

## **МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ ІНСТРУМЕНТУ З ДЕТАЛЛЮ ПРИ ЕЛЕКТРОЕРОЗІЙНОМУ АЛМАЗНОМУ ШЛІФУВАННІ ЗІ ЗМІННОЮ ПОЛЯРНІСТЮ ЕЛЕКТРОДІВ В ЗОНІ РІЗАННЯ**

**©Стрельчук Р.М.**

*Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»*

### **Інформація про автора:**

**Стрельчук Роман Михайлович:** ORCID: 0000-0002-7221-031X; r.m.strelchuk@gmail.com; кандидат технічних наук; доцент кафедри інтегрованих технологій машинобудування ім. М. Ф. Семка; Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», вул. Кирпичова, 2, м. Харків, 61002, Україна

Зона контакту являє собою область взаємного проникнення різальних крайок в оброблюваний матеріал і виступів матеріалів в проміжки між зернами. До параметрів стану зони відносяться її розміри і форма, співвідношення зрізаної і незрізаної частин металу в кожній області зони, фізичні процеси формоутворення в тому числі: стружкоутворення, тепловиділення, пластичні деформації оброблюваного матеріалу, знос і руйнування інструментального матеріалу, фізичний і хімічний вплив на матеріали мастильно-охолоджувальної рідини.

До вихідних змінних зони відносяться сили різання, параметри теплового потоку, поля ріжучих поверхонь і полів вторинних процесів, швидкість зносу абразивного матеріалу і ряд інших змінних.

Розподіл теплових потоків, фізико-механічні властивості оброблюваного та інструментального матеріалів в зоні контакту.

У статті розглянуто аналіз закономірностей видалення матеріалу, роботи і руйнування, одиничних абразивних зерен. Вирішення цих питань в комплексі з відомими з літератури залежностями дозволило розглянути баланс переміщень у технологічній системі, розробити динамічні моделі видалення матеріалу і зносу інструменту, уточнити існуючі методики аналітичного розрахунку параметрів шорсткості поверхні і точності форми.

Вид отриманих співвідношень безпосередньо показує, що значна частина стружок освічених ріжучими крайками, що контактують з шорсткою поверхнею заготовки, є короткими і не стикаються зі зв'язкою до відриву від тіла заготовки навіть без урахування їх усадки.

Отримані співвідношення можуть бути використані і при вирішенні відповідних завдань шліфування периферією круга, наприклад, круглого шліфування. При більш чіткому описі процесу необхідно безпосередньо застосовувати нестационарне уявлення з урахуванням додаткових нестационарних, внесених траєкторіями різальних крайок як функції кута повороту круга і деталі в процесі їх взаємодії.

**Ключові слова:** процес стружкоутворення, математична модель, алмазний круг, деталь.

**Strelchuk R.** «Modeling the interaction of a tool with a part during EDM grinding with variable polarity of electrodes in the cutting zone»

The contact area is the area of mutual penetration of the cutting edges into the workpiece material and the protrusions of the materials into the gaps between the grains. The parameters of the state of the zone include its size and shape, the ratio of the removed and not removed parts of the metal in each area of the zone, physical processes of shaping, including chip formation, heat

release, plastic deformation of the processed material, wear and destruction of tool material, physical and chemical effects of lubricating and cooling liquid on materials.

The output variables of the zone include cutting forces, heat flow parameters, fields of cutting surfaces and fields of secondary processes, wear rate of abrasive material, and a number of other variables.

Distribution of heat fluxes, physical and mechanical properties of the processed and tool materials in the contact zone.

The article examines the analysis of the patterns of material removal, work and destruction, single abrasive grains. The solution of these issues in combination with the dependencies known from the literature made it possible to consider the balance of displacements in the technological system, develop dynamic models of material removal and tool wear, and clarify the existing methods for the analytical calculation of surface roughness and shape accuracy.

The form of the obtained ratios directly shows that a significant part of the chips formed by the cutting edges in contact with the rough surface of the workpiece are short and do not collide with the binder to tear off from the workpiece body even without taking into account their shrinkage.

The obtained ratios can also be used in solving the corresponding problems of grinding with the periphery of a wheel, for example, circular grinding. With a clearer description of the process, it is necessary to directly apply the non-stationary representation, taking into account the additional non-stationary ones introduced by the trajectories of the cutting edges as a function of the angle of rotation of the circle and the part in the process of their interaction.

**Keywords:** chip formation process, mathematical model, diamond wheel, detail.

### **Вступ**

Для розкриття фізичної сутності процесу електроерозійного алмазного шліфування, в якому загальний ефект впливу складається з окремих явищ, що відбуваються в мікрооб'ємах за частки секунди (алмазне шліфування, електроерозійна правка), необхідно досліджувати саме ці мікропроцеси. У разі алмазного шліфування для вивчення процесу різання необхідно досліджувати мікрорізання окремим зерном. Переносючи потім результати, отримані при цих дослідженнях на реальний процес масового мікрорізання, можна отримати загальну картину явищ, які відбуваються при алмазному шліфуванні. Аналогічні методи існують і при дослідженнях електроерозійних процесів. Вивчаючи явища, які супроводжують поодинокі електричні розряди, можна описати інтегральний процес електроерозійної правки за умови збереження аддитивності процесу. Дослідженню явищ, які супроводжують поодинокі електричні розряди, присвячені багато робіт [1-3].

### **Аналіз літературних даних і постановка проблеми**

При реалізації схеми електроерозійного алмазного шліфування з підведенням додаткової електричної енергії (комбіноване шліфування) безпосередньо в зону різання, відбуваються як процеси механічного, так і електроерозійного видалення матеріалу, що викликається ефектом розрядів внаслідок контактування деталі, стружки, що зароджується з поверхнею шліфувального круга [4- 5].

При електроерозійному алмазному шліфуванні необхідно враховувати специфіку процесу стружкоутворення (рис.1), яка полягає в тому, що значну частину траси руху алмазних зерен при їх врізанні в тіло заготовки відбувається в шарі шорсткості [6], що вимагає врахування особливостей стружкоутворення при моделюванні електроерозійних процесів в зоні контакту круга і заготовки.

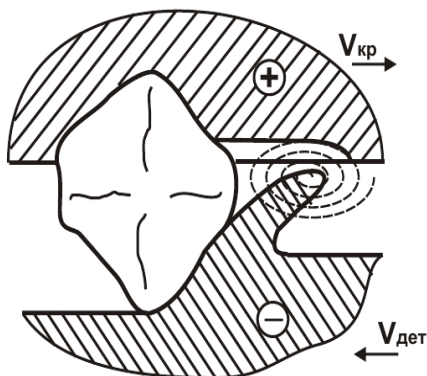


Рис. 1 – Процес стружкоутворення при електроерозійному алмазному шліфуванні

Для вирішення такого завдання необхідно уточнення моделі взаємодії алмазних зерен з поверхневим шаром заготовки. Для досягнення поставлених цілей в роботі вирішувалися такі проблеми:

- на підставі опису шорсткою поверхні деталі нормальним марковским процесом із застосуванням теорії викидів [7,8] побудовані оцінки нестационарної умовної щільності розподілу ймовірностей довжин стружок при проходженні зерна траси в шорсткою шарі деталі.

### Побудова математичної моделі інструменту і деталі

Для побудови математичної моделі, що дозволяє оцінювати що відбуваються явлення необхідно математичний опис форми деталі.

Найбільш простим є уявлення форми круглої деталі в полярній системі координат з центром, розташованим в центрі деталі і кутом  $\varphi$ , що відраховується від деякої фіксованої точки, розкладанням в ряд Фур'є:

$$R(\varphi) = R_0 + \sum R_i \cdot \cos(\omega_i \varphi + \mu_i). \quad (1)$$

Представлення форми деталі в вигляді (рис.2) справедливо внаслідок періодичного характеру її форми як функції  $\varphi$ . Конкретні значення відповідних коефіцієнтів  $R_i$ ,  $i \in \{0..n\}$  можуть бути визначені в результаті вимірів відповідних відстаней, котрі утворюють деталь від її центру.

Для усталеного режиму шліфування можна вважати, що деталь обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$  і кут  $\varphi$  може бути визначений як

$$\varphi = \omega \cdot t + \mu_0 \quad (2)$$

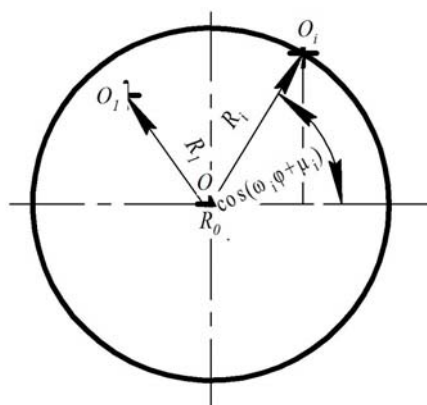


Рис. 1 – Деталь в полярній системі координат

Для високочастотної складової рівняння (1) - компонентів з великими значеннями  $i$  визначення відповідної фази в силу обмеженої точності фіксації початкової точки проводиться зі значною похибкою, що має випадковий характер. Доцільно використовувати уявлення енергетичних спектрів (спектрів потужності) процесів, які можуть бути побудовані на основі рівнянь Вінера - Хинчина,

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K(\varphi) \cos(\omega\varphi) d\varphi, \\ K(\varphi) = \int_0^{\infty} S(\omega) \sin(\omega\varphi) d\omega \quad (3)$$

однозначно зв'язують кореляційні (взаємкореляційні) функції  $K(\varphi)$  і енергетичні спектри  $S(\omega)$ .

Визначення конкретного виду кореляційної функції  $K(\varphi)$  для вирішення рівняння (3) може бути вироблено по круглограмме деталі.

Вельми продуктивним є уявлення завісності (1) у вигляді (3) як випадкового процесу зміни радіуса як функції кута повороту, а, з урахуванням (2), і як функції часу. Цю залежність можна моделювати одновимірним марковским процесом, вважаючи, що умовна щільність ймовірності  $f(\varphi_i, R_i; \varphi_j, R_j) = f(\varphi_i, R_i; \varphi_j, R_j)$ ,  $\varphi_i < \varphi_j$  крім загальних умов, яким задовольняє будь-яка щільність ймовірностей:

$$f(\varphi_i, R_i; \varphi_j, R_j) > 0, \\ f(\varphi_i, R_i; \varphi_j, \pm\infty) = 0, \\ \int_{-\infty}^{\infty} f(\varphi_i, R_i; \varphi_j, R_j) dR_j = 1$$

задовольняє і співвідношенням Чепмена-Колмогорова.

$$f(\varphi_i, R_i; \varphi_j, R_j) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\varphi_i, R_i; \varphi_k, z) f(\varphi_k, z; \varphi_j, R_j) dz$$

для будь-якого  $\varphi_i \leq \varphi_k \leq \varphi_j$ , відбиває факт «гладкості» - безперервності зміни - відсутність розривів функції і диференціальних рівнянь в приватних похідних Фоккера-Планка-Колмогорова

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_j} + \frac{\partial}{\partial R_j} [a(\varphi_j, R_j) \cdot f] - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial R_j^2} [b(\varphi_j, R_j) \cdot f] = 0. \quad (4)$$

Функції  $a(\varphi_i, R_i)$  і  $b(\varphi_j, R_j)$  характеризують мінливість математичного очікування і дисперсії радіуса, відповідно. Тут для компактності запису опущені відповідні аргументи щільності ймовірності.

У припущенні стаціонарності випадкової функції, що характеризує радіус деталі за період контакту,  $a(\varphi_i, R_i)$  і  $b(\varphi_j, R_j)$  не залежать від часу, причому  $a(\varphi_i, R_i)$  є лінійною функцією  $R_i$ , а  $b$  – постійною величиною. У зазначеному випадку рішенням системи (4) є щільність нормального закону розподілу реалізації випадкового стохастичного процесу, а реалізація  $R(t)$  задовольняє диференціальних рівнянь виду:

$$\frac{dR(\varphi)}{d\varphi} + \alpha \cdot R(\varphi) = \beta \cdot \xi(\varphi), \quad (5)$$

де  $\xi(\varphi)$  и  $\beta = \sigma_R / \sigma$  – нормальний білий шум одиничної інтенсивності і інтенсивність вхідного впливу.

Рішенням стохастичного рівняння (5) при початковій умові  $R(0) = R_0 \in$

$$R(\varphi) = R_0 \exp(-\alpha\varphi) + \beta \exp(-\alpha\varphi) \int_0^\varphi \exp[\alpha\xi(x)] dx \quad (6)$$

У відповідності з формулою (3), співвідношенню (5) відповідає спектральна щільність і кореляційна функція виду:

$$S_R(\omega) = \frac{\alpha \cdot \sigma_R^2}{\pi(\omega^2 + \alpha^2)}$$

$$K_R(\varphi) = \sigma_R^2 \cdot \exp(-\alpha \cdot |\varphi|) . \quad (7)$$

Справедливо і зворотне [5]. Нормальні стаціонарні процеси з кореляційними функціями виду (7) або спектральними щільностями (6) є марковськими. До таких процесів або до  $n$ -мірним марковським процесам з більш складним описом слід віднести основні класи нормальних випадкових процесів при шліфуванні, які можуть бути представлені енергетичними спектрами з дрібно-раціональним поданням, розглянуті в [92].

Імовірність того, що ордината марковського процесу  $R(\varphi)$  при проходженні різальної кромки алмазного зерна шляху  $\varphi$  ні разу не вийде за межі інтервалу  $(R_1, R_2)$  визначиться залежністю:

$$W(\varphi) = \int_{R_1}^{R_2} w(\varphi, y) dy , \quad (8)$$

де  $w(\varphi, R)$  задовольняє другому рівнянню системи (3):

$$\frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial R}(aw) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial R^2}(bw) = 0 , \quad (9)$$

з граничними і початковими умовами,  $w(\varphi, R_1) = w(\varphi, R_2) = 0$  при  $R \geq 0$ ,

$w(\varphi, R)|_{\varphi=0} = \delta(R-x)$ , если задано начальное значение ординаты  $x$  процесса,

$w(\varphi, R)|_{\varphi=0} = w_0(R)$ , якщо задана щільність ймовірності ординати процесу при  $\varphi = 0+0$ .

Для обчислення коефіцієнтів  $a(\varphi, R)$  та  $b(\varphi, R)$  може бути використано співвідношення (6) з урахуванням вимог (9), наближеного розкладання  $\exp(-\alpha \cdot \Delta\varphi) \approx 1 - \alpha \cdot \Delta\varphi$  для  $\alpha \cdot \Delta\varphi \ll 1$  та обліку стробирующих властивостей дельта функції:

$$a(\varphi, R) = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \langle R(\varphi + \Delta\varphi) - R(\varphi) | R(\varphi) \rangle =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\varphi} [\exp(\alpha \cdot \Delta\varphi) - 1] = -\alpha R = a(R), \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
b(\varphi, R) &= \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \langle [R(\varphi + \Delta\varphi) - R(\varphi)] | R(\varphi) \rangle = \\
&= \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \{ R^2 [\exp(\alpha \cdot \Delta\varphi) - 1]^2 + \beta^2 \exp[-2\alpha(\varphi + \Delta\varphi)] \times \\
&\quad \times \int_{\varphi}^{\varphi + \Delta\varphi} \int_{\varphi}^{\varphi + \Delta\varphi} \exp[\alpha(x + y)] \langle \xi(x) \xi(y) \rangle dx dy \} = \\
&= \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \beta^2 \exp[-2\alpha(\varphi + \Delta\varphi)] \frac{\Xi_0}{2} \times \\
&\quad \times \int_{\varphi}^{\varphi + \Delta\varphi} \int_{\varphi}^{\varphi + \Delta\varphi} \exp[\alpha(x + y)] \delta(y - x) dx dy = \\
&= \beta^2 \frac{\Xi_0}{2} = const, \tag{11}
\end{aligned}$$

де  $\langle \Psi(q) \rangle$  – математичне очікування відповідного аргументу (функції), а параметри  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\Xi$  відповідають залежності (6).

З урахуванням (10), (11) зворотнє рівняння Колмогорова (9) набуває вигляду:

$$\frac{\partial}{\partial t} w(R, \varphi) = \alpha \frac{\partial}{\partial R} (Rw) + \frac{\beta^2 \Xi_0}{4} \frac{\partial^2}{\partial R^2} w, \tag{12}$$

яке може бути вирішено методом Гаусса поданням функції  $w(R, \varphi)$  у вигляді:

$$w(R, \varphi) = \Lambda(R) \cdot \Omega(\varphi). \tag{13}$$

Розподіл лівої і правої частин (12) на (13) призводить після відповідних перетворень до системи звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} &= -\gamma^2, \\
\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial R^2} [b(R)\Lambda(R)] - \frac{\partial}{\partial R} [a(R)\Lambda(R)] + \gamma^2 \Lambda(R) &= 0
\end{aligned} \tag{14}$$

рішенням першого з яких є:

$$\Omega(\varphi) = \exp(-\gamma^2 \varphi). \tag{15}$$

Друге рівняння системи (14) може бути визначено відомими методами рішення звичайних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами та для розглянутого випадкового процесу:

$$w(R, \varphi) = w_{st}(R) \left\{ \Omega_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda_n(R) \Omega_n \exp[-\gamma_n^2 (\varphi - \varphi_0)] \right\}, \tag{16}$$

де  $\Omega_i$  – постійні коефіцієнти,  $\Lambda_i(R)$  – ортонормированном власні функції другого рівняння системи (14), відповідні власним значенням  $\gamma^2$ , т.ч.

$$\int \frac{\Lambda_i(R) \cdot \Lambda_j(R)}{w_{st}(R)} = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j \\ 0 & \text{при } i \neq j \end{cases}$$

При заданій початковій щільності ймовірності  $w(R, \varphi) = w_0(R)$ , коефіцієнти  $\Omega_n$  визначаються як:

$$\Omega_n = \int \frac{w_0(R) \Lambda_n(R)}{w_{st}(R)} dR,$$

а в разі заданої початкової ординати процесу  $w_0(R) = \delta(R - R_0)$  та

$$w(R, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Lambda_n(R_0) \Lambda_n(R)}{w_{st}(R)} \exp[-\gamma_n^2 (\varphi - \varphi_0)], \Lambda_0(R) = w_{st}(R), \gamma_0 = 0. \quad (17)$$

### Висновки

Отримані співвідношення дозволяють безпосередньо визначити ймовірність контактування нізрізаної від тіла заготовки стружки, утвореною різальною крайкою зерна, з поверхнею зв'язки шліфувального круга. При вирішенні задачі про ймовірність контактування сукупності стружок, утворених сукупністю крайок зерен, що лежать в робочому шарі інструменту, необхідно також використовувати ймовірність щільності розподілу по глибині і будувати спільну щільність ймовірності з використанням останньої в якості ядра інтеграла типу формули 11.

Вид отриманих співвідношень безпосередньо показує, що значна частина стружок утворених різальними крайками, що контактують з шорсткою поверхнею заготовки, є короткими і не стикаються зі зв'язкою до відриву від тіла заготовки навіть без урахування їх усадки.

Отримані співвідношення можуть бути використані і при вирішенні відповідних завдань шліфування периферією круга, наприклад, круглого зовнішнього шліфування. При більш чіткому описі процесу необхідно безпосередньо застосовувати нестационарне уявлення з урахуванням додаткових нестационарних, внесених траєкторіями різальних крайок як функцій кута повороту круга і деталі в процесі їх взаємодії.

### Список використаної літератури:

1. Лавриненко В. И. Электрошлифование инструментальных материалов / В. И. Лавриненко. – Київ : Наук. думка, 1993. – 156 с.
2. Effect of phase transition on micro-grinding-induced residual stress / Zishan Ding, Gaoxiang Sun, Miaoxian Guo // *Journal of Materials Processing Technology*. – 2020. – Vol. 281. – Pp. 63–72.
3. Пат. України на корисну модель №131894, МПК (2018.01) B24B 1/00. Спосіб електроерозійного алмазного шліфування зі змінною полярністю електродів / Стрельчук Р. М., Узуян М. Д. – № u 201806851; заявл. 18.06.2018; опубл. 11.02.2019. – Бюл. № 3.
4. Probing the effect of grinding-heat on material removal mechanism of rail grinding / Pengfei Zhang, Wulin Zhang, Yongjie Yuan // *Tribology International*. – 2020. – Vol. 147. – Pp. 131–139.

5. Gutsalenko Yu. Exploitative destruction features for detonation ultra-dispersed diamonds of initial metallic protection for abrasive powder grains to diamond-spark grinding tools / Yu. Gutsalenko, C. Iancu, S. Bratan // *Fiability & Durability*. – 2015. – Supplement No. 1 (14). – Pp. 3–8.
6. Кобзарь Л. Е. Прогрессивное алмазно-искровое шлифование / Л. Е. Кобзарь, В. А. Фадеев, Н. К. Беззубенко. – Харьков : ХГПУ – ХНПО «ФЭД», 1995. – 152 с.
7. Koshy P. Mechanism of Material Removal in Electrical Discharge Diamond Grinding / P. Koshy, V. K. Jain, G. K. Lal // *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. – 1996. – Vol. 36, Iss. 10. – Pp. 1173–1185
8. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения. В 10 т. Т. 4. Теория абразивной и алмазно-абразивной обработки материалов / под общ. ред. Ф. В. Новикова и А. В. Якимова. – Одесса : ОНПУ, 2002. – 802 с.

#### References:

1. Lavrinenko, VI 1993, *Jelektroshlifovanie instrumentalnyh materialov*, Naukova dumka, Kiev.
2. Zishan Ding, Gaoxiang Sun & Miaoxian Guo 2020, ‘Effect of phase transition on micro-grinding-induced residual stress’, *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 281, pp. 63-72.
3. Strelchuk, RM & Uzunian, MD 2019, *Sposib elektroeroziinoho almaznoho shlifuvannia zi zminnoiu poliarnistiu elektrodiv*, UA Patent 131894.
4. Pengfei Zhang, Wulin Zhang & Yongjie Yuan 2020, ‘Probing the effect of grinding-heat on material removal mechanism of rail grinding’, *Tribology International*, vol. 147, pp. 131-139.
5. Gutsalenko, Yu, Iancu, C & Bratan, S 2015, ‘Exploitative destruction features for detonation ultra-dispersed diamonds of initial metallic protection for abrasive powder grains to diamond-spark grinding tools’, *Fiability & Durability*, suppl. no. 1 (14), pp. 3-8.
6. Kobzar, LE, Fadeev, VA & Bezzubenko, NK 1995, *Progressivnoe almazno-iskrovoe shlifovanie*, Harkovskij gosudarstvennyj politechnical universitet, HNPO FJeD, Harkov.
7. Koshy, P, Jain, VK & Lal, GK 1996, ‘Mechanism of Material Removal in Electrical Discharge Diamond Grinding’, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 36, iss. 10, pp. 1173-1185.
8. Novikov, FV & Jakimov, AV (eds.) 2002, *Fiziko-matematicheskaja teorija processov obrabotki materialov i tehnologii mashinostroenija*, vol. 4 Teorija abrazivnoj i almazno-abrazivnoj obrabotki materialov, Odesskij nacionalnyj politehnicheskij universitet, Odessa.

Стаття надійшла до редакції 10 квітня 2021 р.