Першина Ю.І., Католик І.М.
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДВОВИМІРНИХ РОЗРИВНИХ ОБ'ЄКТІВ НОВИМИ ІНФОРМАЦІЙНИМИ ОПЕРАТОРАМИ
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

Сьогодні основна увага в теорії апроксимації функцій багатьох змінних сплайнами приділяється апроксимації неперервних і диференційованих функцій неперервними і диференційованими сплайнами. Водночас практика показує, що серед багатовимірних об’єктів, які потребують дослідження, значно більша їх кількість описується розривними функціями. Для вирішення різних типів завдань можуть використовуватися різний тип даних в якості експериментальних даних.

Якщо функція апроксимується методами інтерполяції або апроксимації, то для їх побудови необхідно мати значення функції в заданих точках; якщо апроксимація виконується методами інтерлінації, сліди шуканої функції вздовж заданої системи ліній.

У цій роботі досліджуються методи побудови математичних моделей розривних функцій з використанням різноманітної інформації про них [1]: односторонніх значень у точках та односторонніх слідів по заданій системі ліній.

Розглядається випадок, коли область визначення шуканої функції триангульована прямокутними трикутниками. Проводиться порівняльний аналіз побудованих розривних операторів інтерполяції, апроксимації та інтерлінації у вигляді обчислювального експерименту.

Нехай за допомогою сітки вузлів $x_1 = 0, x_2 = 0.5, x_3 = 13,$ $y_1 = 0, y_2 = 0.5, y_3 = 1$ ***задається триангульоване розбиття області, в яку поміщено досліджуваний розривний об’єкт.***

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{T}_1 = \{x - 0.5 > 0, y - 0.5 > 0, 1.5 - x - y > 0\},\\
&\mathrm{T}_2 = \{-(x - 0.5) > 0, y - 0.5 > 0, 0.5 + x - y > 0\},\\
&\mathrm{T}_3 = \{-(x - 0.5) > 0, -(y - 0.5) > 0, -0.5 + x + y > 0\},\\
&\mathrm{T}_4 = \{x - 0.5 > 0, -(y - 0.5) > 0, 0.5 - x + y > 0\}.
\end{aligned}
$$

Для порівняння задамо точну функцію,яку будемо потім відновлювати різними методами

$$f(x,y)=\begin{cases}-y^2-x+1.5 & (x,y)\in T_1\\ (y-1)^2+(x-1)^2+0.5, & (x,y)\in T_2\\ 0.5, & (x,y)\in T_3\\ x-y, & (x,y)\in T_4\end{cases}.$$

Спочатку був побудований розривний інтерполяційний сплайн S1(x,y), апроксимаційний сплайн S2(x,y), в якості експериментальних даних виступали односторонні границі на заданій системі вузлів. Похибка наближення: $\max\left|f(x,y)-S1(x,y)\right|\approx 0.13$, $\max\left|f(x,y)-S2(x,y)\right|\approx 0.07$.

$$S1(x,y)=\begin{cases}-x-1.5y+2, & (x,y)\in T_1;\\ -1.5x-0.5y+2, & (x,y)\in T_2;\\ 0.5, & (x,y)\in T_3;\\ x-y, & (x,y)\in T_4.\end{cases}\quad S2(x,y)=\begin{cases}-x-1.4y+1.975, & (x,y)\in T_1;\\ -1.4x-0.6y+1.95, & (x,y)\in T_2;\\ 0.5, & (x,y)\in T_3;\\ x-y, & (x,y)\in T_4.\end{cases}$$

І побудували розривний інтерлінаційний сплайн S3(x,y), але в якості вхідних даних на відміну від попередніх сплайнів, виступають односторонні значення вздовж заданої системи ліній (тобто прямокутних трикутників). Похибка наближення дорівнює нулю.

У роботі представлено методи математичного моделювання розривних об’єктів з використанням різних операторів. В якості операторів виступають оператори інтерполяції та апроксимації, коли інформація про об'єкт подається у вигляді односторонніх значень у заданій системі балів, і інтерлінації, коли інформація подається у вигляді односторонніх слідів уздовж заданої системи точок. використовуються лінії (в нашому випадку вздовж сторін прямокутного трикутника). У системі комп’ютерної математики проведено обчислювальні експерименти. Побудований розривний інтерлійнаційний сплайн точно апроксимує розривну функцію, що підтверджується викладеною теорією. Тобто ці сплайни наближаються до функції розриву краще, ніж сплайни інтерполяції та апроксимації. Але побудовані споруди належать різним інформаційним операторам.

Список літератури:

1. Сергієнко І.В., Задірака В.К, Литвин О.М., Першина Ю.І. Теорія розривних сплайнів та її застосування в комп’ютерній томографії: монографія – К. : Наук. думка, 2017. – 314 с.