

## **ДОСЛІДЖЕННЯ СУМІСНОГО РУХУ МЕХАНІЗМІВ ПІДЙОМУ, ПОВОРОТУ І ЗМІНИ ВІЛЬОТУ КРАНА ДЕК-251**

**©Подольак О.С. Хорошилов О.М. Аненко К.К.**

*Українська інженерно-педагогічна академія*

### **Інформація про авторів:**

**Подольак Олег Степанович** ORCID: 0000-0002-1477-8548; [podoliak15os@gmail.com](mailto:podoliak15os@gmail.com); завідувач кафедри машинобудування, транспорту і зварювання; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Хорошилов Олег Миколайович** ORCID: 0000-0003-0440-0709; [horol@i.ua](mailto:horol@i.ua); професор кафедри машинобудування, транспорту і зварювання; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Аненко Костянтин Костянтинович** ORCID: 0000-0002-3103-4786; [lorenkotcastiel@gmail.com](mailto:lorenkotcastiel@gmail.com); аспірант кафедри машинобудування, транспорту і зварювання; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Було встановлено, що навантаження на кран від вантажу який розгойдується залежить від схеми його підвісу і інерційних характеристик вантажу. Дослідження проводились за допомогою математичних методів, які описують перехідні процеси, що виникають при сумісному русі механізмів підйому, повороту і зміни вильоту крана ДЕК-251. При дослідженні коливань вантажів на підвісах за схемами 1 і 2 були прийняті такі припущення: канат - ідеальна, невагома нитка; безмасові блоки перекочуються по канатах без ковзання; довжина підвісу вантажу постійна.

Динамічна навантаженість системи оцінювалася методом порівняльного аналізу графіків зусиль, переміщень і швидкостей приведених мас стрілової системи. Також були побудовані розрахункові схеми сумісного руху механізмів підйому та повороту самохідного крана, та розглянуті часні випадки роботи механізму крана. Отримані вирази для розрахунку навантажень на кран від вантажу, який розгойдується на канатах, які враховують схему підвісу вантажу і його інерційні характеристики. При коливаннях вантажу на підвісі за схемою 1 відбувається перерозподіл натягів в канатах, і при відповідних умовах може відбутися ослаблення одного з них.

**Ключові слова:** стріла; вантаж; підвіска; коливання; самохідний кран, розгойдування.

***Podolyak O.S., Khoroshylov O.N., Anenko K.K.*** "Mathematical modeling of the joint movement of mechanisms for lifting, turning and changing the crane's departure"

It was determined that the load on the crane from the load that is swinging depends on the scheme of its suspension and the inertial characteristics of the cargo.

The research was carried out using mathematical methods that describe the transient processes that occur when the lifting, rotating and changing mechanisms of the crane DEC-251 are moving together.

When examining the fluctuations of cargo on suspensions according to schemes 1 and 2, the following assumptions were accepted: the rope is an ideal, weightless thread; massless blocks roll over ropes without slipping; there is no energy dissipation in vibrations; the length of the suspension is constant.

The dynamic workload of the system was evaluated by the method of comparative analysis of the graphs of forces, displacements, and velocities of reduced masses of the boom

system. In our work, we also constructed calculation schemes for the joint movement of the lifting and turning mechanisms of the self-propelled crane, and considered particular cases of operation of the crane mechanism.

The research resulted in receiving expressions for calculating the load on the crane from the cargo, which is swinging on the ropes, which take into account the suspension scheme of the cargo and its inertial characteristics. When the load on the suspension is oscillating according to scheme 1, there is a redistribution of the tension in the ropes, and under appropriate conditions one of them may weaken.

**Keywords:** arrow; cargo; suspension; vibration, self-propelled crane, swinging.

### **Аналіз досліджень**

Самохідні крани широко використовуються в цивільному і промисловому будівництві. Значний час роботи цих кранів займають перехідні режими. При розгоні або гальмуванні виникають коливання вантажу, які при висотному будівництві значно зменшують продуктивність роботи крана і становлять загрозу для життя стропувальників [1]. Тому постає задача усунення коливань вантажу під час перехідних режимів руху. Зміна вильоту стрілового крана може виконуватись як механізмом переміщення стрілової системи, так і переміщенням вантажного візка. Крім того, зміна вильоту може виконуватись одночасно при роботі цих двох механізмів, що створює додаткові складнощі для розв'язання задачі щодо усуненню коливань вантажу [2,3]. Динамічні навантаження, які виникають при перехідних режимах руху, також мають значний вплив на надійність і довговічність роботи крана. Попередніми дослідженнями [2,3,5,6,7] встановлено зв'язок між динамічними навантаженнями та ефективністю роботи крана. Тому вирішення задач оптимізації режимів зміни вильоту баштових кранів дасть можливість підвищити їх ефективність.

**Мета роботи:** теоретично описати сумісний рух механізмів підйому, повороту і зміни вильоту крана та запропонувати заходи, щодо вирішення проблеми розгойдування вантажу при підйомі і повороті.

### **Завдання роботи**

Математично змоделювати схеми сумісного руху механізмів підйому, повороту і зміни вильоту крана; Вивести диференціальні рівняння руху механізмів підйому, повороту і зміни вильоту крана; Дослідити окремі випадки роботи механізму крану.

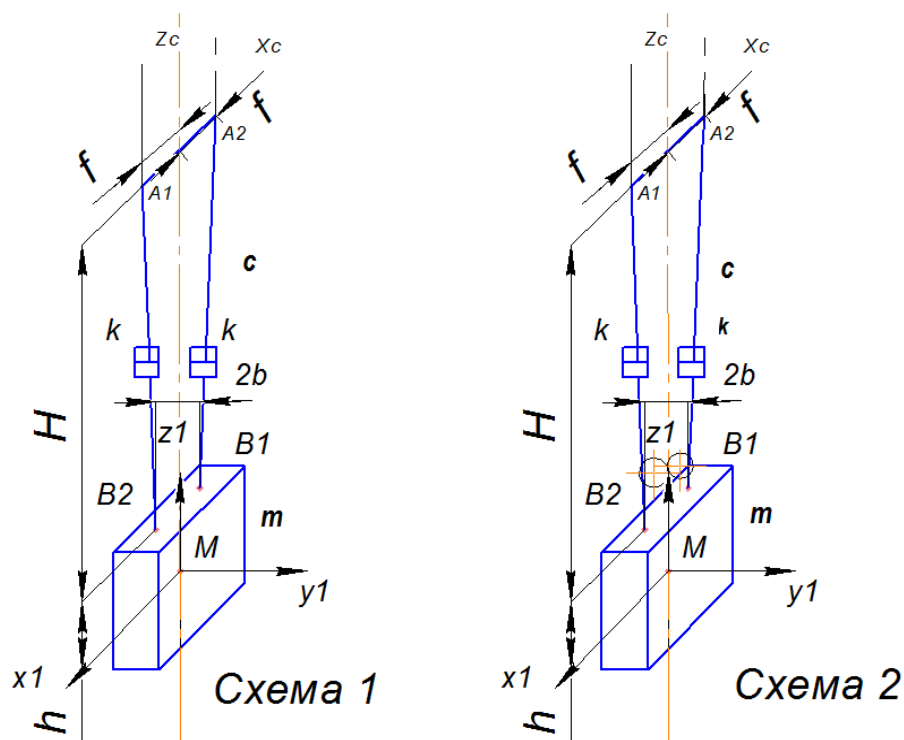
### **Виклад основного матеріалу**

Розрахунки сумісного руху механізмів підйому та повороту будемо робити на прикладі самохідного крану.

Схеми мають широке поширення. Ними моделюються грейфер на підтримуючих або замикаючих канатах, підвіси вантажу у монтажних порталних і будівельних кранів і т.д.

На рис. 1 зображені  $A_i$  – точки дотику канатами блоків на стрілі,  $B_i$  – точки дотику підвіски,  $M$  – центр інерції вантажу,  $H$  – довжина підвісу вантажу,  $h, f, b, r$  – характерні розміри вантажу,  $\alpha$  – кут нахилу канатів по вертикалі,  $k$  – коефіцієнт розсіювання коливань.

На рис. 2 наведена розрахункова схема крану з вантажем, де позначено:  $\rho$  – виліт стріли крана, тобто відстані від осі обертання крана до кінцевих блоків стріли (хобота),  $\alpha$  – відстань від осі обертання до кореня стріли,  $L$  – відстань кореня стріли до кінцевих блоків стріли.



**Рис. 1** – Розрахункові схеми підвісу вантажу

При виведенні систем диференціальних рівнянь, що описують рух крана з вантажем на підвісах за схемами 1 і 2 при сумісній роботі механізмів повороту, зміни вильоту підйому, скористаємося рівняннями Лагранжа другого порядку у вигляді:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial(T-\Pi)}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial(T-\Pi)}{\partial q_i} = - \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{q}_i} + Q_i \quad (1)$$

де  $T$ ,  $\Pi$  і  $\varphi$  – відповідно кінетична і потенційна енергії і дисипативна функція системи кран-вантаж;  $Q_i$  – непотенціальні узагальнені сили;  $q$  – незалежні узагальнені координати і швидкості системи,  $T - \Pi$  – кінетичний потенціал. Перед розробкою математичних моделей стрілових кранів з метою отримання коефіцієнтів в диференціальних рівняннях. При цьому будемо базуватися на результатах робіт [4,5,7].

При дослідженні коливань вантажів на підвісах за схемами 1 і 2 прийемо такі припущення: канат - ідеальна, невагома нитка; безмасові блоки перекочуються по канатах без ковзання; 3) довжина підвісу вантажу постійна

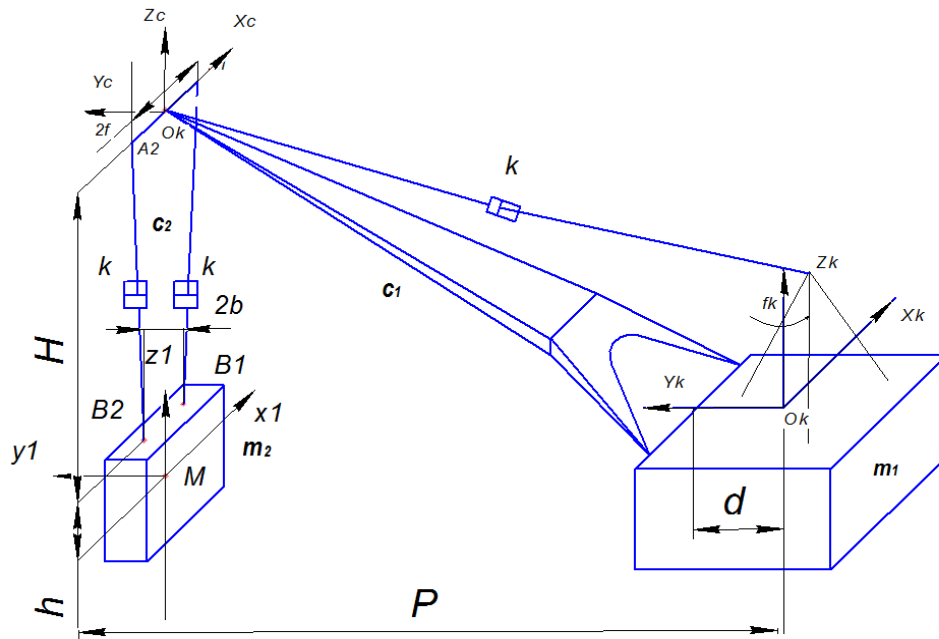


Рис. 2 – Розрахункова схема крану з вантажем

При складанні математичних моделей коефіцієнти диференціальних рівнянь були отримані згідно з роботи [8].

#### Окремі випадки роботи механізму крана

На основі отриманих систем рівнянь можуть бути виведені диференціальні рівняння, які описують ряд окремих випадків роботи механізму крана.

Якщо механізм зміни вильоту не працює, то в системах диференціальних рівнянь

$\rho = \text{const}, \dot{\rho} = \ddot{\rho} = 0$ . Ми отримаємо системи диференціальних рівнянь в вигляді:

Для схеми 1:

$$\begin{aligned}
 & I_k + m[x^2 + (y + \rho)^2] + 2kxI_{\xi\rho} - 2I_{\eta\rho}\theta\} \varphi_k - [m(y + \varphi) + kI_{\eta\rho}]x + mx''(y + \varphi) \\
 & + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k[m(y + \varphi)(y' + \dot{\varphi}) - I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}] + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) = M_g - M_c; \\
 & - [m(y + \rho)\ddot{\varphi}_k + m\ddot{x} - m\ddot{\varphi}_k[2(y' + \dot{\rho}) + \dot{\varphi}_k x]] k_x \dot{x}'' + \dots = I_{\eta\xi}k\ddot{\varphi} + c_x x + c_{x\psi}\psi = 0 \\
 & - (I_{\xi}kx - I_{\eta\xi}\theta + I_{\xi\rho}) - I_{\xi}k\dot{x} - I_{\eta\xi}\ddot{\varphi} + I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + \dot{\varphi}_k[I_{\eta\xi}\dot{\varphi} - kx(I_{\xi} + I_{\eta})] - \\
 & - \varphi_k^2(I_{\eta}\theta - I_{\eta\xi} + I_{\xi\rho}kx) + k_{\theta}\theta - Vkw(I_{\xi}x\dot{\varphi}_k + I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{y\theta}y + c_{\theta} = 0; \\
 & Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) - I_{\eta\xi}(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x'' - I_{\eta\xi}\dot{x}) + \dot{\varphi}_k(\varphi + \varphi_k) + c_x x = 0; \\
 & mx\ddot{\varphi}_k + m\ddot{y} + m\varphi_k[2\dot{x} - (y + \varphi)\dot{\varphi}_k] + k_y\dot{y} + c_y y + c_{y\theta}\theta = 0; \\
 & (I_{\eta}\theta + I_{\xi\rho}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{\varphi}\varphi = 0; \\
 & - (I_{\eta}\theta + I_{\xi\rho}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x})
 \end{aligned}$$

$$+c_{y\omega}y + c_{\theta}\theta = 0. \quad (2)$$

Для схеми 2:

$$\begin{aligned} & I_k + m[x^2 + (y + \rho)^2] + 2kxI_{\xi\rho} - 2I_{\eta\rho}\theta \} \varphi_k - [m(y + \varphi) + kI_{\eta\rho}]x + mx(\ddot{y} + \ddot{\varphi}) \\ & + I_{\xi}\ddot{\varphi} - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k[m(y + \varphi)(\dot{y} + \dot{\varphi}) - I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}] + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) = M_g - M_c; \\ & - [m(y + \rho)\ddot{\varphi}_k + m\ddot{x} - m\ddot{\varphi}_k[2(\dot{y} + \dot{\rho}) + \ddot{\varphi}_kx]]k_x\dot{x} - I_{\eta\xi}k\ddot{\varphi} + c_x x + c_{x\psi}\psi = 0 \\ & mx\ddot{\varphi}_k + m\ddot{y} + m\varphi_k[2\dot{x} - (y + \varphi)\dot{\varphi}_k] + k_y\dot{y} + c_y y + c_{y\theta}\theta = 0; \\ & (I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\ddot{\varphi} - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{\varphi}\varphi = 0; \\ & (I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\ddot{\varphi} - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{\varphi}\varphi = 0; \\ & - (I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{r\xi}\ddot{\varphi} + I_{\eta\xi}\ddot{\psi} - I_{\xi r}\ddot{\theta} + k_{\psi}\psi + \dot{\varphi}_k[(I_{\eta} + I_{\xi})\dot{\theta} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} \\ & - \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\psi + I_{\xi r}\theta + I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{\xi r}\ddot{\varphi} - I_{\xi r}\ddot{\psi} + I_{\xi}\ddot{\theta} + k_{\theta}\dot{\theta} - \dot{\varphi}_k \\ & [(I_{\xi} + I_{\eta})\dot{\psi} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} + \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})] + c_{y\theta}y + c_{\theta}\theta = 0; \\ & - (I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\ddot{\varphi} - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) + \\ & + c_{y\omega}y + c_{\theta}\theta = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Якщо підвіс моделюється у вигляді математичного маятника, то системи рівнянь приймуть вид:

$$\begin{aligned} & I_k + m[x^2 + (y + \rho)^2]\varphi_k - m(y + \varphi)\ddot{x} + mx(\ddot{y} + \ddot{\varphi})x + mx(\ddot{\rho} + \ddot{y}) + 2\dot{\varphi}_k[m(y + \varphi)]y = \\ & = M_g - M_c; \\ & - [m(y + \rho)\ddot{\varphi}_k + m\ddot{x} - 2m\ddot{\varphi}_k(\dot{y} + \dot{\rho}) + \ddot{\varphi}_kx]k_x\dot{x} + (c_x - m\dot{\varphi}_k^2) = 0; \\ & mx\ddot{\varphi}_k + m(\ddot{\rho} + \ddot{y}) + m\ddot{\varphi}_k[2\dot{x} - \dot{\varphi}_k(y + \rho)]k_y\dot{y} + c_y y = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Допустимо в рівняннях  $V=0$ ,  $H=const$ , отримаємо диференційні рівняння, які описують рух крану з вантажем, тільки при роботі механізму повороту.

Для схеми 1:

$$\begin{aligned} & I_k + I_{\xi} + m[x^2 + (y + \rho)^2] + 2kxI_{\xi\rho} - 2I_{\eta\rho}\theta \} \\ & \varphi_k - [m(y + \varphi) + kI_{\eta\rho}]x + mx(\ddot{y} + \ddot{\varphi}) + I_{\xi}\ddot{\varphi} - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k \\ & [m(y + \varphi)(\dot{y} + \dot{\varphi}) - I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}] + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{\theta}) = M_g - M_c; \\ & - [a_{xk}kx + m(y + \rho)]\ddot{\varphi}_k + \ddot{a}_x x - I_{\eta\xi}k\ddot{\varphi} - I_{\eta\xi}k\ddot{\theta} - \dot{\varphi}_k\{2m(\dot{y} + \dot{\rho}) + k[I_{\xi\rho}\dot{\varphi} + I_{\xi}] - \\ & - \ddot{\varphi}_k^2[(m + I_{\xi}k^2)x + k(I_{\eta} + I_{\xi}\theta)] + kx_{\psi}\dot{x} + Vk\omega[(2kx + \theta\dot{\varphi}_k) + I_{\xi\eta}(2kx + \theta) - I_{\xi\eta}(\dot{\varphi} + \\ & + \dot{\varphi}_k)] + c_x x = 0; \} \\ & mx\ddot{\varphi}_k + (m_b + m)\ddot{\rho} + m\ddot{y} + m\varphi_k + m_b 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + c_{y\omega}y + c_{\theta}\theta = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{r\xi}\ddot{\varphi} + I_{\eta\xi}\ddot{\psi} - I_{\xi r}\ddot{\theta} + k_{\psi}\dot{\psi} + \dot{\varphi}_k[(I_{\eta} + I_{\xi})\dot{\theta} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} - \\
& - \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\psi + I_{\xi r}\theta + I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{\xi r}\ddot{\varphi} - I_{\xi r}\ddot{\psi} + I_{\xi}\ddot{\theta} + k_{\theta}\dot{\theta} - \dot{\varphi}_k \\
& [(I_{\xi} + I_{\eta})\dot{\psi} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} + \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})] + c_{y\theta}y + c_{\theta}\theta = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

Для схеми 2:

$$\begin{aligned}
& I_k + m[x^2 + (y + \rho)^2] + 2kxI_{\xi\rho} - 2I_{\eta\rho}\theta\} \varphi_k - [m(y + \varphi) + kI_{\eta\rho}]x + mx(\ddot{y} + \ddot{\varphi}) \\
& + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k[m(y + \varphi)(y' + \dot{\varphi}) - I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}] + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) = M_g - M_c; \\
& - [m(y + \rho)\ddot{\varphi}_k + m\ddot{x} - m\ddot{\varphi}_k[2(y' + \dot{\rho}) + \ddot{\varphi}_kx]]k_x\dot{x} + I_{\eta\xi}k\ddot{\varphi} + c_x x + c_{x\psi}\psi = 0; \\
& mx\ddot{\varphi}_k + m\ddot{y} + m\varphi_k[2\dot{x} - (y + \varphi)\dot{\varphi}_k] + k_y\dot{y} + c_y y + c_{y\theta}\theta = 0; \\
& (I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{\varphi}\varphi = 0; \\
& (I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{\varphi}\varphi = 0; \\
& -(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{r\xi}\ddot{\varphi} + I_{\eta\xi}\ddot{\psi} - I_{\xi r}\ddot{\theta} + k_{\psi}\dot{\psi} + \dot{\varphi}_k[(I_{\eta} + I_{\xi})\dot{\theta} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} - \\
& - \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\psi + I_{\xi r}\theta + I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{\xi r}\ddot{\varphi} - I_{\xi r}\ddot{\psi} + I_{\xi}\ddot{\theta} + k_{\theta}\dot{\theta} - \\
& - \dot{\varphi}_k[(I_{\xi} + I_{\eta})\dot{\psi} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} + \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})] + c_{y\theta}y + c_{\theta}\theta = 0; \\
& -(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) + \\
& + c_y y + c_x x = 0.
\end{aligned} \tag{6}$$

З рівнянь можна отримати вирази, коли вантаж на канатах моделюється в вигляді математичного маятника, то системи рівнянь приймуть вид:

$$\begin{aligned}
& I_k + m[x^2 + (y + \rho)^2]\varphi_k - m(y + \varphi)\ddot{x} + mx(\ddot{y} + \ddot{\varphi})x + mx(\ddot{\rho} + \ddot{y})2\dot{\varphi}_k[m(y + \varphi)]y \\
& = M_g - M_c; \\
& - [m(y + \rho)\ddot{\varphi}_k + m\ddot{x} - 2m\ddot{\varphi}_k(y' + \dot{\rho}) + \ddot{\varphi}_kx]k_x\dot{x} + (c_x - m\dot{\varphi}_k^2) = 0; \\
& mx\ddot{\varphi}_k + m(\ddot{\rho} + \ddot{y}) + m\ddot{\varphi}_k[2\dot{x} - \dot{\varphi}_k(y + \rho)]k_y\dot{y} + c_y y = 0.
\end{aligned} \tag{7}$$

координати точок  $a_i$  в системі  $XYZ$  і  $B_i$  в системі  $\eta\xi\tau$  визначаються по методиці [7].

Спроектуємо сили натягу в канатах і вагу вантажу на вісь  $Mz$ :

$$S_1 \cos(S_1 z) + S_2 \cos(S_2 z) - G = m\ddot{z}$$

Звідки

$$S_1 = S_2 = \frac{G}{2\cos\alpha} = S_0.$$

Відносні величини навантажень:

$$\begin{aligned} \gamma_x &= \frac{\cos[y + \psi(h + b \operatorname{tg} \alpha)]}{1}, \\ \gamma_y &= \frac{[y - (h - r \sin \alpha)\theta]}{l \cos \alpha}, \\ \gamma_z &= -1. \end{aligned} \quad (8)$$

Моменти сил натягів в канатах  $S_i$  щодо осей  $O_c x_c, O_c y_c, O_c z_c$ . Отримаємо:

$$M_x = 0, \quad M_y = f P_x \operatorname{tg} \alpha, \quad M_z = c_\varphi \varphi \quad (9)$$

Формули, отримані для розрахунку навантажень на кран для схем 1 і 2 можна узагальнити. Моменти для обох схем визначаються по формулам:

$$M_x = 0, \quad M_y = f(P_x \operatorname{tg} \alpha - \frac{Q \Delta}{\cos^2 \alpha}), \quad M_z = c_\varphi \varphi \quad (10)$$

Навантаження представляються у вигляді:

$$P_{1x} = \frac{m}{\Delta x} [c_x + \rho \ddot{\varphi}_k I_{\eta} k^2] \quad P_{2x} = c_x x + c_x \psi, \quad (11)$$

$$P_y = c_y y + c_y \theta, \quad P_x = -G.$$

Тут навантаження  $P_x$  для схем 1 і 2 визначаються за різними формулами, Таким чином, навантаження на кран від вантажу який розгойдується залежить від схеми його підвісу і інерційних характеристик вантажу.

### Висновки

1. Отримано системи диференціальних рівнянь, що описують рух крана з вантажем на просторових підвісах по двом схемам. Рівняння дозволяють досліджувати рух крана при спільній роботі механізмів підйому, повороту та зміни вильоту, при спільній роботі механізмів повороту і підйому і тільки механізму повороту.

2. Отримані вирази для розрахунку навантажень на кран від вантажу, який розгойдується на канатах, які враховують схему підвісу вантажу і його інерційні характеристики.

3. При коливаннях вантажу на підвісі за схемою 1 відбувається перерозподіл натягів в канатах, і при відповідних умовах може відбутися ослаблення одного з них.

### Список використаної літератури

1. Про затвердження Правил будови і безпечної експлуатації вантажопідіймальних кранів та машин спеціального військового призначення [Електронний ресурс] : Наказ М-ва оборони України від 01 груд. 2016 р. N 653. – Режим доступу : <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1727-16#Text>. (дата звернення: 21.04.2021).
2. Liu H., Tip-Over Stability of Crawler Cranes with Moveable Counterweights / H. Liu, W. Singhose, W. Cheng // Heavy Machinery-HM : 8 International Conference, 25-28 June 2014. – Serbia : Zlatibor, 2014. – P. 137–143.
3. Jeng S. Outrigger force measure for mobile crane safety based on linear programming optimization / S. Jeng, C. Yang, W. Chieng // Mechanics Based Design of Structures And Machines. – 2010. – Vol. 38, N 2. – P. 145–170.

4. Tip-over stability analysis of mobile boom cranes with swinging payloads / A. Rauch, W. Singhose, D. Fujioka, T. Jones // *Journal Of Dynamic Systems, Measurement And Control, Transactions Of The ASME*. – 2013. – Vol. 135, N 3. – P. 031008–031008-6.
5. Modeling and control of a 5-dof boom crane / M. Ambrosino, M. Berneman, G. Carbone, A. Dawans, E. Garone // *ISARC : proceedings of the International Symposium on Automation and Robotics in Construction*. – Kitakyushu, 2020. – P. 25-30.
6. Huang J. Dynamics and swing control of mobile boom cranes subject to wind disturbances / J. Huang, E. Maleki, W. Singhose // *IET Control Theory and Applications*. – 2013. – Vol. 7, N 9. – P. 1187–1195.
7. Казаков Н. И. Уменьшение раскачиваний груза на пространственном канатном подвесе при работе механизма поворота стреловых кранов / Н. И. Казаков // *Труды Ленинград. политех., ин-та*. – Ленинград, 1984. – С. 42–68.
8. Аграновский Ю. В. Оптимизация пусковых режимов электромеханических систем поворота порталных кранов / Ю. В. Аграновский, Л. А. Алейнер // *Труды Ленинград. ин-та водного транспорта*. – Ленинград, 1973. – Вып. 141. – С. 46–53.
9. Математические модели и уравнения движения порталных и мостовых кранов / Айнбиндер Ю.М. [и др.] // *Труды Воронеж. политех. ин-та*. – Воронеж, 1973. – Вып. 4. – С. 78–88.

### References

1. Ministerstvo oborony Ukrainy 2016, *Nakaz Pro zatverdzhennia Pravyl budovy i bezpechnoi ekspluatatsii vantazhopidimalnykh kraniv ta mashyn spetsialnogo viiskovoho pryznachennia vid 01.12.2016 roku*, no. 653, viewed 21 April 2021, <<https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1727-16#Text>>.
2. Liu, H, Singhose, W & Cheng, W 2014, ‘Tip-Over Stability of Crawler Cranes with Moveable Counterweights’, *Heavy Machinery-НМ*, Zlatibor, pp. 137-143.
3. Jeng, S, Yang, C & Chieng, W 2010, ‘Outrigger force measure for mobile crane safety based on linear programming optimization’, *Mechanics Based Design of Structures And Machines*, vol. 38, no. 2, pp. 145-170.
4. Rauch, A, Singhose, W, Fujioka, D & Jones, T 20103, ‘Tip-over stability analysis of mobile boom cranes with swinging payloads’, *Journal Of Dynamic Systems, Measurement And Control, Transactions Of The ASME*, vol. 135, no. 3, pp. 031008-031008-6.
5. Ambrosino, M, Berneman, M, Carbone, G, Dawans, A & Garone, E 2020, ‘Modeling and control of a 5-dof boom crane’, *ISARC : proceedings of the International Symposium on Automation and Robotics in Construction*, Kitakyushu, pp. 25-30.
6. Huang, J, Maleki, E & Singhose, W 2013, ‘Dynamics and swing control of mobile boom cranes subject to wind disturbances’, *IET Control Theory and Applications*, vol. 7, no. 9, pp. 1187-1195.
7. Kazakov, NI 1984, ‘Umenshenie raskachivaniy gruzha na prostranstvennom kanatnom podvese pri rabote mehanizma povorota strelovykh kranov’, *Trudy Leningradskogo politehnicheskogo institute*, Leningrad, pp. 42-68.
8. Agranovskij, JuV & Alejner, LA 1973, ‘Optimizacija puskovykh rezhimov jelektromehanicheskikh sistem povorota portalnykh kranov’, *Trudy Leningradskogo instituta vodnogo transporta*, Leningrad, iss.141, pp. 46-53.
9. Ajnbinder, JuM, Vorobev, AI, Marichev, ID & Redkina, IM 1973, ‘Matematicheskie modeli i uravneniya dvizheniya portalnykh i mostovykh kranov’, *Trudy Voronezhskogo politehnicheskogo institute*, Voronezh, iss.4, pp. 78-88.

Стаття надійшла до редакції 10 грудня 2021 року