.2** – Модель сухого трения с переменным уровнем жесткого скольжения

Заметим, что модель (2) позволяет определить упругую характеристику с любой нелинейностью, а также описать любую петлю гистерезиса, для чего значения произвольных постоянных  $\alpha_H$  и  $\alpha_p$  можно также определить из следующих условий (рис. 3):

1. Нагружение от нуля:  $\varepsilon = 0$ ;  $\sigma_y(\varepsilon) = 0$ ;  $\sigma = 0$ ;  $\alpha_H = 1$ .
2. Разгружение после достижения деформации  $\varepsilon^*$  при нагружении от нуля:  $\sigma_H(\varepsilon^*) = \sigma_p(\varepsilon^*)$ ,  $\alpha_p^* = [2(1 + k\varepsilon^*) - \exp(-\beta\varepsilon^*)] \exp(-\beta\varepsilon^*)$ .
3. Нагружение от точки  $\varepsilon^{**}$ ;  $\sigma_H(\varepsilon^{**}) = \sigma_p(\varepsilon^{**})$ ,

$$\alpha_p^{**} = [2(1 + k\varepsilon^{**}) - \alpha_p^* \exp(\beta\varepsilon^{**})] \exp(\beta\varepsilon^{**});$$

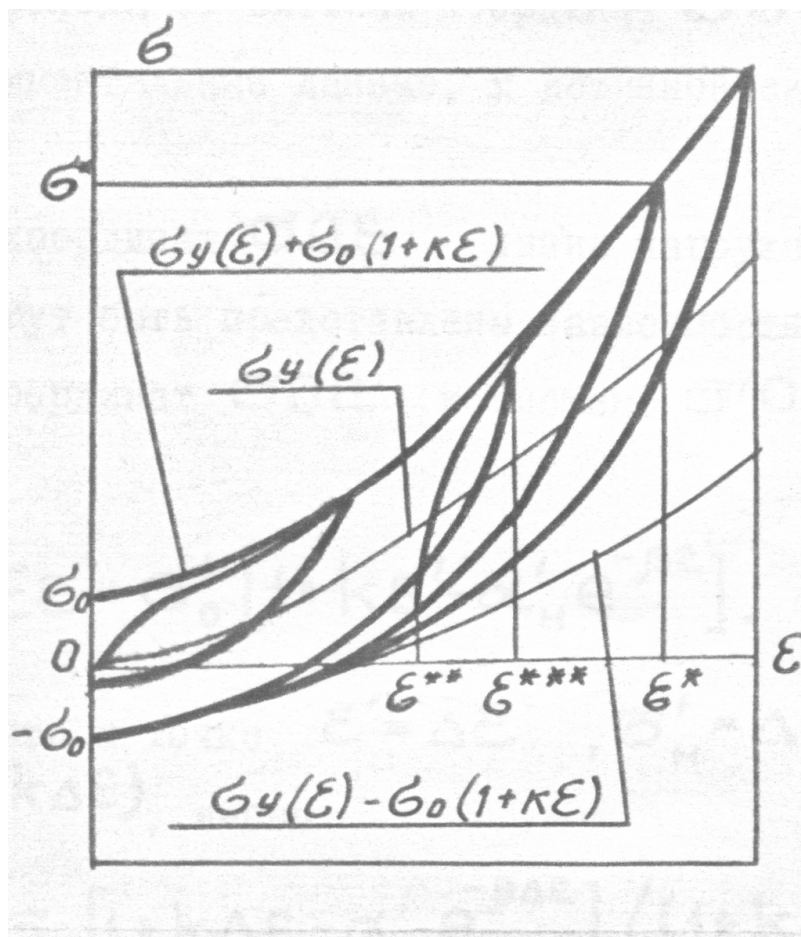
4. Разгрузка от точки  $\varepsilon^{***}$ ;  $\sigma_H(\varepsilon^{***}) = \sigma_p(\varepsilon^{***})$ ,

$$\alpha_p^{***} = [2(1 + k\varepsilon^{***}) - \alpha_H^{**} \exp(-\beta\varepsilon^{***})] \exp(-\beta\varepsilon^{***});$$

5. История нагружения каната неизвестна. Напряженно-деформированное состояние определяется значениями  $\varepsilon_K, \sigma_K, \sigma_H(\varepsilon_K) = \sigma_p(\varepsilon_K)$ ;

$$\alpha_H = \left( 1 + k\varepsilon_K - \frac{\sigma_K - \sigma_y}{\sigma_0} \right) e^{\beta\varepsilon_K},$$

$$\alpha_p = \left( 1 + k\varepsilon_K - \frac{\sigma_K - \sigma_y}{\sigma_0} \right) e^{-\beta\varepsilon_K}.$$



**Рис. 3** – Модель сухого трения в канате

Затрагивая вопрос о модуле упругости каната, заметим, что нами получены значения модуля упругих деформаций  $E$  и кажущихся модулей



упругости при нагружении и разгрузении кабеля

$$\begin{aligned} E_H &= E + \sigma_0 [k + \alpha_H \beta \exp(-\beta \varepsilon_i)], \\ E_P &= E - \sigma_0 [k - \alpha_P \beta \exp(\beta \varepsilon_i)]. \end{aligned} \quad (3)$$

На рис. 4 приведены графики изменения кажущихся модулей упругости и среднего модуля  $E_{cp} = (E_H + E_P)/2$  для кабеля КГЗ-149-220 в условиях чистого и свободного растяжения. Заметим, что значения  $E_{cp}$  и  $E$  расходятся в пределах зоны предварительного смещения и совпадают в зоне жесткого скольжения.

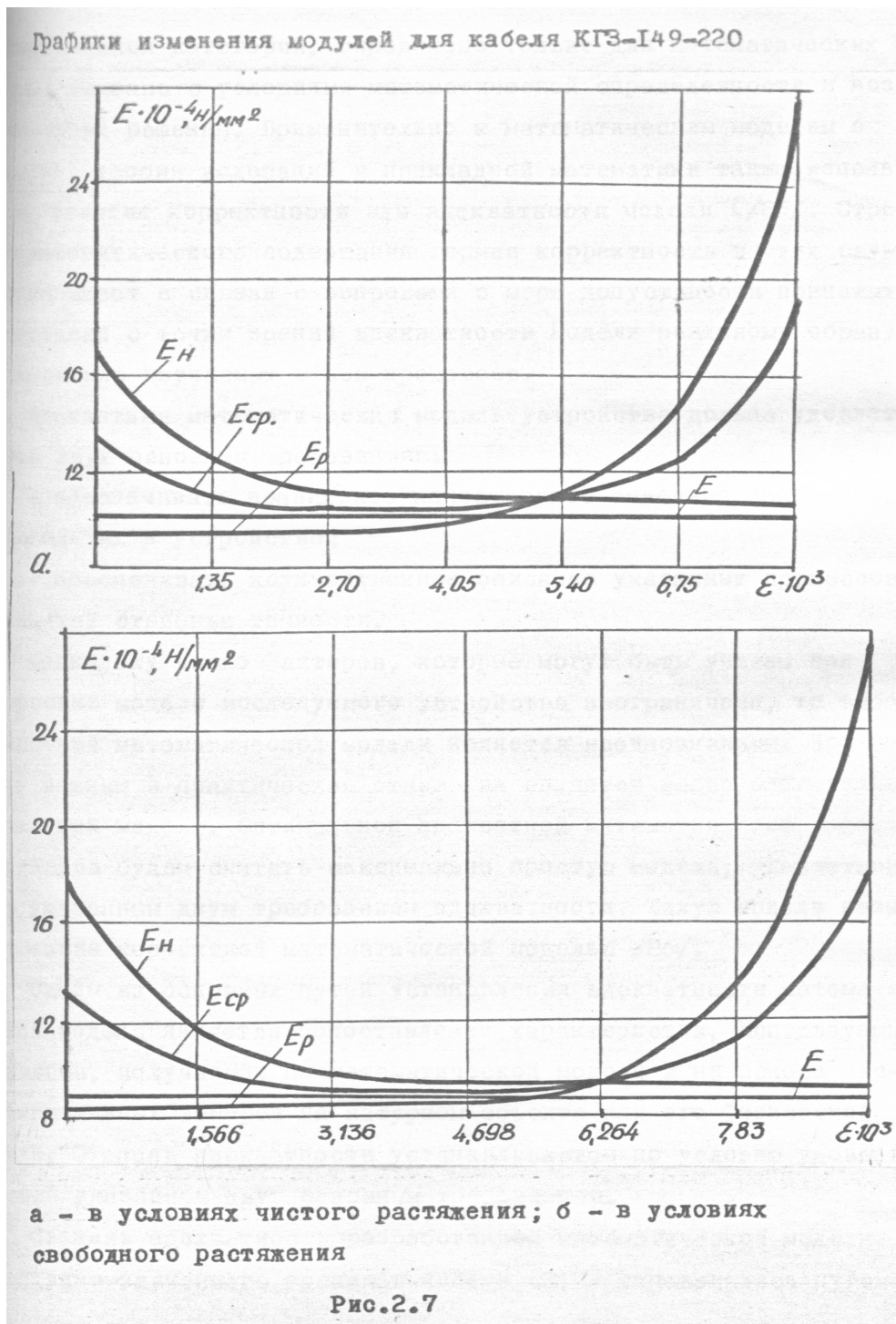


Рис. 4 – Графики изменения модулей для кабеля КГЗ-149-220:

а – в условиях чистого растяжения; б – в условиях свободного растяжения

### Выводы

При расчетах упругого скольжения каната относительно шкива, барабана для многослойной навивки, упругих удлинений кабеля в скважине следует принимать модуль упругости для кабеля КГЗ-149-220 в случае чистого растяжения –  $101\,000\text{ Н/мм}^2$ , в случае свободно растяжения –  $87\,000\text{ Н/мм}^2$ .

Сильно расходящиеся значения модулей упругости у разных авторов и даже характер зависимости модуля от напряженно-деформированного состояния каната можно объяснить различием методик экспериментов и обработки результатов, т.к. могли быть получены различные кривые нагружения и разгружения с различными кажущимися модулями.

### **Список использованных источников**

1. Букштейн М. А. Производство и использование стальных канатов / М. А. Букштейн. – М. : Металлургия. 1973. – 360 с.
2. Лобов Н.А. Об определении модуля упругости подъемных канатов / Н. А. Лобов, З. А. Шкворченко // Подъемно-транспортные машины: сб. науч. тр. / ВНИИПТМаш. – М. , 1975. – № 1, вып. 2. – С. 11–19.
3. Теория и практика подъема / под ред. П. П. Нестерова. – К.: Наук. думка, 1975. – 355 с.
4. Бессонов В. Г. О модуле упругости стальных канатов / В. Г. Бессонов // Научные записки / Ин-т машиноведения и автоматики АН УССР. – 1955. – Т. 4, вып. 3. – С. 141–143.
5. Коваленко Н. И. Модуль упругости и факторы стойкости проволочных канатов / Н. И. Коваленко. – Днепропетровск : ДМИ, 1958. – 73 с.
6. Сурженко Б. А. Исследование барабана с многослойной навивкой для грузоподъемных средств : автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Х., 1975. – 22 с.
7. Жиряков А. И. Модуль упругости каната двойной свивки / А. И. Жиряков, Б. С. Ковальский // Расчеты деталей машин, элементов, сооружений / ХВКИУ. – Х. , 1969. – Вып. 2. – С. 33–44.
8. Исследование влияния температурных режимов эксплуатации на работу элементов барабана, тормозной системы и кабеля для каротажного подъемника ПК-15: отчет о НИР (заключит.) / Укр. заоч. политехн. ин -т. – Х., 1985. – 291 с.– № ГР 01820081675. – Инв. № 02860099758.
9. Савин Г. Н. Динамическая теория расчета шахтных подъёмных канатов / Г. Н. Савин. – К. : АН УССР, 1962. – 332 с.

10. Флоринский Ф. В. Динамика шахтного подъема / Ф. В. Флоринский. – К. : Углетехиздат, 1955. – 96 с.
11. Писаренко Г. С. Уравнение контуров петель гистерезиса, характеризующих рассеяние энергии в материале при вибрации / Г. С. Писаренко // Прикладная механика. – 1969. – Т. 5, вып. 2. – С. 96–107.
12. Писаренко Г. С. Колебания кинематически возбуждаемых механических систем с учетом диссипации энергии / Г. С. Писаренко, О. Е. Богинич. – К. : Наук. думка, 1981. – 218 с.
13. Матвеев В. В. К описанию контура петли механического гистерезиса / В. В. Матвеев // Проблемы прочности. – 1973. – Вып. 8. – С. 3–10.
14. Бусаров Ю. П. Математическая модель гистерезиса внешнего трения / Ю. П. Бусаров, М. С. Островский // Машиноведение. – 1976. – Вып. 5. – С. 82–88.
15. Андреев А. З. Передача трением / А. З. Андреев. – М. : Машиностроение, 1978. – 176 с.
16. Кадашевич Ю. И. О расширенном принципе Мазинга в теории вязкопластичности / Ю. И. Кадашевич, В. С. Клеев // Проблемы прочности. – 1982. – Вып. 7. – С. 50–51.
17. Осташев Н. А. Зависимость деформации материалов от времени действия нагрузки и скорости ее приложения / Н. А. Осташев. – К. : Академия архитектуры УССР, 1954. – 34 с.
18. Беспалов В. Н. Гистерезис при статическом растяжении каротажных канатов / В. Н. Беспалов, Б. С. Ковальский, С. Л. Смоляков // Механика технологического оборудования / МО СССР. – 1988. – Вып. 1. – С. 57–72.

**Смоляков С.Л.** «Упругие свойства канатов».

В статье исследуются упругие характеристики каротажного кабеля при статическом растяжении. Приведены значения модуля упругости, которые необходимо принимать при расчетах.

**Ключевые слова:** канат, модуль упругости, расчет, статическое

растяжение.

***Смоляков С.Л.*** «Пружні властивості канатів».

У статті досліджуються пружні характеристики каротажного кабелю при статичному розтягненні. Приведені значення модулю пружності, що необхідно приймати при розрахунках.

***Ключові слова:*** канат, модуль пружності, розрахунок, статичне розтягнення.

***Smolyakov S.L.*** “Elastic characteristics of ropes”.

In the article elastic characteristics of hoist cable by static tension are researched. The given values of modules of elasticity, that must be take by calculation.

***Key words:*** rope, modulus of elasticity, calculation, static tension

Стаття надійшла до редакції 6 травня 2010 р.