МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ УКРАЇНСЬКА ІНЖЕНЕРНО-ПЕДАГОГІЧНА АКАДЕМІЯ

М.К. Резніченко

ЯКІСТЬ ТА ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ В ПРОЦЕСАХ СКЛАДАННЯ ТА РОЗБИРАННЯ З'ЄДНАНЬ ІНДУКЦІЙНИМ НАГРІВОМ

Монографія

УДК 621.356.1 ББК 34.4 Р35

Рецензенти: О. Я. Мовшович, заслужений діяч науки і техніки України, лауреат Державної премії України, доктор технічних наук, професор, заступник директора з наукової роботи НВП «Оснастка».

О. *А Пермяков*, доктор технічних наук, професор, професор кафедри технології машинобудування та металоріжучих верстатів, НТУ «ХПІ».

Рекомендовано до видання рішенням Науково-технічної ради Української інженерно-педагогічної академії Протокол № 6 від 19.03.2009р.

Р 35 Резніченко М.К. Якість та енергозбереження в процесах складання та розбирання з'єднань індукційним нагрівом [Текст]: Харків: Видавництво «НТМТ», 2009.- 180 с. – Рос. мовою.

ISBN

В монографії вирішена актуальна науково-прикладна проблема сучасного машинобудування, що полягає у необхідності зниження енерговитрат та підвищення якості технологій складання та розбирання нероз'ємних з'єднань з використанням індукційного нагрівання деталей складальних одиниць різного призначення.

Для фахівців в галузі машинобудування, а також для широкого кола наукових робітників, аспірантів та студентів вузів машинобудівних спеціальностей.

ББК 34.4

Р 35 Резниченко Н.К. Качество и енергосбережение в процессах сборки и разборки соединений индукционным нагревом [Текст]: Харьков: Издательство «НТМТ», 2009.- 180 с.

В монографии решена актульная научно – практическая проблема современного машиностроения, которая заключается в необходимости снижения энергозатрат и повышения качества технологий сборки и разборки неразъемных соединений с использованием индукционного нагрева деталей сборных единиц разного предназначения.

Для специалистов в области машиностроения, а также для широкого круга научных работников, аспирантов и студентов вузов машиностроительных специальностей.

Російською мовою

ISBN

©Резніченко М.К., 2009

© УІПА, 2009

ОГЛАВЛЕНИЕ

	ВВЕДЕНИЕ	4			
1	ПРИНЦИПЫ СОЗДАНИЯ УНИФИЦИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И СБОРОЧНО-РАЗБОРОЧНЫХ СИСТЕМ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ КАНЕСТРО ИЗЛЕНИЙ				
	КАЧЕСТВО ИЗДЕЛИИ	4			
1.1	Области использования технологий с нагревом и влияния информационного сопровождения на их энергоемкость	7			
1.2	Принципы унификации технологических процессов сборки и разборки	/			
	соединений с натягом	18			
2	ВЛИЯНИЯ КОНСТРУКЦИИ ИЗДЕЛИЙ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИНЛУКЦИОННОГО НАГРЕВА	34			
21	Определение возможной экономии тепловой энергии при нагреве	54			
2.1	основных типов охватывающих леталей соелинений	34			
2.2	Технологические принципы использования локального нагрева	43			
-	сложнопрофильных ступенчатых осесимметричных деталей	_			
2.3	Систематизация конструкций сборочных единиц и деталей по				
	эффективности индукционного термовоздействия	59			
3	ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В СОЕДИНЕНИЯХ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ				
	ВИДАХ НДУКЦИОННОГО НАГРЕВА	66			
3.1	Физические основы энергоэкономичных тепловых процессов при низкотемпературном индукционном нагреве деталей при сборке и				
	разборке соединений	66			
3.2	Построение обобщенной многокомпонентной модели дискретного нагрева леталей соелинений	75			
3.3	Разработка нелинейной молели тепловой проволимости зоны контакта				
	деталей	88			
3.4	Оптимизация нагрева изделий со сложным профилем для сборки	98			
3.5	Оптимизация соединения с неосесимметричной плоской деталью под				
	разборку	109			
4	ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ СОЗДАНИЯ ИНДУКТОРОВ ДЛЯ				
	НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА				
	ДЕТАЛЕЙ	128			
4.1	Определение направлений создания энергосберегающих индукционных				
	нагревателей	128			
4.2	Управление нагревом деталей соединений под сборку или при разборке	134			
4.3	Физико-статистическая модель надежности индуктора	150			
4.4	Типизация конструкции индукторов	165			
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	173			
	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	177			

ВВЕДЕНИЕ

Основной проблемой, стоящей перед машиностроением Украины, является повышение качества продукции при снижении трудоемкости и энергоемкости изготовления. Наиболее остры эти вопросы в сборочном производстве, которое занимает в некоторых отраслях машиностроения до 40 % от общей трудоемкости изготовления изделий.

В тяжелом, энергетическом и транспортном машиностроении, судостроении, горном машиностроении при сборке изделий ответственного назначения и их разборке для ремонта и профилактики, применяется нагрев деталей. В большинстве – это крупногабаритные детали: бандажи и колеса рельсового транспорта, колеса насосов, полумуфты, маховики и другие охватывающие детали соединений с натягом. По удельному весу в структуре сборочных работ они составляют до 18 %.

Как известно, способ сборки с предварительным нагревом повышает прочность соединения в 2 - 2,5 раза и переводит сборку из области натягов в область зазоров. Последние снижают трудоемкость и позволяют автоматизировать процесс.

Существующие технологии, использующие нагрев, не всегда позволяют с высоким качеством и экономично выполнять сборочные и разборочные операции, меняют физико-механические свойства материала детали, возникают высокие термические напряжения, детали деформируются, велики затраты энергии и, часто, высокий уровень загрязнения окружающей среды. Особенно сложны операции разборки соединений с натягом, которые находились в тяжелых условиях эксплуатации. Даже с предварительным нагревом разборка осуществляется с повреждением деталей и может не осуществиться совсем. Поэтому необходима разработка рабочих процессов термовоздействия, гарантирующих расформирования соединений.

Поскольку технологии сборки соединений с нагревом деталей позволяют улучшить такую качественную характеристику как прочность соединений и следовательно, их надежность и долговечность, а технологии разборки с нагревом, в некоторых случаях, единственно возможные для разъединения

деталей, их совершенствование является актуальным. Совершенствование возможно при использовании технических решений, основанных на научных принципах унификации, энергоэффективности, качества, надежности и экологической чистоты.

Технические решения должны быть в значительной мере общими для сборочного и разборочного производств. Тогда технологии будут легко адаптируемыми, а оборудование, реализующее их – в значительной степени универсальным.

Руководствуясь этим можно утверждать, что имеется необходимость во внесении определенного вклада в решение государственной проблемы повышения качества продукции при снижении трудоемкости и энергоемкости изготовления, путем совершенствования технологий изготовления и ремонта изделий ответственного назначения. Создание и совершенствование таких технологий поддерживается государственной программой «Екологічно чиста енергетика та ресурсозберігаючі технології».

Учитывая сложное положение с энергоресурсами технологии для сборки и разборки соединений с нагревом должны быть энергосберегающими. Возможность энергосбережения во многом зависит от вида используемой энергии. Наиболее эффективным является электронагрев. Технологии, использующие электронагрев широко распространены в промышленности, особенно в машиностроительных отраслях, поскольку имеют такие важные преимущества перед технологиями использующими другие виды нагрева, как хорошая управляемость, экологическая чистота, компактность оборудования.

Индукционный нагрев для сборки и разборки соединений, - это низкотемпературный (до 400 °C) нагрев – нашел свое применение сравнительно недавно – с 70 годов прошлого столетия. Технологии и индукционное оборудование создавались для конкретных изделий на эмпирической основе без учета фактора энергосбережения, что обычно приводило к низким значениям КПД.

В настоящее время, выработанные на основе практического опыта методы и средства решения инженерных задач, возникающих в конкретных

производственных условиях, связанных с использованием индукционного нагрева для сборки или разборки разнообразных соединений, базируются на ограниченных несистематизированных знаниях. Теоретические положения сформулированы с различных концептуальных позиций. Вследствие этого укоренилось мнение, это увеличение мощности нагрева делает технологию более эффективной.

Перспективность сборки И разборки соединений С натягом c использованием индукционного нагрева выдвигает задачи не фрагментарного оборудования, а анализа процессов и целостного, единого подхода, позволяющего выявить общие закономерности их функционирования как систем. Единый подход даст возможность установить взаимосвязь конструкций соединения, технологий и оборудования, что может обеспечить получение максимального технического эффекта.

Решить эту проблему возможно, рассмотрев в комплексе вопросы технологий и индукционного оборудования, управления процессом для рационального использования энергии нагрева. При этом должны быть установлены области эффективного применения данных технологий, исследована технологичность конструкций с точки зрения последовательности сборки, решены задачи обеспечения качества и надежности.

Эффективность решения этой проблемы во многом зависит от всестороннего изучения вопросов в области механики, электродинамики, термодинамики и др. Уже имеющиеся научные положения могут быть использованы при совершенствовании технологий и создания оборудования только частично. Необходимо установление новых научных фактов и существенное развитие имеющихся научных положений.

Таким образом, необходимо решить крупную научно-техническую проблему, состоящую в необходимости повышения качества технологий сборки и разборки различного назначения сборочных единиц с соединениями с натягом в машиностроительном производстве, при одновременном снижении трудоемкости и энергозатрат.

ГЛАВА 1

ПРИНЦИПЫ СОЗДАНИЯ УНИФИЦИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И СБОРОЧНО-РАЗБОРОЧНИХ СИСТЕМ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ КАЧЕСТВО ИЗДЕЛИЙ

Процессы сборки и разборки соединений с натягом, в которых используется индукционное тепловое воздействие на детали, характеризуется рядом общих закономерностей: временное изменение размеров деталей в соответствии с законами нагревания и охлаждения твердых тел, переменность цикла из-за различной длительности процесса скрепления деталей при сборке и раскрепления соединения при разборке, свободное сопряжение или разъединение деталей вследствие наличия термического зазора между ними.

Энергоемкость процессов зависит не только от уровня нагрева деталей, но и от структуры ТП. Качество получаемых соединений при сборке, или деталей в результате разборки, определяется стабильностью во времени лимитирующих качество параметров ТП.

1.1 Области использования технологий с нагревом и влияния информационного сопровождения на их энергоемкость

Современное машиностроительное производство является разносерийным, многономенклатурным с частой сменой выпускаемых изделий. Возросли требования к срокам разработки технологий, улучшению их качества и снижению затрат. Поэтому необходимо иметь знания о путях совершенствования технологий. В связи с этим необходимо определить область эффективного применения технологий, в которых детали подвергаются нагреву.

Технологичность конструкции соединения с натягом к операции «сборка» необходимо рассматривать в первую очередь по отношению к технологиям запрессовки и с использованием индукционного нагрева. Как отмечалось, запрессовка обеспечивает при прочих равных условиях меньшую прочность соединения, чем сборка с нагревом, но она менее энергоемка. При больших ρ в контакте деталей, вследствие большого N, при запрессовке на посадочных

поверхностях возникают пластические деформации, приводящие к образованию рисок или даже задиров. Большая величина N при сборке с нагревом требует более высокой температуры термовоздействия. Поэтому от типа посадки зависит не только эффективность этих технологий, но и целесообразность их применения. Рассмотрим целесообразность использования этих двух технологий для стандартных посадок.

К посадкам с натягом в машиностроении предпочтительного и наиболее употребительного применения относятся посадки с отклонениями H7, H8 при n6, p6, r6, s6, u7, u8, x7, z8 (система отверстия) и N7, P7, R7, S7, N8, U8 при h6, h7, h8 (система вала). Рассмотрим области использования некоторых наиболее применяемых посадок.

Посадки $\frac{H8}{z8}$ и $\frac{H8}{x8}$ создают наибольшие натяги в соединениях. Используются они лишь в тех случаях, когда допускаются упругопластические деформации материала деталей, например, посадка контактных колец на вал электромашины постоянного тока. Посадка $\frac{H7}{u7}$ обеспечивает образование достаточно больших натягов. Ее применяют для соединений, передающих значительные крутящие моменты, испытывающих тяжёлые осевые и ударные нагрузки без добавочного закрепления деталей - муфты с валами, бандажи железнодорожных колёс с колесными центрами и другие соединения. Посадку $\frac{H7}{s6}$ применяют в тех же случаях, что и предыдущая, но если действуют на соединение несколько меньшие нагрузки, и когда вводится дополнительное крепление (шпонка, винт) – зубчатые колеса с валами в редукторах, маховики с осями и валами и другие соединения. Посадка $\frac{H7}{т6}$ применяется в соединениях, которые передают сравнительно небольшие крутящие моменты при переменных нагрузках,

а посадка $\frac{117}{p6}$ – при наибольших крутящих моментах и сдвигающих усилиях, обычно с дополнительным креплением, и в тех случаях, когда детали соединения изготовлены из недостаточно прочных материалов или имеют слишком тонкие

стенки. Например, бронзовые венцы со ступицами червячных колёс, втулки подшипников скольжения с корпусами. Более чем в 90% случаев создает натяг посадка $\frac{\text{H7}}{\text{n6}}$, которую относят к переходным. Она обеспечивает сохранение относительного расположения деталей в соединении при передаче небольших крутящих моментов или средних, при наличии дополнительного крепления деталей от проворачивания. Эта посадка используется при установке втулок, шкивов, колец подшипников на валах.

Графики зависимости величины Nmax от d, для посадок $\frac{H7}{r6}$, $\frac{H8}{u8}$, $\frac{H8}{x8}$ и $\frac{H8}{z8}$ представлены на рис.1.1. Из графиков видно, что натяг изменяется не линейно. Следовательно, и давление р на контактных поверхностях, при прочих



Рис. 1.1. Зависимость величины натяга от диаметра соединения для наиболее употребительных посадок

равных условиях, также будет различным, изменяясь в зависимости от диаметра посадок, также не линейно. Для соединений из конструкционной стали с длиной вала большей, чем длина втулки, и втулкой имеющей часто применяемую в конструкциях изделий толщину стенки 0,4d, (наружный диаметр втулки 1,8d) выполнены расчеты и построены соответствующие графики, представленные на рис.1.2.

Как видно ИЗ графиков, при малых диаметрах соединения (d <50мм) удельное давление достигает значительных величин, но по мере увеличения d оно резко снижается. В зоне упругих деформаций деталей (ниже линии 1 для стали 45 и ниже линии 2 для стали Ст.3) оказываются



соответственно все крупногабаритные соединения с рассмотренными посадками, и крупногабаритные соединения с посадками $\frac{H8}{u8}$, $\frac{H8}{x8}$ и $\frac{H7}{r6}$.

Как видно из рис. 1.2 применение посадки $\frac{H7}{r6}$, наиболее лёгкой из рассмотренных, для соединений всех диаметров не вызывает опасения по возникновению пластического деформирования материала. Для посадки $\frac{H8}{x8}$ возможно появление зон пластических деформаций в случае, если деталь будет более жесткая (толщина стенки втулки больше 0,4d). При рассмотрении соединений с механическими свойствами материала деталей отличных от тех, для которых определены области применения по рис. 1.2, следует вносить соответствующие поправки.

Поскольку при наличии хотя бы отдельных зон пластического деформирования металла при сборке соединений запрессовкой на посадочных поверхностях деталей появляются риски или даже задиры, которые при эксплуатации являются источником разрушения, формирование соединений с

посадками, которые не гарантируют упругих деформаций материала, целесообразно выполнять с термическим зазором. То есть применять технологии, использующие термовоздействие.

Рассмотрим с позиции обеспечения качества соединения технологию сборки с использованием нагрева. Если главным ограничением по качеству прессовой технологии является пластическое деформирование материала деталей, то для технологии с нагревом главным ограничением является температура, поскольку нагрев, например, стальных не термообработанных деталей выше 350-400°С вызывает изменение их физико-механических свойств. Графики зависимости требуемого температурного перепада между деталями из стали для формирования соединения, от его посадочного диаметра и N_{max} для рассматриваемых посадок показаны на рис.1.3. Здесь учитывается максимальное значение термического зазора в соединении (который получают вследствие нагрева). Его величина рассчитана по зависимости 0,01 \sqrt{d} . Как видно, температуры нагрева деталей значительны для соединений с малыми посадочными диаметрами.



Рис. 1.3. Зависимость требуемой температуры нагрева деталей из стали для компенсации натяга и образования термического зазора, от посадочного диаметра соединения

Это объясняется не только относительно большими натягами, но и относительно большими термическими зазорами. Таким образом, соединения с малым d и толстостенными охватывающими деталями для всех типов посадок с натягом по качественным характеристикам находятся в зоне риска. Для технологии запрессовки технологичны соединения с тонкостенными охватывающими деталями. Для технологии с использованием нагрева – с d > 50мм. Следует отметить, что обычно принимаемый термический сборочный зазор величиной 0,01 √d является завышенным особенно ДЛЯ малых необходимого S диаметров. Снижение за дальнейшего счет совершенствования технических сборочных систем даст возможность собирать с нагревом соединения с посадками H8/x8 при d<100мм. Это позволит снизить общий расход тепловой энергии, идущей на нагрев деталей. Обобщая полученные данные для различных посадок соединений из стали со сплошным валом построили номограмму, позволяющую определять области предпочтительного применения технологий сборки запрессовкой или с использованием предварительного нагрева (рис.1.4).

В расчетах принимался вал сплошным. Выбор технологий проводят следующим образом. Для той или иной стандартной посадки данного соединения определяют максимальный натяг И рассчитывают его относительное значение N/d. Далее по отношению D/d находят величину контактного давления р на посадочных поверхностях. В зависимости от уровня р назначают технологию сборки. Если назначена технология с использованием нагрева, то для данного диаметра соединения d, при известных N/d и D/d определяют температуру нагрева В технологиях, использующих индукционный нагрев деталей энергетические ресурсы существенны. Основная их составляющая – электроэнергия, которая преобразуется в тепло. Уровень энергопотребления должен быть максимально уменьшен как за счет экономичного оборудования, так и за счет экономичной технологии. Избыточное энергопотребление кроме излишних необратимых тепловых потерь способствует разладке оборудования и снижает его долговечность.



Рис. 1.4. Номограмма для определения областей применения технологии запрессовкой и технологии с нагревом для сборки соединений с натягом из стали

Как отмечалось, энергозатраты в технологиях обычно рассматривают без взаимосвязи с информационным ресурсом. В то же время снизить энергоемкость ТП возможно за счет информационного ресурса, который при наличии процедур запоминания, может использоваться многократно и без потерь. Для технологий, использующих индукционный нагрев для сборки или разборки соединений, поскольку главные энергозатраты связаны с процессом термовоздействия, необходима, в первую очередь, информация о возможных способах минимизации нагрева деталей, при которых обеспечивается заданное качество получаемых изделий.

Рассмотрим, каким образом можно снизить энергоемкость технологии при сборке соединений с натягом за счет информационного ресурса.

Нагрев охватывающей детали (втулки) перед сборкой должен обеспечить расширение посадочного отверстия на величину Δd , компенсирующую натяг в соединении и образующую термический сборочный зазор. Величина Δd определяет температуру нагрева детали и, соответственно, энергозатраты. Если сборка ведется при информации только о типе посадки в соединениях, то нагрев деталей должен производиться из предложения наличия N_{max} во всех собираемых соединениях. Необходимый термический сборочный зазор также будет максимальным, поскольку, чем больше натяг, тем выше температура нагрева детали для его компенсации и, следовательно, быстрее остывание ее в процессе сборки. Энергозатраты Q_1 на сборку одного соединения по N_{max} обеспечивает только информация I_p' , полученная расчетом при его проектировании. В таком ТП I_p' используется для одноразовой настройки ИНУ на время цикла нагрева или на заданную температуру нагрева.

При ТП сборки с использованием информации о фактической величине натяга в каждом соединении, которую получают в результате измерений обеих деталей и одного расчета, энергозатраты на сборку партии будет определять величина среднего натяга посадки (N_{cp}) и соответствующая ему величина среднего зазора. Уменьшение энергозатрат на нагрев деталей может составить до 35% (в зависимости от допуска посадки) по сравнению со сборкой по N_{max}. Приведенные к соединению ЭТИ энергозатраты определим как $Q_2 = 0.65 Q_1$ ОДНОМУ a информационный ресурс будет состоять из $2I_0 + I'_p$ где $2I_0$ - оперативная информация о размерах посадочных поверхностей каждой из пары деталей данного соединения, а *I*_p - информация, полученная расчетом о величине N_{max} данного соединения.

Наименьшие энергозатраты будут при ТП сборки с комплектованием деталей в соединения по натягам близким к N_{min}, и ему равному. Для этого необходима либо селекция деталей, либо их приточка (пришлифовка) одна к другой - вала к ранее изготовленному отверстию втулки (или наоборот, приточка отверстия к валу). При селекции требуются измерения деталей, запоминание результатов измерений и расчеты натягов по парам деталей для групповой комплектации соединений. Расчет по различным парам выполняется до тех пор, пока не будет найдена пара с натягом, близким к N_{min}. При приточке необходимы

измерения втулок (или валов) и расчет требуемых размеров валов (или втулок) для получения N_{min} в соединениях. Оба этих варианта ТП позволяют снизить затраты энергии, в зависимости от допуска посадки, до (50-60%) по сравнению с первым вариантом сборки, т.е. Q₃= 0,4 – 0,5Q₁.

Как видно, при селекции для сборки одного соединения необходим больший информационный ресурс, чем в предыдущем ТП. Его можно определить суммой $2I_0+n I''_{p-}$, где n – количество расчетных значений натягов приходящихся на одно скомплектованное соединение. При этом I_p'' является информацией о N_{min} , полученной расчетом при проектировании соединения, она используется для одноразовой настройки ИНУ. При сборке с пригонкой используется $2I_0$. Причем I_0 о первой обработанной детали необходима для управления металлорежущим станком при выполнении обработки второй детали. То есть здесь I_0 является основой для информационных операций в системе управления станком. Нагрев же деталей соединения для сборки также выполняется по I''_p при одноразовой настройке ИНУ.

В «чистом виде» сборка с N_{cp} по партии деталей встречается редко. Дело в том, что величины разбросов значений размеров посадочных поверхностей валов и втулок при изготовлении обычно различны, а значит, центры группирования размеров для соединений не совпадают. Поэтому в партии собираемых соединений будет либо несколько больше соединений с натягами близкими к N_{max}, либо больше с близкими к N_{min}. Соответственно будут различны энергозатраты по сборке таких партий соединений и, следовательно, различны приведенные энергозатраты к одному соединению.

Следует отметить, что помимо прямого снижения энергозатрат ТП вследствие увеличения информационного ресурса, уменьшается примерно в такой же степени стоимость силовой части ИНУ, а также уменьшается реактивная электроэнергия при выполнении нагрева.

На рис. 1.5 представлены графики изменения энергозатрат в зависимости от рассмотренных вариантов технологий сборки для соединений с различными посадками. Расчеты затрат энергии сделаны для стальных деталей соединения с посадочным диаметром 100 мм.

Наружный диаметр втулки – 140 мм, длина – 100 мм. Термический сборочный зазор принят из расчета времени скрепления деталей 5с. Затраты на измерение и комплектование в практических случаях ниже эффекта от экономии энергии, поэтому себестоимость сборки с увеличением информационного ресурса снижается всегда.



Рис. 1.5. Величина энергозатрат на сборку:

традиционная сборка с нагревом втулки до расширения, компенсирующего N_{max};
сборка в соответствии с действительным натягом;
сборка с селективным комплектованием (число групп 4);
сборка с приточкой деталей.

В технологиях разборки с применением индукционного нагрева не используют оперативную информацию, поскольку соединение поступает на разборку с неизвестным натягом. Нагрев охватывающей детали производиться до тех пор, пока ее посадочное отверстие не достигнет величины Δd . Используется I_p' о N_{max} для выбора мощности индуктора, и справочная информация о допустимой температуре нагрева, при которой сохраняется качество деталей. Хотя расход энергии по партии соединений определяет N_{cp} , его величина больше чем Q_2 примерно на 20% вследствие того, что при разборке потери энергии всегда больше, чем при сборке, из-за контактного теплоотвода в холодную охватывающую деталь.

Затраты на технологическое оборудование и энергию по рассмотренным вариантам ТП сборки, естественно, будут различными. Можно сформулировать целевой функционал *F* в виде стоимости ТП, как аддитивную структуру,

использующую фактор количества информации. Единство размерностей между отдельными составляющими функционала обеспечивается введением стоимостных эквивалентов и коэффициентов значимости (весомости).

$$F = \sum_{n=1}^{\kappa} m_k \cdot c_k \cdot R_k \Longrightarrow \min ,$$

где $m_1+m_2+...+m_k$ – коэффициенты веса *k*-того ресурса в сумме дающие 1; c_k – стоимость единицы *k*-того информационного или энергетического ресурса; R_k – количество *k*-того ресурса.

Группируя рассматриваемые ресурсы по информационной и энергетической группам, можно получить качественную зависимость *F* от *I* (рис. 1.6).



Рис. 1.6. Зависимости стоимостей информационных C₁ и энергетических C_э ресурсов, с учетом их значимости, от количества используемой информации в ТП сборки

Если в первом приближении в разложениях функций C_I и C_3 удержать только их линейные составляющие, то задача определения *F* сведется к задаче линейного программирования, решение которой будет находится на границе $(2I_0+n I'_p)$. Учитывая, что системы управления имеют тенденцию к понижению своей стоимости, то минимум *I* будет смещаться к границе $2I_0+n I'_p$ даже и при нелинейных зависимостях C_I и C_3 .

Таким образом используя непрерывное информационное сопровождение можно существенно понизить затраты тепловой энергии в технологиях с использованием нагрева.

1.2 Принципы унификации технологических процессов сборки и разборки соединений с натягом

В настоящее время проектирование ТП сборки или разборки соединений с натягом при нагреве ведется на каждом предприятии опираясь на свой, или других предприятий, производственный опыт. Поэтому, часто качество процесса сборки или разборки невысокое: большой расход энергии, неправильный нагрев, состоящий в том, что детали перегревают и в них возникают высокие термические напряжения и (или) происходит, пережег металла. Кроме того, оснастка сложна. Исключение составляет выпускающие предприятия железнодорожного транспорта, где вследствие крупносерийности производства технологии более или менее отлажены, хотя и не всегда они оптимальны.

Наиболее продуктивная форма организации производственных процессов, особенно если у них низкий уровень механизации и автоматизации, это унификация ТП и групповая специализация оборудования и оснастки. Унификация ТП на основе типизации или группирования получаемых изделий выполняется на основе высокоэффективных однородного типа рабочих процессов и быстро переналаживаемого оборудования и оснастки. При этом учитывают тип цикла изготовления – законченный или незаконченный. Законченный цикл это такой, который начинается и заканчивается на одном и том же оборудовании, а незаконченный когда часть операций выполняют на другом оборудовании.

Унификация ТП представляет собой комплекс работ, включающий:

систематизацию и анализ возможных технологических решений при изготовлении изделий каждой классификационной группы;

проектирование оптимального для данных производственных условий процесса изготовления изделий каждой классификационной группы, с решением одновременно всего комплекса технологических задач.

Систематизация технологических решений для рассматриваемых технологий, использующих нагрев деталей, состоит в выборе порядка образования или расчленения многоэлементных сборочных единиц с

несколькими соединениями. Оптимизация ТП при проектировании ведется обычно по затратам и, значительно реже, по производительности.

Порядок образования или расчленения соединений сборочных единиц и степень дифференциации процесса определяют возможные структуры ТП. Высокая дифференциация при сборке -ЭТО увеличение количества одновременно нагреваемых деталей и, как следствие, параллельная подсборка соединений входящих в сборочную единицу, что сокращает сборочный цикл. Однако это связано с большим числом нагревателей, транспортных средств, сборочной оснастки, увеличением производственных площадей и количества рабочих. Высокая дифференциация при разборке наоборот, удлиняет цикл. Здесь нужна концентрация операций - одновременный нагрев и съем сразу нескольких деталей. Для технологий разборки с индукционным нагревом цикл законченный, также как и для сборки, если она выполняется на оборудовании, совмещающем нагреватель и сборочное устройство. Если при сборке ИНУ и сборочное устройство работают отдельно, то цикл законченным считать нельзя.

Унифицировать ТП для соединений с натягом при нагреве целесообразно на основе типизации. Как известно, типовые ТП разрабатываются для конструктивно и технологически подобных изделий, которые соответственно и объединяют в группы. Для технологии с индукционным нагревом соединения имеют общий технологический признак – детали соединяют или разделяют без распрессовочного усилия с использованием термовоздействия. Общий конструктивный признак у всех соединений – имеется охватываемая деталь (вал, ось, палец и т.д.) и на ней с гарантированным натягом установлена охватывающая (колесо, маховик, шкив, бандаж и т.д.).

В основе унификации ТП лежит общность его элементов (операций, переходов), определяющих рациональность организации производства. ТП для сборочной единицы, имеющей соединения с натягом, в зависимости от ее сложности, может состоять из одной или нескольких операций нагрева и сборки, или нагрева с разборкой, а также из операций (переходов) по подаче, ориентации, закреплении деталей (или сборочной единицы) и их раскреплении и удалении. Для ТП сборки, выполняемого с использованием нескольких

нагревателей и (или) нескольких сборочных устройств имеем несколько операций нагрева и несколько – сборки, которые могут быть унифицированы. И тогда весь ТП будет унифицированным.

Для ТП разборки, в котором разъединение деталей соединения совмещается с нагревом, поскольку выполняется непосредственно в нагревательном устройстве, несколько унифицированных операций будет, если используется несколько нагревателей для различных деталей. Если в сборочной единице снимают с нагревом несколько различных деталей с использованием одного нагревателя, то это будет одна операция с несколькими переходами. Если, например, нагревается одним индуктором сразу несколько охватывающих деталей, - блок колец подшипников, и они одновременно снимаются с оси; или в одном индукторе поочередно нагревают две охватываемые детали - в обоих случаях это одна операция.

Унифицированные операции характеризуются законченным циклом. Они могут различаться в зависимости от того, какая из деталей является базовой, как расположена ее ось в пространстве, качество направление детали при ее движении, какая используется сила (тяжести или специальная). С учетом этих технологических особенностей можно классифицировать типовые операции сборки и разборки по следующим пяти основным отличительным признакам:

базирование деталей (базовой деталью является вал или втулка);

расположение оси базовой детали (вертикальное или горизонтальное);

направление монтажа или демонтажа (сверху, снизу, боковое);

вид силового воздействия для сборки или разборки (сила тяжести или от привода);

последовательность сборки или разборки многоэлементной сборочной единицы (одновременно с двух сторон, или поочередно, насаживают или снимают детали).

Рассмотрим возможные схемы сборки сборочных единиц с соединениями с натягом.

Если сборочная единица не имеет охватывающих вал составных соединений (обандаженное колесо, центр с зубчатым венцом и др.), то ТП расчленяется на ряд

последовательных сборок охватываемой детали с одной или одновременно несколькими одинаковыми охватывающими – одновременная насадка двух колес на ось, фланцев на вал и т.д. Если сборочная единица включает составное соединение, то структурно ТП может быть построен по одному из двух вариантов: 1) на вал (ось) устанавливается последовательно охватываемая часть составного двухэлементного соединения (например центр колеса), а на нее – охватывающая (бандаж); 2) выполняется сборка составного двухэлементного соединения (колесо), а потом оно устанавливается на вал (ось). В первом варианте требуется избыточный нагрев бандажа для сборки с центром и в случае, когда насадка бандажа практически сразу следует за скреплением центра с осью и, если бандаж устанавливается на центр после его остывания. Если сборка выполняется сразу, то расход энергии наибольший: температура бандажа должна быть такой, чтобы не только компенсировать натяг, но и температурное расширение центра, который остыл не полностью, и обеспечить сборочный зазор. Это составляет обычно значительную величину – свыше 450°С даже для соединений с небольшими натягами. При установке уже собранного бандажа с центром на ось, нагрев его должен компенсировать натяг, небольшое расширение центра для его посадки на ось и образовать зазор. Во втором варианте расход тепловой энергии, меньший, но в собранном составном соединении возникают напряжения больше, чем при сборке по первому варианту.

Таким образом, схем типовых операций сборки соединений с натягом будет достаточно много вследствие различия в конструкции сборочных единиц - двухили многоэлементные, имеются составные соединения или нет, а также различного сочетания таких характеристик процесса, как тип базирования (базовой является охватываемая деталь), положение охватывающая ИЛИ оси сопряжения вертикально), (горизонтально или использование для сборки силы ИЛИ использование веса присоединяемой детали.

Для многоэлементных сборочных единиц имеет значение и последовательность сборки элементов. Поэтому сгруппируем их в несколько схем, потом приведем пример использования схемы для создания типового ТП. Любые, многоэлементные сборочные единицы соединения можно представить

как совокупность двух- и трехэлементных. Поэтому достаточно рассмотреть их сборку. Представим схемы сборки с использованием для деталей понятий «вал» и «втулка».

Схема сборки 1. Двухэлементная сборочная единица.

Порядок работы:

установка втулки в нагреватель (базирование или базирование и закрепление);

нагрев втулки;

установка вала на позицию сборки (базирование или базирование и закрепление);

съем втулки с нагревателя, передача на позицию сборки (базирование или базирование и закрепление);

сборка втулки с валом (установка втулки на вал или вала во втулку);

скрепление деталей в сборочную единицу;

удаление сборочной единицы с позиции сборки;

остывание сборочной единицы;

контроль качества соединения.

Схема сборки охватывает типовые ТП при базовой детали вал (вал базируется и закрепляется, а втулка только базируется) и базовой втулке (втулка базируется и закрепляется, а вал только базируется). Последний вариант может предусматривать сборку прямо в нагревателе (если он индукционный). Тогда переходы по съему втулки с нагревателя и передачи на позицию сборки отсутствуют, а в нагреватель втулка устанавливается с закреплением.

Сборка может быть горизонтальной, вертикальной, с использованием силы или под действием веса.

Схема сборки 2. Трехэлементная сборочная единица. Сборка последовательная.

Схема может быть в двух вариантах: 1) сборка втулки №1 с валом, а потом втулки №2 с валом, как двухэлементных соединений по схеме 1; 2) сочетание сборок втулок с валом по схеме 1 с кантовкой вала между сборками.

Схема сборки 3. Трехэлементная сборочная единица. Сборка параллельная.

Сборка выполняется по схеме 1 при одновременном нагреве двух втулок (в одном или двух нагревателях сразу) и одновременной посадке втулок на вал.

Схема сборки 4. Трехэлементная сборочная единица с составным соединением.

Как было показано ранее, схема может быть в двух вариантах.

Первый вариант – сборка втулки №1 с валом, а потом втулки №2 со втулкой №1, как двухэлементных соединений по схеме 1. После первой сборки регламентируется время остывания подсобранной сборочной единицы как отдельный переход.

Второй вариант – сборка втулки №1 со втулкой №2, а потом сборка этой сборочной единицы с валом, как двухэлементных соединений по схеме 1. После сборки втулки №1 со втулкой №2 регламентируется время уравнивания температур этой сборочной единицы как отдельный переход.

Во всех схемах сборки для сокращения цикла следует совместить нагрев втулки с установкой вала на позицию сборки.

Предложенные принципы проектирования позволяют разрабатывать типовые ТП для различных соединений с термовоздействием, следует только стандартизировать методы расчета, что позволит снизить время проектирования и повысить его качество, а также явится основой создания САПР ТП сборки.

Схемы разборки соединений с натягом при индукционном нагреве следует рассматривать для двух- и многоэлементных сборочных единиц, поскольку многоэлементные можно свести к двухэлементным.

Схема разборки №1. Двухэлементная сборочная единица (соединение).

Порядок работы:

установка сборочной единицы в нагреватель (базирование и закрепление одной из деталей);

нагрев охватывающей детали соединения до образования термического зазора между деталями;

извлечение незакрепленной детали из закрепленной и ее удаление с позиции разборки;

остывание деталей;

контроль качества деталей (если он предусмотрен).

Схема разборки охватывает типовые ТП при базировании соединений как по валу, так и по втулке, и при закреплении как вала, так и втулки. Разборка может быть горизонтальной или вертикальной. Для ее осуществления может прикладываться сила или используется сила тяжести.

При вертикальной разборке обычно используется сила тяжести.

Схема разборки №2. Многоэлементная сборочная единица. Разборка последовательная.

Разборка может быть в двух вариантах: 1) поочередно нагревается, и снимаются с одного вала все втулки, как при двухэлементном соединении по схеме№1; 2) сочетание разборок по схеме №1 с кантовкой вала между разборками.

Схема разборки №3. Многоэлементная сборочная единица. Одновременная разборка нескольких соединений.

Разборка выполняется по схеме №1 при одновременном нагреве двух или трех втулок. Несколько втулок рассматривается как одна, и нагрев выполняется по втулке с наибольшей температурой. Для других конструкций сборочных единиц их разборка всегда может быть сведена к сочетанию этих трех схем.

На основании выполненного анализа возможных схем сборки и разборки сборочных единиц соединений с натягом при индукционном нагреве, разрабатываются унифицированные (типовые) ТП. Их основу составляют типовые операции сборки или разборки, которые приводятся в табл. 1.1.

Как видно, для разборки не используются схемы типовых операций для трехэлементных (многоэлементных) сборочных единиц в которых предлагается одновременный съем деталей в разные стороны. Это понятно, поскольку в таком случае необходимо иметь два одновременно работающих индукционных нагревателя.

Таблица 1.1

Схемы типовых технологических операций сборки и разборки соединений с натягом

		_	_		Направление	Вид силового воздействия от привода сила тяжести от привода от привода от привода от привода от привода от привода от привода сила тяжести от привода сила тяжести от привода сила тяжести	Вид операции	
№ п/п	Сборочная единица	Базовая деталь	Расположение оси базовой детали	Последовательность	движения присое- диняемой или отделяемой детали	Вид силового воздействия	Сборка	Разборка
1	двухэлементная	вал	вертикальная	односторонняя	D DANY	от привода	+	+
					в верх	сила тяжести		I
					в низ	от привода	+	+
			горизонтальная	односторонняя	боковое-	от привода	+	+
		втулка		OTHOCTODOUUI	в верх	от привода	+	+
			вертикальная	односторонния	в низ	от привода	+	+
			горизонтальная	односторонняя	боковое	от привода	+	+
2	трехэлементная	вал	вертикальная горизонтальная	TRANSTOROLUIGG		от привода	+	_
				двухеторонния	в верх и в низ	сила тяжести	'	
				односторонняя с кантовкой вала	p peny	от привода	+	+
					высрх	сила тяжести	'	,
					в низ	от привода	+	+
				двухсторонняя	боковое	от привода	+	-
				односторонняя с кантовкой вала	боковое	от привода	+	+
		втулка	вертикальная лка горизонтальная	односторонняя с	в верх	от привода	+	+
				кантовкой вала	в низ	от привода	+	+
				односторонняя с кантовкой вала	боковое	от привода	+	+

Рассмотрим циклы операций унифицированных ТП сборки. Унифицированная операция нагрева представляет собой группу переходов по установке детали в нагревателе, ее закреплению, нагреву, раскреплению и съему. Унифицированная операция сборки представляет собой группу переходов установке, ориентации деталей, их сборки, скреплению и съему собранного узла. Транспортные операции представляют собой захват и подачу деталей на позицию нагрева и на позицию сборки.

Такт выпуска изделия определяется самой длительной группой переходов, производимых либо на позиции нагрева, либо на позиции сборки, поскольку транспортирование деталей всегда меньше по времени. Очевидно, следует соблюдать принцип совмещения транспортных работ с другими работами: когда нагревается охватывающая деталь, устанавливают на сборочную позицию охватываемую, а когда происходит сборка и скрепление деталей в соединение, устанавливают деталь в нагреватель. Обозначим время операции по нагреву $\tau_{\rm H}$ (длительность загруженности позиции нагрева), операции по сборке – $\tau_{c\delta}$ (загруженность позиции сборки), и время не совмещенной операции по транспортировке – $\tau_{\rm rp}$ (загруженность транспортного средства).

Тогда для цикла сборки двухэлементного соединения имеем

$$\tau_{\rm H} = \tau_{\rm H} + \tau_{\rm Tp} + \tau_{\rm co}. \tag{1.1}$$

Для многоэлементного соединения, собираемого с нагревом, когда на охватываемую деталь устанавливается несколько охватывающих, имеем ряд последовательных сборок охватываемой детали с одной или одновременно несколькими одинаковыми охватывающими – одновременная насадка двух колес на ось, фланцев на вал и т.д. Цикл сборки каждого соединения рассчитывается по 1.1. Здесь следует иметь ввиду, что ранее установленные нагретые детали на вал, отдают ему тепло, вследствие чего вал расширяется, и далее устанавливаемые детали должны иметь избыточную температуру, компенсирующую это увеличение размеров.

При последовательной установке нагретых деталей на охватываемую базовую, если используется несколько сборочных устройств, но одно транспортное средство и один нагреватель (что обычно стремятся делать на предприятии), то уравнения циклов могут быть найдены следующим образом.

Пусть имеется п различных операций сборки соединений определенной сборочной единицы, каждая из которых имеет временные характеристики А₁, A₂, ... A_n. Например, операция нагрева одной из деталей - A₁, операция сборки соединения с этой деталью – А₂, транспортные операции: установки детали в нагреватель А₃, съем с нагревателя и подача на сборку - А₄ и съем со сборочного устройства и подача подсобранного соединения на другую позицию следующей сборки – A_5 . При этом, в одно и то же время $\tau_{\rm H}$ (A_1) могут, как осуществляться другие операции цикла, так и не осуществляться. Кроме того. операции могут выполняться последовательно или несколько одновременно. Исключение составляют транспортные операции, которые между собой не перекрываются. Обозначим через $\tau(O_1 \cup O_2 \cup ... \cup O_n)$ время общего цикла сборки. Тогда, используя формулу числа элементов суммы множеств имеем

$$\tau(O_1 \cup O_2 \cup \ldots \cup O_n) = \tau(O_1) + \tau(O_2) + \ldots + \tau(O_n) - \{\tau(O_1 O_2) + \tau(O_1 O_3) + \ldots + \tau(O_{n-1} O_n)\} + \{\tau(O_1 O_2 O_3) + \tau(O_1 O_2 O_4) + \ldots + \tau(O_{n-2} O_{n-1} O_n)\} - \ldots + (-1)^{n-1} \tau(O_1 O_2 \ldots O_n),$$
(1.2)

где $\tau(O_i O_j)$ – совместное время выполнения операций O_i и O_j ; $\tau(O_1 O_2 ... O_n)$ - совместное время выполнения всех п операций.

Здесь алгебраическая сумма распространена на все комбинации



множеств

характеристик сборки O_1 , O_2 , ... O_n (без учета их порядка), причем знак «-» ставится, если число характеристик четно, и знак «+», если это число нечетное. Поскольку пересечение $O_1 \cup O_2 = \emptyset$ и $O_3 \cup$ $O_4 = \emptyset$ (рис. 1.7), т.е. пустое множество, то

 $\tau(O_1 \cup O_2 \cup O_3 \cup O_4) = \tau(O_1) + \tau(O_2) + \tau(O_3) + \tau(O_4) - \tau(O_1O_3) - \tau(O_1O_4) - \tau(O_2O_3) - \tau(O_2O_4).$ (1.3)

Формула (1.3) – является общей для расчета цикла сборки с нагревом деталей (с заданными ограничениями), а формула (1.2) – общая для любого случая сборки (не обязательно с нагревом).

Формулы (1.2) и (1.3) имеют общий вид, из которого трудно наглядно представить цикл ТП сборки и провести его анализ. Поэтому, для получения представления ТΠ наглядного 0 И оценки эффективности загрузки оборудования предлагается использовать кольцевые диаграммы (рис. 1.8). Предлагаемые диаграммы сборки изделия представлены полным поворотом радиуса - вектора против часовой стрелки на 360°. Каждый элемент цикла работы того или иного используемого в ТП оборудования изображается в виде части одного из концентрических колец. То есть каждое кольцо - это возможное время работы единицы оборудования в течение цикла сборки. Кольцевая диаграмма строится таким образом, что площади колец и площадь центрального круга диаграммы равны между собой (рис. 1.8). Это значит при одном и том же центральном угле площади сектора центрального круга и части колец одинаковы. В таком представлении для определения площади части сектора и части того или иного кольца достаточно знать величину центрального угла. Таким образом, если радиус первой окружности равен единице, а значит площадь круга равна π , то площадь любого *i* – ого кольца равна π (*i*+1- *i*)= π . Тогда площадь кругового сектора, а значит части кольца с центральным углом α, равна

$$S = \frac{1}{2}\alpha, \tag{1.4}$$

где α – центральный угол в радианах ($\alpha = \frac{\pi}{180^{\circ}}\beta^{\circ}$); β° – угол в градусах.

Количество градусов χ° , составляющих одну, например, секунду цикла сборки изделия, определяется по формуле

$$\chi^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{\tau(O_1 \cup , O_2 \cup ... \cup O_n)}.$$
 (1.5)

Данная структура диаграммы позволяет вводить различные показатели, характеризующие ТП сборки.

Приведем пример использования круговой диаграммы для анализа цикла последовательной сборки узла из четырех деталей – вал, зубчатое колесо, два подшипника. Сборка производится на двух стендах – B₁, B₂. Имеются накопители для деталей: вал – A₁, зубчатое колесо – A₂, подшипники – A₃ и A₄ и накопитель собранного узла С. При этом все детали кроме вала нагреваются для осуществления термической сборки в нагревателе Д, и все они транспортируются на позицию нагрева и позиции сборки транспортным средством Е. Весь цикл сборки составляет 6 минут.

Найдем, сколько градусов составляет одна секунда цикла сборки. Имеем

$$\frac{360^{\circ}}{6\cdot 60} = 1^{\circ}. \tag{1.6}$$

В соответствии с количеством используемого в ТП оборудования – 8 единиц.

Необходимо иметь восемь окружностей. Итак, первая окружность имеет радиус, равный единице, а последняя $2\sqrt{2}$ (рис. 1.8). Примем, что работа транспортного средства Е определяется поворотом радиуса-вектора в центральном круге радиусом один, накопитель валов A_1 – в первом кольце, накопителя зубчатых колес A_2 во втором кольце, накопителя подшипников A_3 - A_4 – в третьем кольце. Четвертое кольцо – это работа нагревательного устройства Д. Пятое и шестое кольца – это работа сборочных стендов соответственно B_1 и B_2 . Седьмое кольцо – появление собранного узла в накопителе С.

Отразим весь процесс сборки на диаграмме (рис. 1.8), назначив произвольно время работы оборудования в течение определенной ранее длительности цикла в 6 мин. Итак, транспортное средство движется к накопителю $A_2 - 8c$, поэтому радиус – вектор поворачиваем против часовой стрелки на 8°. Затем из накопителя A_2 , захватив зубчатое колесо транспортное средство перемещается к нагревательному устройству, устанавливает его за 12 с, что составляет поворот радиуса-вектора в окружности Е на 12°.



Рис. 1.8. Кольцевая диаграмма сборки узла на трех стендах сборки с одним нагревательным устройством и одним транспортным средством

Процесс нагревания зубчатого колеса осуществляется в течение 100с, что составляет поворот радиуса-вектора в кольце Д на 100°. Сразу после транспортировки зубчатого колеса к нагревателю транспортное устройство подходит к накопителю валов A_1 за 8с, то есть радиус-вектор должен быть повернут на 8° в круге Е, берет вал, транспортирует его и укладывает на первый сборочный стенд B_1 в течение 12с, то есть следует поворот радиуса-вектора на 12° в круге Е. Вал ждет на стенде B_1 прибытие нагретого зубчатого колеса. Транспортное средство подходит к нагревателю за 8с, то есть радиуса-вектор еще должен повернутся на 8°, и ждет нагрева колеса 72с то есть не

обходимо повернуть радиус-вектор еще на 72°. Далее происходит простой транспортного устройства в течение - 72°с. Затем транспортное средство берет нагретое зубчатое колесо и переносит ее на сборочный стенд B_1 за 12с, то есть радиус-вектор еще поворачивается на 12°. Зубчатое колесо насаживается на вал и скрепляется с ним в результате остывания в течение 20c – стенд B₁ занят 20c. В этот период времени транспортное средство подходит к накопителю деталей за 8с А₃-А₄ и за 12с транспортирует подшипник из накопителя А₃-А₄ к нагревателю и устанавливает подшипник на нагрев. Нагревается подшипник 60с. Соответственно по кольцу Д радиус-вектор, поворачивают на 60°. В это время транспортное средство за 8с подходит к стенду B_1 и ждет 12с проведения сборки зубчатого колеса с валом, затем за 12с берет собранное соединение со стенда В₁ переносит и устанавливает его на стенде В₂ до подачи на этот стенд первого нагретого подшипника. В это время транспортное средство подходит к нагревательному устройству с первым подшипником за 8с, и ждет окончания нагрева подшипника 20с. Затем нагретый первый подшипник за 12c переносится на стенд В₂ и сразу производится его сборка с валом в течение 20с. В это время транспортное средство за 8с подходит к накопителю деталей А₃-А₄ и переносит за 12с. Второй подшипник к нагревательному устройству. После этого транспортное средство за 8с подходит к нагревательной установке Д и ждет 52с нагревания подшипника и затем за 12с переносит подшипник к стенду В₂. Там транспортное средство ждет 40с, которые включает 15с на подготовку к сборке и 20с сборку и скрепление с валом второго подшипника. Затем 15с транспортное средство переносит собранный узел к накопителю С, и еще 4с укладывает его в накопитель.

Из рис. 1.8 можно найти такие показатели как коэффициент полезного действия (к.п.д.) нагревательной установки К_у, как отношение времени работы к общему времени цикла

$$K_{y} = \frac{100^{\circ} + 60^{\circ} + 60^{\circ}}{360^{\circ}} \cdot 100\% \approx 61,11\%;$$

коэффициент полезного действия транспортного средства

 $K_{\rm T} = \frac{48^{\circ} + 60^{\circ} + 40^{\circ} + 21^{\circ}}{360^{\circ}} \cdot 100^{\circ} \approx 46,94\%,$ и т.д.

Данная диаграмма позволяет находить коэффициент загрузки рабочей позиции. Так, для сборочной позиции В₁ этот коэффициент равен

$$\lambda_1 = \frac{132^\circ}{360^\circ} \approx 0.37.$$

Для позиции B₂

$$\lambda_2 = \frac{167^{\circ}}{360^{\circ}} \approx 0,46$$

Так как в сумме коэффициенты загрузки оборудования меньше единицы $(\lambda_1 + \lambda_2 < 1)$, то очевидно, что сборку можно производить на одной рабочей



Рис. 1.9. Кольцевая диаграмма сборки узла на одном стенде с одним нагревательным устройством и одним транспортным средством

позиции. Такая схема сборки позволяет увеличить и коэффициент полезного действия рабочей позиции. На рис. 1.9 приведены данные сборки узла на одном рабочем месте.

Как видно из рис. 1.9 К будет таким же, как и в первом случае - $K_y \approx 61,11\%$. K_T будет равен $K_T = \frac{48^\circ + 20^\circ + 21^\circ}{360^\circ} \cdot 100\% \approx 30,28\%$.

ГЛАВА 2

ВЛИЯНИЯ КОНСТРУКЦИИ ИЗДЕЛИЙ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА

Соответствие конструкции изделия тем или иным технологиям, для сборочных, и соответственно, ремонтных производств с соответствующими типажом оборудования, является важнейшим фактором экономии трудовых и энергетических ресурсов. Оно во многом определяет и качество получаемых изделий.

Размеры соединений, величины натягов и допустимые температуры нагрева металла обуславливают область применения технологии сборки с использованием индукционного нагрева. Конфигурация и пространственная форма деталей, конструкция соединения являются факторами применимости тех или иных технологических схем сборки или разборки.

В задачу исследований входит:

1. Исследование возможной экономии энергии при нагреве ступенчатых осесимметричных деталей с учетом возникающих напряжений.

2. Классификация соединений и входящих в них охватывающих деталей по соответствию конструкций технологии индукционного нагрева.

2.1 Определение возможной экономии тепловой энергии при нагреве основных типов охватывающих деталей соединений

Конструкция любого изделия должна отвечать, в первую очередь ее функциональному назначению. Но при этом, с точки зрения технологии, к ней предъявляются сборкой или разборкой определенные требования. Для соединений с натягом они включают требования назначения стандартных посадок, удобства манипулирования и базирования деталей. На основании анализа имеющихся общих требований к технологичности различных сборочных единиц (ГОСТ 14.201-8), можно сформулировать некоторые требования к конструкции сборочной единицы, связанные с использованием нагрева. Требования к составу:

- сборочная единица должна расчленяться на рациональное число составных частей с учетом принципа агрегатирования;
- сборка или разборка изделия не должна обуславливать применения сложного технологического оснащения;
- конструкция и ее месторасположение в изделии должна соответствовать требованиям механизации и автоматизации;
- конструкция сборочной единицы должна предусматривать базовую составную часть, которая является основной для расположения остальных составных частей; базовая составная часть должна быть удобной для правильной установки на рабочем месте в стапеле, приспособлении, на рабочем столе, сборочной площадке и пр;
- компоновка сборочной единицы должна позволять производить сборку _ составных разборку при неизменном базировании частей, ИЛИ обеспечивать удобный доступ к местам, требующим контроля, регулировки проведения других работ, регламентированных И технологией подготовки изделия к использованию по назначению, техническому обслуживанию и ремонту;
- компоновка сборочной единицы и способы соединения должны обеспечивать легкосъемность составных частей с малым ресурсом (материальным и энергетическим).

К известным требованиям к конструкции составных частей – деталям, связанным с их обработкой, контролем качества и др., для технологий, использующих индукционный нагрев, следует добавить требование минимального расхода энергии.

Расход энергии при технологиях использующих нагрев достаточно высок. При индукционном нагреве он может быть существенно снижен поскольку возможно производить локальный нагрев [12, 13, 14]. Рассмотрим, как может уменьшаться расход тепловой энергии в зависимости от технологичности конструкции детали по показателю энергосбережения.

Как известно, при локальном нагреве части детали в материале вследствие градиента температур возникают температурные напряжения.

Определим затраты тепловой энергии в зависимости от размерных соотношений и конфигурации нагреваемых детали которые необходимы для компенсации натяга.

Таблица 2.1

Размеры колец, вид посадки, необходимая температура нагрева и расход энергии при их сборке с нагревом

d, мм	D _H , мм	1, мм	$1^* = 1/d$	Тип посадки	N, мм	$_{\Delta}T$, °C	W, кДж
45	67,5	25	0,556	n6	0,0671	193,4	35,759
50	75	27	0,540	n6	0,0707	190,8	47,040
55	82,5	29	0,527	p6	0,0742	197,9	63,404
60	90	31	0,517	r6	0,0775	199,2	81,202
65	97,5	33	0,508	r7	0,0806	205,5	104,656
70	105	35	0,500	"	0,0837	194,6	121,905
75	113	37	0,493	"	0,0866	185,0	140,664
80	120	39	0,488	"	0,0894	190,7	173,848
85	128	41	0,482	"	0,0922	182,3	197,233
90	135	43	0,478	"	0,0949	174,8	222,307
95	143	45	0,474	"	0,0975	167,9	249,102
100	150	47	0,470	"	0,1000	164,3	282,124
105	158	49	0,467	"	0,1025	158,6	312,871
110	165	50	0,455	"	0,1049	153,3	338,671
120	180	55	0,458	"	0,1095	154,0	445,527
130	195	58	0,446	"	0,1140	145,2	519,693
140	210	63	0,450	"	0,1183	138,7	625,576
150	225	65	0,433	"	0,1225	131,9	704,397
160	240	70	0,438	"	0,1265	127,4	834,113
170	255	74	0,435	"	0,1304	121,9	952,442
180	270	77	0,428	"	0,1342	124,2	1132,020
190	285	81	0,426	"	0,1378	119,4	1274,953
200	300	84	0,420	"	0,1414	116,3	1426,875
220	330	90	0,409	"	0,1483	108,4	1725,081
240	360	96	0,400	"	0,1549	103,2	2084,898
280	420	106	0,379	"	0,1673	98,6	2991,288
320	480	115	0,359	"	0,1789	93,4	4019,223

Сначала проанализируем нагрев деталей типа кольцо, размеры и натяги для которых взяты по внутренним кольцам шариковых подшипников средней серии. При этом наружный диаметр кольца D определяется как 1,5d. Кольца являются аналогами ступиц ступенчатых деталей. В расчетах использовались следующие значения параметров материала: $c = 470 \ \text{Дж}/\text{кг}^{\circ}C$; $\gamma = 7800 \ \text{кг}/\text{m}^{3}$; $\beta = 11.5 \cdot 10^{-6} \ 1/^{\circ}C$.
В таблице 2.1 приведены данные по деталям и расходу теплоты на их нагрев, а на рис. 2.1 кинетика изменения температур ΔT и расхода энергии W.



Рис. 2.1. Температура и тепловая энергия, необходимые для компенсации натяга при сборке или разборке

Как видно, при увеличении размеров детали необходимая температура уменьшается, а потребное количество энергии все равно растет. Оценку величины требуемой тепловой энергии для компенсации натяга В осесимметричной детали ступица с диском (соответствует, например, рис. (2.2) зубчатому колесу ПО выполним С учетом возникающих температурных напряжений в зоне перехода диска в ступицу.

Количество сэкономленной тепловой энергии для компенсации натяга при неравномерном нагреве по сравнению с равномерным будет определяться соотношениями нагретых и не нагретых масс детали. Предельная максимальная



экономия будет очевидна, когда диск не нагревается, однако и напряжения будут максимальными.

Решение задачи Ляме о напряженно – деформированном состоянии полой трубы испытывающей внутреннее и внешнее давление дает

Рис. 2.2. Геометрическая форма детали диск со ступицей

для ступицы следующие значения нормальных напряжений в цилиндрических координатах:

$$\sigma_r = \frac{a^2 b^2 (q-p)}{(b^2 - d^2) \cdot r^2} + \frac{a^2 p - b^2 q}{b^2 - a^2};$$

$$\sigma_{\theta} = -\frac{d^2b^2q}{(b^2 - a^2) \cdot r^2} + \frac{d^2p - b^2q}{b^2 - a^2},$$

где *p*,*q* – давление на внутренней и наружной поверхностях ступицы соответственно; *r* – текущий радиус.

Поскольку напряжения σ_r и σ_{θ} действуют на взаимоперпендикулярных площадках, суммарное напряжение будет равно их геометрической сумме:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_{\theta}^2}$$

При р=0 и r=b

$$\sigma_r = -q; \, \sigma_\theta = -q \frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2}.$$
(2.1)

Радиальное перемещение поверхностей ступицы на наружном диаметре (*r=b*) при p=0:

$$u_{cm}^{H} = -\frac{(1+\nu)qb}{E(b^{2}-a^{2})} \left[a^{2} + (1+2\nu)b^{2}\right], \qquad (2.2)$$

на внутреннем диаметре (r=b):

$$u_{cm}^{e} = -\frac{2(1+\nu)^{2} qab^{2}}{E(b^{2}-a^{2})}.$$
(2.3)

Радиальное перемещение диска на радиусе *r*=*b* при отсутствии давления на наружной поверхности диска:

$$u_{\mathcal{A}} = \frac{(1+\nu)qb}{E(c^2 - b^2)} \Big[c^2 + (1+2\nu)b^2 \Big].$$
(2.4)

Из условия совместности деформаций диска и ступицы при перепаде температуры ΔT ", компенсирующем натяг соединения, когда нагревается только ступица

$$b_{\beta}\Delta T^{"} = \left| u_{cm}_{r=b} \right| + \left| u_{\mathcal{A}}_{r=b} \right|.$$

$$(2.5)$$

Подставляя в это уравнение выражения (2.2) и (2.4) получим:

$$\Delta T = \frac{(1+\nu)q}{\beta E} F_1, \qquad (2.6)$$

где *F*₁ безразмерный коэффициент:

$$F_{1} = \frac{c^{2} + (1 + 2v)b^{2}}{c^{2} - b^{2}} + \frac{d^{2} + (1 + 2v)b^{2}}{b^{2} - a^{2}}$$

Из уравнения (2.5) следует, что

$$q = \frac{\Delta T'' \beta E}{(1+\nu)F_1}.$$
(2.7)

Как видно из (2.5), когда нагреву подвергается только ступица колеса, давление *q*, возникающее на границе ступицы с диском, определяется перепадом температур между ними. Оно ограничивается допускаемыми напряжениями для материала.

Подставляя (2.7) в формулы (2.1) имеем:

$$\sigma_r = -q = -\frac{\Delta T'' \beta E}{(1+\nu)F_1}, \qquad (2.8)$$

$$G_{\varphi} = -\frac{\Delta T^{"}\beta E(a^{2} + b^{2})}{(1+\nu)F_{1}(b^{2} - a^{2})}.$$
(2.9)

Тогда суммарное напряжение:

$$\sigma_{(\Sigma)} = \frac{\Delta T'' \beta E}{(1+\nu)F_1} \sqrt{1 + \frac{(a^2 + b^2)}{(b^2 - d^2)^2}} \le [\sigma].$$
(2.10)

Допускаемый по условию прочности перепад температур при нагреве равен:

$$\left[\Delta T''\right] = \frac{\left[\sigma_{(\Sigma)}\right](1+\nu)F_1}{\alpha E \sqrt{1 + \left(\frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2}\right)^2}}.$$
(2.11)

Из (2.3) и (2.7) имеем величину допускаемого, из условий прочности, перемещения U_{cm} внутренней поверхности ступицы для компенсации натяга соединения:

$$\begin{bmatrix} U_{CM} \\ r=a \end{bmatrix} = -\frac{2(1+\nu)ab^2 [\Delta T^*]\beta}{(b^2 - a^2)F_1}.$$
 (2.12)

Если $U_{\scriptscriptstyle {\it CM}} \geq N$, то можно нагревать только ступицу детали.

Количество тепла, необходимого для ступицы:

$$Q'' = cm_c \left[\Delta T''\right], \qquad (2.13)$$

где *m*_c –масса ступицы.

Зависимость между температурными перепадами при нагреве равномерно всей детали $\Delta T'$ и части $\Delta T''$, можно найти из условия обеспечения в обоих случаях одинакового радиального расширения отверстия в ступице $U_{cm}_{r=a}$:

$$\frac{2(1+\nu)ab^2\left[\Delta T^{"}\right]\beta}{(b^2-a^2)F_1} = \beta a\Delta T'.$$

Тогда:

$$\Delta T' = \left[\Delta T''\right] \frac{2(1+\nu)b^2}{(b^2 - a^2)F_1}.$$
(2.14)

Отметим, что это уравнение справедливо при условии, что величина [ΔT], допустима по критерию ограничения напряжения $\sigma_{(\Sigma)} \leq [\sigma]$, которое возникает в месте перехода горячей ступицы в холодный диск.

Сопоставление тепловых затрат при полном нагреве Q^1 и локальном нагреве только ступицы $Q^{"}$ дает следующее соотношение:

$$Q^{1} = Q^{"} \frac{(m_{c} + m_{\mu})2(1 + \nu)b^{2}}{m_{c}(b^{2} - d^{2})F_{1}},$$
(2.15)

где $m_{\mathcal{A}}$ – масса диска; $Q^1 = c(m_c + m_{\mathcal{A}})\Delta T^1$.

Обозначив по аналогии с F_1 отношение $\frac{2(1+v)b^2}{(b^2-a^2)F_1}$, как безразмерный коэффициент F_2 , имеем:

$$Q^{1} = Q^{"} \frac{m_{C} + m_{\mathcal{A}}}{m_{C}} F_{2}.$$
(2.16)

Для ориентировочной оценки величины теплозатрат при двух вариантах нагрева геометрические параметры b и c удобно выразить в функции параметра a – радиуса отверстия в ступице. В качестве примера выберем зубчатое колесо, с типичными соотношениями размеров: b = 2a; c = 2b = 4a; длина ступицы l = 1,6b = 3,2a; толщина диска h = 0,6a. Тогда масса ступицы:

$$F_2 = \frac{2(1+\nu)4a^2}{(4a^2 - a^2)F_1} = 0.8$$
$$m_C = \nu l\pi (b^2 - a^2) = 9.6 \pi \nu a^3$$

а масса диска:

$$m_{\mathcal{A}} = v h_{\mathcal{A}} \pi (c^2 - b^2) = 7,2 \pi v a^3.$$

Соотношение затрат тепла из (2.16)

$$\frac{Q^{1}}{Q^{"}} = 0,8 \left(1 + \frac{7,2 \pi v a^{3}}{9,6 \pi v a^{3}}\right) = 1,4$$

Здесь $F_2 = 0,8$ получено при значении коэффициента Пуассона для стали 0,3 при соответствующем значении $F_1 = 4,33$. Эта величина отношения тепловых затрат является завышенной, так как рассматриваемая схема нагрева

колеса, когда нагревается только ступица в значительной мере является искусственной. В реальных условиях диск всегда нагревается, как минимум, вследствие теплопередачи. Однако эта цифра показывает предельную возможность экономии энергии при сохранении целостности детали.

Для анализа влияния соотношений геометрических характеристик детали типа ступица с диском и неравномерности ее нагрева по радиусу, были выполнены расчеты по приведенным зависимостям и составлены таблицы (приложение A, таблицы A.1, A.2). Расчеты выполнялись для одного и того же расширения посадочного отверстия детали.

Анализ показал, что:

- максимально экономится энергия при h/l = 0,3 ÷ 0,2, причем эта величина медленно уменьшается с уменьшением разности температур между ступицей и диском;
- затраты энергии существенно зависят от отношения c/b, уменьшаясь от величины 0,95 до 0,65 (при практически реализуемых значениях b/a от 1,3 до 2,0);
- отношение b/a влияет на затраты энергии незначительно. Тем не менее, максимальная экономия энергии достигается при b/a = 1,5 наиболее широко используемой геометрии детали в применяемых конструкциях. При меньших значениях b/a затраты энергии несколько возрастают, а при больших значениях практически не изменяется;
- экономия энергии, в зависимости от отношения температур ступицы и диска, для деталей характеризуемых значениями b/a и c/b=1,8, изменяется в пределах от 2% до 27%.

График (рис. 2.3) иллюстрирует сделанные выводы. Геометрические соотношения деталей здесь были следующими: b/a = 1,5; c/b = 1,8; h/l = 0,3. Температуры ступицы и диска брались как средние.



Рис. 2.3. Изменения величины экономии тепловой энергии ΔQ при различных отношениях температур нагрева диска T_{α} и ступицы T_{c}

Очевидно, что полученные величины значения Δ*Q* для деталей с другими геометрическими характеристиками будут отличаться от приведенных на графике, однако характер изменения не изменяется.

Поскольку создание ступенчатого распределения температур между ступицей и диском невозможно, полученные количественные оценки экономии приблизительными, энергии являются дающими возможность оценить рациональность использования локального нагрева при технологиях сборки и разборки соединений. Соответственно и возникающие при равномерном охватывающей детали напряжения, будут нагреве элементов также оценочными. Для более точной и определенной оценки энергетических возможностей неравномерном деталей сложной формы при нагреве необходимо исследовать температурные поля BO взаимосвязи С соответствующими им полями механических напряжений. Это позволит разработать рекомендации по наилучшему размещению источников нагрева относительно детали и, значит проектированию оптимальных индукционных нагревателей.

2.2 Технологические принципы использования локального нагрева сложнопрофильных ступенчатых осесимметричных деталей

Рассмотрим с точки зрения технологичности сборки и разборки соединений при нагреве более сложную осесимметричную деталь – диск со

ступицей и ободом. При этом оценим влияние конфигурации и возможного положения ее элементов на возникающие термические напряжения при неравномерном вдоль радиуса термовоздействии.

Для этого была разработана математическая модель напряженнодеформированного состояния выбранной детали при ее локальном нагреве. В качестве прототипа исследуемой конструкции был взят колесный центр колеса колесной пары тепловоза ТГМ-40 (рис. 2.4). Дисковая часть детали имеет линейно-переменную толщину: у ступицы она равна h + 0,002 м, в зоне перехода в бандаж – h - 0,002 м. Отметим, что в реальной конструкции $\phi = 21^{\circ}$,



h = 0,031 м. Величина натяга в соединении дискось постоянна – 0,2 мм. На рис.2.5 представлена схема исследуемой конструкции. Модель позволяет

Рис. 2.4. Обандаженное колесо колесной пары тепловоза ТГМ - 40

варьировать углом наклона дисковой части центра от 0 до 30 град. и менять ее толщину *h* от 0,02 до 0,05м. Исследовать



будем влияние нагрева, компенсирующего не только натяг соединения, но и образующего сборочный термический зазор. Учет зазора увеличит требуемое температурное расширение ступицы и, следовательно, возникающие термические напряжения. При разборке с

44

нагревом также не удается обойтись только расширением посадочной

поверхности на величину компенсирующей натяг, поскольку ось всегда так же нагревается. Обычно величина этого расширения меньше или равна потребному сборочному зазору.

Приняв величину необходимого термического зазора по соотношению $S = 0,01\sqrt{d}$ мм [180] (диаметр в миллиметрах), для данной конструкции зазор равен 0,122 мм (0,061 мм по радиусу). При величине натяга 0,2 мм минимальное расширение отверстия ступицы составит 0,222мм, то есть 0,161 мм по радиусу.



Рис. 2.6. Температурное поле в колесном центре колеса тепловоза при нагреве ступицы в индукторе

В качестве прототипа температурного поля, принято экспериментально полученное температурное поле в момент окончания нагрева в индукторе ступицы центра этого колеса под посадку на ось [14] (рис. 2.6). Схематическая модель температурного поля, используемого В расчетах приведена на рис. 2.7.



Все расчеты будем выполнять в предположении упругого деформирования конструкции, коэффициент температурного расширения α не зависит от температуры.



Характеристики материала: модуль упругости $E = 2,0 \cdot 10^5$ МПа; коэффициент Пуассона v = 0,3; коэффициент температурного расширения $\beta = 0,12 \cdot 10^{-4}$ град⁻¹; температура окружающей среды $T_0 = 20$ град.

Математическая модель описывает конструкцию центра колеса (рис. 2.8) как упругую систему, состоящую из колец и оболочек линейно – переменной толщины [12]. Угол наклона оболочки и ее толщина может изменяться. В качестве максимальных напряжений берутся эквивалентные напряжения σ_e .





рассматривается как жесткий элемент, поперечное сечение кольца не деформируется, его деформация

Кольно

характеризуется поворотом поперечного сечения θ и перемещениями в радиальном и осевом направлениям *и*, *v*. Нагрузки задаются в виде силы в радиальном

направлении N_r и момента в радиальном направлении M_r рис. 2.9 на единицу длины параллели, то есть фактическое значение силы и момента, приложенных на радиусах r_{N,r_M} составляет $2\pi r_N N_r$ и $2\pi r_M M_r$ соответственно. Поперечное



сечение кольца имеет форму трапеции и задается радиусами r_1,r_2 ($r_1 < r_2$) и толщинами h_1,h_2 на радиусах r_1,r_2 . Температурная нагрузка характеризуется температурным перепадом $\Delta T_1,\Delta T_2$ на радиусах r_1,r_2 ; на промежуточных радиусах температура меняется по линейному закону. Температурный перепад ΔT и температура *T* связаны соотношением:

Рис. 2.9. Схема элемента типа кольцо

$$\Delta T = T - T_0 \tag{2.17}$$

Связь между нагрузками и перемещениями определяется следующими формулами:

$$N_r = \frac{E}{r_N} \left[\left(u + d \cdot \theta \right) I_R - I_T \right]; \qquad M_r = \frac{E}{r_M} \left[\theta \cdot I_Z - \frac{N_r r_N d^1}{E} \right], \qquad (2.18)$$

где *d'* – величина смещения точки приложения силы и момента относительно центра тяжести поперечного сечения кольца;

$$I_{R} = \int_{F} \frac{dF}{r} = \frac{h_{1}r_{2} - h_{2}r_{1}}{r_{2} - r_{1}} \ln \frac{r_{2}}{r_{1}} + h_{2} - h_{1};$$

$$I_{Z} = \int_{F} \frac{z^{2}dF}{r} = \frac{1}{12} \left[\left(h_{1} + \frac{(h_{2} - h_{1})r_{1}}{r_{2} - r_{1}} \right)^{3} \ln \frac{r_{2}}{r_{1}} - (h_{2} - h_{1}) \cdot \left(3h_{1}^{2} + 1,5h_{1}(h_{2} - h_{1})\frac{3r_{1} - r_{2}}{r_{2} - r_{1}} + (h_{2} - h_{1})^{2} \frac{11r_{1}^{2} + 2r_{2}^{2} - 7r_{1}r_{2}}{6(r_{2} - r_{1})} \right) \right];$$

$$I_{T} = \int_{F} \beta \Delta T dF = \frac{r_{2} - r_{1}}{6} \beta \left[\Delta T_{1}(2h_{1} + h_{2}) + \Delta T_{2}(h_{1} + 2h_{2}) \right],$$
(2.19)

интегралы берутся по площади поперечного сечения кольца.

Напряжения вычисляются по следующим формулам:

радиальные

$$\sigma_r = 0; \tag{2.20}$$

окружные

$$\sigma_{\theta} = \frac{I}{r} \left[\frac{N_r r_N}{I_R} + z \frac{M_r r_M}{I_Z} \right] + E \left[\frac{I_T}{r I_R} - \alpha \Delta T \right], \qquad (2.21)$$

где z – осевая координата, которая для текущей толщины кольца h может меняться в интервале от -h/2 до h/2.

Таким образом, эквивалентные напряжения в кольце $\sigma_{\rm e}$ определяются по формуле:

$$\sigma_e = \max[\sigma_{\theta/z} = -h/2; \sigma_{\theta/z} = h/2].$$
(2.22)

Оболочка линейно-переменной толщины рассматривается как осесимметрично деформируемая тонкая коническая оболочка вращения (рис 2.10). Толщина оболочки h определяется формулой

$$h = h0 (1 - x); \quad x = l/l0,$$
 (2.23)

где l – длина меридиана срединной поверхности, отсчитываемая от вершины оболочки – оси вращения (меридиональная координата); l_0 – меридиональная координата, соответствующая h = 0; h_0 – толщина оболочки на оси.



Рис. 2.10. Схема элемента типа оболочка линейно-переменной толщины Геометрический критерий подобия напряженного состояния оболочки:

$$\chi = l_0 / h_0 \cdot \operatorname{ctg} \varphi. \tag{2.24}$$

В формулах приняты следующие обозначения:

r – радиус параллели срединной поверхности;

 φ – угол между меридианом срединной поверхности и осью оболочки;

N_l – нормальное меридиональное усилие, отнесенное к единице длины параллели;

N_θ – нормальное окружное усилие, отнесенное к единице длины меридиана;

*M*_l – изгибающий меридиональный момент, отнесенный к единице длины параллели;

*М*_{*θ*} – изгибающий окружной момент, отнесенный к единице длины меридиана;

Q – поперечное усилие, отнесенное к единице длины параллели;

p – интенсивность распределенной по срединной поверхности меридиональной нагрузки;

q – интенсивность распределенной по срединной поверхности нормальной нагрузки;

и – перемещение в меридиональном направлении;

w – перемещение в направлении нормали к срединной поверхности;

 ζ – осевое перемещение;

 ξ – радиальное перемещение;

 $\theta = dw/dl$ – угол поворота нормали к срединной поверхности;

 ε_l – относительное удлинение срединной поверхности в меридиональном направлении;

 ε_{θ} – относительное удлинение вдоль параллели;

χ_l – изменение кривизны срединной поверхности в меридиональном направлении;

χ_θ – изменение кривизны вдоль параллели;

 $\varepsilon_{\rm T}$ – чисто тепловое относительное удлинение срединной поверхности;

*χ*_T – изменение кривизны срединной поверхности, обусловленное тепловым расширением;

 σ_l – нормальное напряжение в меридиональном сечении;

*σ*_θ – нормальное напряжение в сечении, перпендикулярном к меридиану (окружное напряжение).

Напряженно-деформированное состояние оболочки описывается системой уравнений

$$\frac{dN_{l}l}{dl} - N_{\theta} + pl = 0;$$

$$\frac{dQl}{dl} - N_{\theta} ctg\phi + ql = 0;$$

$$\frac{dM_{l}l}{dl} - M_{\theta} - Ql = 0.$$
(2.25)

За основные неизвестные принимаются N_l – нормальное меридиональное усилие и угол поворота нормали к срединной поверхности θ . Используя переменную χ (2.23), систему уравнений можно представить в следующем виде:

$$\frac{d^{2}N_{l}}{dx^{2}} + \left(\frac{3}{x} + \frac{1}{1-x}\right)\frac{dN_{l}}{dx^{2}} + \frac{(1-v)N_{l}}{x(1-x)} + Eh_{0}ctg\varphi\frac{1-x}{x^{2}}\theta + \frac{1}{2}h_{0}\frac{dpx}{dx} + \frac{pl_{0}}{x}\left(1+v+\frac{x}{1-x}\right) + \frac{Eh_{0}(1-x)}{x}\frac{d\varepsilon_{T}}{dx} = 0;$$

$$\frac{d^{2}\theta}{dx^{2}} + \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{1-x}\right)\frac{d\theta}{dx} - \left(\frac{1}{x} - 1 + 3v\right)\frac{\theta}{x(1-x)} - \frac{12(1-v^{2})l_{0}^{2}}{Eh_{0}^{3}(1-x)^{3}}N_{l} - \frac{12(1-v^{2})l_{0}^{2}}{Eh_{0}^{3}(1-x)^{3}x}\left[l_{0}^{2}\int_{0}^{x}(p\,ctg\varphi - q)xdx + C\right] - \frac{(1+v)l_{0}}{(1-x)^{3}}\frac{d}{dx}\left(\chi_{T}(1-x)^{3}\right) = 0,$$

$$(2.26)$$

Постоянная интегрирования С определяется из условия равновесия оболочки по одной из формул:

$$C = (Q_2 - N_{12} ctg\varphi) l_0 x_2 - l_0^2 \int_0^{x_2} (p ctg\varphi - q) x dx$$
 (2.27)

или

$$C = (Q_1 - N_{11} ctg\varphi) l_0 x_1 - l_0^2 \int_0^{x_1} (p ctg\varphi - q) x dx.$$
 (2.28)

В качестве основных решений, определяющих напряженное состояние конической оболочки линейно-переменной толщины, выбираем решения N_l , N_{θ} , M_l , M_{θ} и *w*:

$$N_{l} = \sum_{n=l}^{4} C_{n} N_{l}^{(n)} + \sum_{k=l}^{2} N_{l}^{(sk)};$$

$$N_{\theta} = \sum_{n=l}^{4} C_{n} N_{\theta}^{(n)} + \sum_{k=l}^{2} N_{\theta}^{(sk)};$$

$$M_{l} = \sum_{n=l}^{4} C_{n} M_{l}^{(n)} + \sum_{k=l}^{2} M_{l}^{(sk)};$$

$$M_{\theta} = \sum_{n=l}^{4} C_{n} M_{\theta}^{(n)} + \sum_{k=l}^{2} M_{\theta}^{(sk)};$$

$$W = \sum_{n=l}^{4} C_{n} w^{(n)} + \sum_{k=l}^{2} w^{(sk)} + C_{5},$$

где $N_l^{(n)}, N_{\theta}^{(n)}, M_l^{(n)}, M_{\theta}^{(n)}, w^{(n)}$ ($n = \overline{1,4}$) частные решения однородных уравнений (2.26), $C_n \left(n = \overline{1,4}\right)$ – постоянные интегрирования:

$$N_{l}^{(1)} = [(l-v)\varphi_{3}(x) - \phi\psi_{3}(x)] \frac{l}{l2h_{0}(l-v^{2})};$$
$$N_{l}^{(2)} = [(l-v)\psi_{3}(x) + \phi\varphi_{3}(x)] \frac{l}{l2h_{0}(l-v^{2})};$$
$$N_{l}^{(3)} = [(l-v)\varphi_{3}(l-x) - \phi\psi_{3}(l-x)] \frac{(l-x)^{2}}{l2h_{0}x^{2}(l-v^{2})};$$

$$\begin{split} N_{\theta}^{(i)} &= \left[(l-\nu) \psi_{\delta} (l-x) - \phi \varphi_{\delta} (l-x) \right] \frac{(l-x)^{2}}{l2h_{0}x^{2}(l-\nu^{2})}; \\ N_{\theta}^{(i)} &= \frac{l-3x}{l-x} N_{i}^{(i)} + \left[\left(4-2\nu-2\nu^{2}-\phi^{2} \right) \varphi_{\delta} (x) - (5+\nu) \phi \psi_{\delta} (x) \right] \frac{x}{36 h_{0}(l-x)(l-\nu^{2})}; \\ N_{\theta}^{(2)} &= \frac{l-3x}{l-x} N_{i}^{(2)} + \left[\left(4-2\nu-2\nu^{2}-\phi^{2} \right) \psi_{\delta} (x) - (5+\nu) \phi \psi_{\delta} (x) \right] \frac{x}{36 h_{\theta} (l-x)(l-\nu^{2})}; \\ N_{\theta}^{(i)} &= \frac{l-3x}{l-x} N_{i}^{(i)} - \left[\left(4-2\nu-2\nu^{2}-\phi^{2} \right) \psi_{\delta} (l-x) - (5+\nu) \phi \psi_{\delta} (l-x) \right] \frac{(l-x)^{2}}{36 h_{\theta} x^{2} (l-\nu^{2})}; \\ N_{\theta}^{(i)} &= \frac{l-3x}{l-x} N_{i}^{(i)} - \left[\left(4-2\nu-2\nu^{2}-\phi^{2} \right) \psi_{\delta} (l-x) - (5+\nu) \phi \psi_{\delta} (l-x) \right] \frac{(l-x)^{2}}{36 h_{\theta} x^{2} (l-\nu^{2})}; \\ N_{\theta}^{(i)} &= \frac{l-3x}{l-x} N_{i}^{(i)} - \left[\left(4-2\nu-2\nu^{2}-\phi^{2} \right) \psi_{\delta} (l-x) - (5+\nu) \phi \psi_{\delta} (l-x) \right] \frac{(l-x)^{2}}{36 h_{\theta} x^{2} (l-\nu^{2})}; \\ N_{\theta}^{(i)} &= \frac{l-3x}{l-x} N_{i}^{(i)} - \left[\left(4-2\nu-2\nu^{2}-\phi^{2} \right) \psi_{\delta} (1-x) - (5+\nu) \phi \psi_{\delta} (l-x) \right] \frac{(l-x)^{2}}{36 h_{\theta} x^{2} (l-\nu^{2})}; \\ N_{\theta}^{(i)} &= \frac{l-3x}{l-x} N_{i}^{(i)} - \left[\left(4-2\nu-2\nu^{2}-\phi^{2} \right) \psi_{\delta} (1-x) - (5+\nu) \phi \psi_{\delta} (l-x) \right] \frac{(l-x)^{2}}{36 h_{\theta} x^{2} (l-\nu^{2})}; \\ N_{\theta}^{(i)} &= \left[(l+\nu)(l-x) \psi_{\delta} (x) - \frac{x}{3} \left[2(2+\nu) \psi_{\delta} (x) - \phi \psi_{\delta} (x) \right] \right] \frac{\chi}{l2(l-\nu^{2})}; \\ M_{i}^{(i)} &= \left[(l+\nu)(l-x) - \frac{l}{3} \left[2(2+\nu) \psi_{\delta} (l-x) - \phi \psi_{\delta} (l-x) \right] \right] \frac{\chi}{l2x^{2}(l-\nu^{2})}; \\ M_{\theta}^{(i)} &= \left[(l+\nu)(l-x) \psi_{\delta} (x) + \frac{xx}{3} \left[2(2+\nu) \psi_{\delta} (x) - \phi \psi_{\delta} (x) \right] \right] \frac{\chi}{l2(l-\nu^{2})}; \\ M_{\theta}^{(i)} &= \left[(l+\nu)(l-x) \psi_{\delta} (x) + \frac{xx}{3} \left[2(2+\nu) \psi_{\delta} (x) - \phi \psi_{\delta} (x) \right] \right] \frac{\chi}{l2(l-\nu^{2})}; \\ M_{\theta}^{(i)} &= \left[(l+\nu)(l-x) \psi_{\delta} (x) + \frac{xx}{3} \left[2(2+\nu) \psi_{\delta} (x) - \phi \psi_{\delta} (x) \right] \right] \frac{\chi}{l2(l-\nu^{2})}; \\ M_{\theta}^{(j)} &= \left[(l+\nu)(l-x) \psi_{\delta} (x) + \frac{xx}{3} \left[2(2+\nu) \psi_{\delta} (x) - \phi \psi_{\delta} (x) \right] \right] \frac{\chi}{l2(l-\nu^{2})}; \\ M_{\theta}^{(j)} &= \left[(l+\nu)(\ell-x) - \frac{xx}{3} \left[2(2+\nu) \psi_{\delta} (l-x) - \phi \psi_{\delta} (l-x) \right] \right] \frac{\chi}{l2(l-\nu^{2})}; \end{aligned}$$

$$\begin{split} M_{\theta}^{(4)} &= \left[(l+\nu) \psi_{3}(l-x) - \frac{\nu x}{3} [2(2+\nu)\psi_{4}(l-x) + \phi \phi_{4}(l-x)] \right] \frac{\chi(l-x)^{3}}{l2x^{2}(l-\nu^{2})}; \\ w^{(l)} &= -\left\{ \frac{(4\nu - 4\nu^{2} + \phi^{2})\phi_{l}(x) + 2(l-2\nu)\phi\psi_{l}(x)}{4(l-\nu)^{2} + \phi^{2}} + \right. \\ &+ \frac{[2\nu\phi_{2}(x) + \phi\psi_{2}(x)]x}{(l-x)} \right\} \frac{2\chi l_{\theta}^{2}}{(4\nu^{2} + \phi^{2})Eh_{\theta}^{3}}; \\ w^{(2)} &= -\left\{ \frac{(4\nu - 4\nu^{2} + \phi^{2})\psi_{l}(x) - 2(l-2\nu)\phi\phi_{l}(x)}{4(l-\nu)^{2} + \phi^{2}} + \right. \\ &+ \frac{[2\nu\psi_{2}(x) - \phi\phi_{2}(x)]x}{(l-x)} \right\} \frac{2\chi l_{\theta}^{2}}{(4\nu^{2} + \phi^{2})Eh_{\theta}^{3}}; \\ w^{(3)} &= -\left\{ \frac{(4\nu - 4\nu^{2} + \phi^{2})\phi_{l}(l-x) + 2(l-2\nu)\phi\psi_{l}(l-x)}{4(l-\nu)^{2} + \phi^{2}} - \right. \\ &- \left. \left[2\nu\psi_{2}(l-x) - \phi\phi_{2}(l-x) \right] \right\} \frac{2\chi l_{\theta}^{2}}{(4\nu^{2} + \phi^{2})Eh_{\theta}^{3}}; \\ w^{(4)} &= -\left\{ \frac{(4\nu - 4\nu^{2} + \phi^{2})\psi_{l}(l-x) - 2(l-2\nu)\phi\phi_{l}(l-x)}{4(l-\nu)^{2} + \phi^{2}} - \right. \\ &- \left. \left[2\nu\psi_{2}(l-x) - \phi\phi_{2}(l-x) \right] \right\} \frac{2\chi l_{\theta}^{2}}{(4\nu^{2} + \phi^{2})Eh_{\theta}^{3}}; \end{split}$$

где:

$$\phi = \sqrt{I2(I-v^2)\chi^2 - (I-v)^2}.$$
 (2.31)

Частные решения (2.30) выражаются через гипергеометрические функции:

$$\varphi_{c}(x) = \operatorname{Re} F\left(\frac{1}{2} + \delta, \frac{1}{2} - \delta, c, x\right);$$

$$\psi_{c}(x) = \operatorname{Im} F\left(\frac{1}{2} + \delta, \frac{1}{2} - \delta, c, x\right), \ c = \overline{1, 4},$$
(2.32)

которые определяются рядами:

$$\varphi_{c}(x) = I + \sum_{n=1}^{\infty} a_{nc} x^{n}; \ \psi_{c}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_{nc} x^{n}, \ c = \overline{I, 4},$$
(2.33)

где:

$$a_{0} = 1; \quad b_{0} = 0; \quad c = \overline{1,4}; \quad n = 1,2,...;$$

$$a_{nc} = \frac{n(n-1) - 2(1-\nu)}{n(n+c-1)} a_{(n-1)c} - \frac{\phi}{n(n+c-1)} b_{(n-1)c}; \quad (2.34)$$

$$b_{nc} = \frac{n(n-1) - 2(1-\nu)}{n(n+c-1)} b_{(n-1)c} + \frac{\phi}{n(n+c-1)} a_{(n-1)c}.$$

Суммировать необходимо лишь ряды, определяющих функции $\varphi_3(x)$, $\varphi_4(x)$, $\psi_3(x)$, $\psi_4(x)$, для вычисления остальных функций используются формулы:

При неравномерном нагреве чисто тепловое удлинение оболочки, которое определяется формулой:

$$\varepsilon_T = \beta \ (T - T_0), \tag{2.36}$$

необходимо аппроксимировать полиномом:

$$\varepsilon_{\rm T} = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \, x + \varepsilon_2 \, x^2. \tag{2.37}$$

Тогда частные решения неоднородной системы уравнений ищем в виде

$$N_{l}^{(cl)} = \frac{(l-x)^{2} \varepsilon_{l} Eh_{0}}{5+\nu+4(l-\nu)\chi^{2}}; \qquad N_{\theta}^{(cl)} = \frac{l-3x}{l-x} N_{l}^{(cl)};$$

$$M_{l}^{(cl)} = M_{\theta}^{(cl)} = -\frac{(l-x)^{3} \chi \varepsilon_{l} Eh_{0}^{2}}{3[5+\nu+4(l-\nu)\chi^{2}]}; \qquad w^{(cl)} = \frac{2(l-\nu)x^{2} \chi \varepsilon_{l} h_{0}^{2}}{[5+\nu+4(l-\nu)\chi^{2}]h_{0}};$$

$$N_{l}^{(c2)} = \left[\frac{3(3+\nu)-4(l-\nu)\chi^{2}}{5+\nu+4(l-\nu)\chi^{2}} + (3+\nu)x\right] \frac{2(l-x)^{2} \varepsilon_{2} Eh_{0}}{(3+\nu)(l+\nu)+4(l-\nu^{2})\chi^{2}};$$

$$N_{\theta}^{(c2)} = \frac{l-3x}{l-x} N_{l}^{(c2)} + \frac{2x(3+\nu)(l-x)^{2} \varepsilon_{2} Eh_{0}}{(3+\nu)(l+\nu)+4(l-\nu^{2})\chi^{2}};$$

$$M_{l}^{(c2)} = -\frac{l}{3} \left[\frac{2(7+2\nu)}{5+\nu+4(l-\nu)\chi^{2}} + (2+\nu)x\right] \frac{2(l-x)^{3} \chi \varepsilon_{2} Eh_{0}^{2}}{(3+\nu)(l+\nu)+4(l-\nu^{2})\chi^{2}};$$

$$M_{\theta}^{(c2)} = \left[\frac{2(7+2\nu)}{5+\nu+4(l-\nu)\chi^{2}} + (l+2\nu)x\right] \frac{2(l-x)^{3} \chi \varepsilon_{2} Eh_{0}^{2}}{(3+\nu)(l+\nu)+4(l-\nu^{2})\chi^{2}};$$

$$w^{(c2)} = \left[\frac{7+2\nu}{5+\nu+4(l-\nu)\chi^{2}} + \frac{1+\nu}{3}x\right] \frac{8(l-\nu)\chi x^{2} \varepsilon_{2} El_{0}^{2}}{(3+\nu)(l+\nu)+4(l-\nu^{2})\chi^{2}}h_{0}.$$
(2.38)

Распределение напряжений в оболочке вычисляется по формулам:

$$\sigma_l = \frac{N_l}{h} + \frac{12M_l z}{h^3}; \qquad \sigma_\theta = \frac{N_\theta}{h} + \frac{12M_\theta z}{h^3}, \qquad (2.39)$$

поперечная координата z может меняться в интервале от -h/2 до h/2.

Формулы для радиального, осевого и углового перемещений срединной поверхности имеют вид:

$$\xi = x \left(\frac{N_{\theta} - v N_{l}}{E h} + \varepsilon_{T} \right) l_{\theta} \sin \varphi;$$

$$\zeta = -\frac{w}{\sin \varphi} + x \left(\frac{N_{\theta} - v N_{l}}{E h} + \varepsilon_{T} \right) l_{\theta} \cos \varphi; \qquad (2.40)$$

$$\theta = x l_0 \frac{I2(M_\theta - vM_l)}{E h^3}.$$

Подставив в формулы (2.40) значения N_l , N_{θ} , M_l , M_{θ} и *w* из (2.29) получаем:

$$\xi = \frac{l_0 x \sin \varphi}{E h_0^2 (l-x)} \left[\sum_{n=l}^4 C_n h_0 \left(N_{\theta}^{(n)} - \nu N_l^{(n)} \right) + h_0 \sum_{n=l}^2 \left(N_{\theta}^{(sn)} - \nu N_l^{(sn)} \right) + E h_0^2 \varepsilon_T (l-x) \right];$$

$$\theta = \frac{12 l_0 x}{E h_0^3 (l-x)^3} \left[\sum_{n=l}^4 C_n \left(M_{\theta}^{(n)} - \nu M_l^{(n)} \right) + \sum_{n=l}^2 \left(M_{\theta}^{(sn)} - \nu M_l^{(sn)} \right) \right].$$
(2.41)

Подставляя в уравнения (2.18) для колец значения температурных нагрузок, получаем в численном виде уравнения, связывающие силы и моменты N_r , M_r с перемещением в радиальном направлении и и углом поворота поперечного сечения θ . Для оболочек необходимо подставить в уравнения (2,29), (2.41) значения температурных нагрузок, откуда получаем в численном виде уравнения, связывающие силы и моменты N_l , M_l , перемещения в радиальном направлении и итегрирования ζ и угол поворота поперечного сечения θ с константами интегрирования C_1-C_4 . Исключив эти константы из системы уравнений и преобразовав N_l , M_l , действующие вдоль срединной поверхности оболочки, в силы и моменты в радиальном направлении, получаем уравнения, из которых можно составить систему уравнений равновесия конструкции, откуда можно получить перемещения в узлах конструкции.

Перемещения в узлах позволяют вычислить константы интегрирования C_1-C_4 , откуда, найдя N_l , M_l , по формулам (2.39) можно найти напряжения в оболочке.

Эквивалентные напряжения σ_e вычисляются по формуле:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_l^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_l \sigma_\theta}.$$
 (2.42)

В результате проведения расчетов составлены таблицы (приложение А, Б).

На рис. 2.11 представлено изменение максимальных эквивалентных напряжений ое в оболочке при нагреве ступицы под посадку на ось в момент окончания нагрева, обусловленное неравномерным температурным полем. Напряжения показаны для зон 1 и 2 (рис. 2.10). На рис. 2.12 приведены

значения максимальных потребных температур в момент окончания нагрева в зависимости от формы оболочки.



Рис. 2.11. Максимальные напряжения в колесном центре при нагреве ступицы



Рис. 2.12. Максимальные температуры в колесном центре при нагреве ступицы под посадку на ось в момент окончания нагрева

Как видно из графиков толщина и наклон диска влияют на максимальную потребную температуру нагрева. Величина изменения температуры достигает 45°С. Наибольшего нагрева требует конструкция с прямым диском максимальной толщины. Максимальные напряжения, как и ожидалось, создаются когда диск тонкий (h=0,02м). Вместе с тем, наихудший вариант – наклон диска от 4 до 8 град. Напряжения составляют немногим более 300 МПа

в зоне 1 соединения диска со ступицей и 300 МПа в зоне 2 соединения диска с ободом. Потребная величина температур нагрева оказалась незначительной – менее 200 °C для всех вариантов конструкций.

Максимальность напряжений в зоне перехода ступицы в диск при наклонно расположенном диске можно объяснить следующим.

Выполненное исследование дает количественную характеристику влияния локального нагрева осесимметричной детали сложной конструкции на возникающие в ее материале напряжения, и качественную характеристику ее технологичности. Понятно, что иные размеры и формы подобных деталей значения напряжений характер дадут другие И температур, НО ИХ распределений не измениться.

Применения термовоздействия можно рекомендовать для соединений с посадочным диаметром не менее 50 мм. Чем больше посадочный диаметр сборки соединения, тем оно технологичнее С точки зрения с термовоздействием. Однако соединения с тонкостенными деталями типа втулок (подшипников скольжения и колец), устанавливаемых в корпуса или на валы с небольшими натягами, выгоднее собирать с термовоздействием при посадочных диаметрах менее 50 мм, т.к. при запрессовке такие детали значительно деформируются.

При оценке технологичности конструкции детали по отношению к уровню термовоздействия необходимо учитывать условия сохранения физикомеханических свойств металла: нагрев конструкции сталей не может быть 350°C 220°C выше термообработанных деталей И для не ЛЛЯ термообработанных. Для индукционного нагрева технологичными следует считать охватывающие детали с хорошо выраженной ступицей (выступающей за торцы диска с двух сторон), которую удобно охватывать индуктором для осуществления локального прогрева. Чем сложнее форма детали, тем вероятнее при нагреве возникновение опасных напряжений в металле. Напряжение создает также бандаж и обод, которые сдерживают расширение детали при локальном нагреве.

Поэтому, технологичной деталью по параметрам напряженного состояния является осесимметричная, без обода и бандажа и со ступицей, которая плавно переходит в диск.

2.3 Систематизация конструкций сборочных единиц и деталей по эффективности индукционного термовоздействия

Известно, что технологическая гибкость производства, производительность и экономичность процессов в значительной мере определяется унификацией ТП и их реализующего оборудования.

В соответствии с определением унификации ТП [66] необходимо группирование подобных объектов. В сборочном производстве элементарным объектом является соединение деталей, которое получают с использование тех или иных технологических способов. Поэтому, чтобы унифицировать в целом ТП сборки или разборки необходимо в первую очередь унифицировать операции по получению соединений, для чего необходимо классифицировать сборочные единицы по видам соединений. То есть необходимо иметь соответствующую систему классификации различных сборочных единиц с одинаковым видом соединений. Поскольку операцией, формирующей или расформирующей соединение является операция нагрева индукционным способом охватывающей детали, то с точки зрения этого способа следует классифицировать и эти детали.

В общем случае классификация сборочных единиц может быть выполнена на основе технологических или конструктивных и технологических признаков. Для процессов сборки и разборки с нагревом она должна быть конструкторско-технологическая: классификация по методу образования – с натягом (технологическая) и массогабаритная формы и расположения (конструкторская). Классификация должна учитывать количество элементов в сборочной единицы, собираемых по данному методу образования, т.е. например, на базовой детали имеется одно или несколько соединений собираемых с натягом. В дальнейшем подобные сборочные единицы далее

также можно будет группировать так, чтобы для них применялись уже разработанные унифицированные ТП.

Классификация деталей кроме массогабаритных параметров следует рассматривать форму, так как она во многом определяет выбор индукционного нагревателя, как это было указано в 2.1. Классификацию целесообразно построить по фасетному методу, состоящему в параллельном разделении множества признаков на независимые классификационные группировки. В качестве классификационных признаков сборочных единиц использовать характеристики: сборочных единиц, соединений, входящих в эти сборочные единицы деталями. На этой основе разрабатываются классификаторы, предназначенные для использования в сборочном и ремонтном производствах с применением типовых технологий. Их коды должны применяться для подбора и группирования по технологическому и (или) конструктивному подобию, и методами разборки различных специфицированных соотнесения ИХ с сборочных единиц. Коды также позволяют выбрать нагревательное оборудование, подъемно-транспортные средства и технологическую оснастку.

С точки зрения технологии значение имеют следующие классификационные признаки: размеры и масса сборочной единицы и входящих в ее деталей, характеристика соединения, относительное положение деталей и доступ к ним. При классификации рассматривается и сложность – количество соединений, входящих в сборочную единицу, хотя любая сборочная многоэлементная единица может быть представлена как совокупность двухэлементных - вала с охватывающими деталями, корпуса с охватываемыми, ИЛИ трехэлементная _ вал c ДВУМЯ одинаковыми охватывающими деталями. Как правило, такие узлы собирают и разбирают поочередным съемом деталей. Реже – одновременной насадкой двух деталей (колес на ось, фланцев на вал и т.д.). Однако трехэлементные сборочные единицы требуют более сложной оснастки из-за необходимости кантовок деталей.

Характеристика соединения по расположению охватывающих деталей на охватываемых и доступ к ним в наибольшей степени важен для технологии разборки, поскольку индуктор должен охватывать нагреваемую деталь. Необходимо иметь пространство возле охватывающей летали. а В многоэлементных соединениях должно пространство иметься между соседними деталями не менее 30 мм, для установки хотя-бы магнитной системы индуктора.

В таблице 2.2 дается перечисление классификационных признаков единиц и деталей в нее входящих, а в таблицах 2.3 и 2.4 классификация соединений и охватывающих деталей по конструктивным признакам.

Таблица 2.2

Характеристика специфицированной сборочной единицы и деталей в нее

№ п/п	Классификационные признаки
1	Специфицированная сборочная единица или соединение
1.1	Размерная характеристика – габаритные размеры
1.2	Масса сборочной единицы (соединения)
1.3	Характеристика соединения
1.4	Относительное расположение деталей
1.5	Сложность сборочной единицы (2-х или многоэлементная)
1.6	Степень доступа к нагреваемой детали
2	Детали, входящие в сборочную единицу или в соединение
2.1	Размерная характеристика – габаритные размеры (длина или высота,
	диаметр или ширина)
2.2	Масса детали
2.3	Форма охватывающей детали

входящих

В размерную характеристику сборочной единицы входит ее номинальные габаритные размеры в мм по длине: от 50 и свыше 2500; диаметру охватывающей детали или ее ширине, если это пластина: от 50 и свыше 2000;

высота: до 10 и свыше 500; характеристика массы в кг: до 25 и свыше 1500; характеристика соединения с натягом: форма посадочной поверхности – цилиндрическая или коническая; ее номинальные размеры в мм: диаметр: до 10 и свыше 1000; длина: до 10 и свыше 400; расчетный N_{min} и N_{max} (приложение Е). Характеристика расположения охватывающей детали в соединении: на крайней ступени ступенчатого вала; не на крайней ступени ступенчатого вала; у торца гладкого вала; на середине или некотором расстоянии от торца гладкого вала. Степень доступа к нагреваемой детали – открытый или полуоткрытый. Сложность сборочной единицы: двухэлементные типа вал со втулкой или корпус с валом (втулкой), составного типа; трехэлементные типа вал со втулкой или составные – вал с обандаженными колесами.

Детали, входящие в сборочную единицу характеризуются по номинальным размерам и массе по тем же диапазонам, что и сборочная единица, а также по форме охватывающей детали с точки зрения сложности эффективности ее индукционного нагрева: расположение в индукторе, количество индукторов и экономичность нагрева.

Рассмотрим классификационную таблицу 2.3. Она предназначена для оценки степени сложности процесса сборки и разборки соединений с индукционным нагревом. Наиболее просто собирать и разбирать соединения с натягом, охватывающая деталь которых доступна с трех сторон: со стороны наружного диаметра и двух торцов. Это – открытое соединение. Особенно упрощается задача, если по расположению охватывающие детали расположены у торца гладкого вала. Также не сложно собирать и разбирать соединения, охватывающая деталь которых открыта со стороны наружного диаметра и одного торца. Но их разбирать сложнее из ограниченности доступа либо к торцу, либо ко всей части детали, вследствие нахождения рядом иных элементов изделия. Трехэлементные соединения как отмечалось можно собирать и разбирать последовательно или, если втулки на валу – одновременно. В последнем случае имеет значение пространство для доступа нагревателя к охватывающим деталям при разборке.

Классификационная таблица 2.4 характеризует сложность нагрева. По типу охватывающие детали разделены на 2 группы: тела вращения и не тела вращения. Сложно обеспечивать равномерность расширения посадочного отверстия охватывающей детали, если она неправильной формы – имеет лишь одну ось симметрии, либо ось посадочной поверхности не является осью наружной поверхности детали, либо диск (обод) смещен относительно И значительно превышает ee Такие середины ступицы диаметр. конструктивные особенности особенно затрудняют нагрев детали в собранном соединении (при разборке), поскольку затрудняет подвод индуктора к ступице или посадочному отверстию. Наиболее просты для нагрева бандажи, кольца и оболочки. Такие детали как зубчатое колесо или подшипник нагревать сложнее, так как имеются ограничения по температуре отдельных их частей.

В целом, относительно сложных крупногабаритных деталей следует отметить, что: наилучшая конструкция с точки зрения нагрева та, которая имеет симметрично расположенную ступицу с плавными переходами в диск, а диск – в обод, тогда можно нагревать только часть, прилегающую к посадочной поверхности, что даст экономию тепловой энергии. При этом напряженно деформированное состояние материала можно иметь низкого уровня.

Таблица 2.3

Классификация сборочных единиц с цилиндрическими или коническими посадками соединений по конструкции

D			Трехэлементные	
Вал или корпус с втулкой		Составная	Вал с втулкой	Составная
ытый	полуоткрытый	открытый	полуоткрытый	открытый
	╶┐┟─── ₩╡┨			
	Вал или ко ытый	Вал или корпус с втулкой ытый полуоткрытый	Вал или корпус с втулкой Составная ытый полуоткрытый открытый	Вал или корпус с втулкой Составная Вал с втулкой полуоткрытый открытый полуоткрытый

Тип Тело вращения Наружная поверхность Не тело вращения Форма С диском и ободом одного диаметра разного диаметра Эскиз детали с размерами

Классификация нагреваемых охватывающих изделий по конструкции

Таблица 2.4

ГЛАВА 3

ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В СОЕДИНЕНИЯХ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА

Производительность и энергоемкость ТП с использованием нагрева определяется временем создания и температурным полем в изделии – распределением температур по элементам нагреваемого изделия.

При индукционном нагреве генерирование теплоты происходит в поверхностном слое материала детали и далее она распространяется теплопроводностью в направлении перпендикулярном теплоотдающим поверхностям. Процесс теплоотдачи любого из элементов соединения как при сборке, так и при разборке состоит из рассеивания тепла в окружающую среду конвективным путем и теплообмена между элементами через зону контакта в результате одновременного действия кондукции и конвекции.

Вследствие неравномерности и нестационарности нагрева в детали всегда имеются температурные напряжения.

3.1 Физические основы энергоэкономичных тепловых процессов при низкотемпературном индукционном нагреве деталей при сборке и разборке соединений

Тепловым процессом является любое изменение во времени температурного поля деталей или их элементов. И при сборке, и при разборке соединения технологическому нагреву подлежит внешний элемент соединения – охватывающая деталь. При этом имеют место тепловые процессы следующих видов:

нагрев детали вследствие поглощения энергии от внешнего источника; нагрев охватываемой детали за счет теплопередачи от охватывающей; разогрев детали от перераспределения тепла внутри материала за счет

теплопроводности;

остывание детали за счет потерь тела в окружающую среду.

Под температурным полем в каждом из выделенных элементов понимается совокупность значений температур во всех рассматриваемых точках. Если температура в рассматриваемых точках элемента со временем не меняется, то поле стационарно, что означает равенство нулю его первых производных по времени. Если температурное поле изменяется со временем, то оно является нестационарным, и сам процесс нагрева также является нестационарным. Температурное поле является однородным при отсутствии во всех точках рассматриваемого элемента источников тепла, в других случаях температурное поле является неоднородным. Неоднородность температурного поля не следует смешивать с понятием неравномерности, которая имеет место всегда и характеризуется изменением значений температуры в точках рассматриваемых элементов в направлении перпендикулярном теплоотдающим поверхностям.

Производительность и энергоемкость операций технологического нагрева определяется не только характером температурного поля, но также способом его создания, временем и способом управления. Создать необходимое температурное поле наиболее просто при нагреве детали индукционным способом.

Особенности и преимущества индукционного нагрева для создания температурных полей следует из характера протекающих электрофизических процессов. При индукционном нагреве, в металле детали температурное поле неоднородно, поскольку в его толще, равной глубине проникновения электромагнитного поля, генерируются токи, которые являются источниками тепловой энергии. Однородным нестационарным поле имеет место при остывании двухэлементного соединения в процессе их формирования после сборки. Температурное поле осесимметричных деталей при индукционном нагреве является функцией радиуса рассматриваемой точки элемента и его длины, а при толщинах элемента, незначительно превышающих удвоенную эквивалентную глубину проникновения электромагнитного поля, только

функцией длины. Соответственно, подобные температурные поля называются двумерными и одномерными.

Температурное поле разбираемого изделия является и неоднородным и нестационарным из-за теплообмена между деталями.

Процесс теплоотдачи любого из элементов соединения состоит из рассеяния тепла в окружающую среду и процесса теплообмена между элементами. Процессом теплообмена принципиально нельзя пренебречь, поскольку он является определяющим в формировании передачи энергии от нагретого (при сборке) и нагреваемого (при разборке) за счет внешних источников энергии элемента к ненагреваемым элементам. Характер теплообмена через зону контактирования элементов зависит от величины зазора или натяга, качества обработки поверхностей и их чистоты. Теплообмен осуществляется двумя путями: традиционно известным - конвективным, не зазора и кондуктивным, с зависящим ОТ величины интенсивностью изменяющейся обратно пропорционально величине зазора. Теплообмен элементов соединений с окружающей средой всегда носит конвективный характер.

Рассматривая в операциях сборки и разборки соединения с натягом процессы скрепления и раскрепления деталей, следует выделить присущие им общие и частные моменты, связанные с физикой процессов теплообмена, от которых зависит расход энергии и качество получаемых изделий соединений или деталей. Отметим, что под термином «скрепление» мы имеем ввиду общепринятое понятие уменьшения теплового сборочного зазора до нуля, а под «раскреплением» обратный скреплению процесс.

Тепловой баланс для осуществления сборки и разборки соединений можно представить в следующем виде

$$W = W_{\rm H} + W_{\rm a} + W_{\rm m},$$

где W – тепловая энергия, которую должна получить втулка; $W_{\rm H}$ – энергия, необходимая для расширения отверстия втулки на величину, компенсирующую натяг; $W_{\rm a}$ – тепловая энергия, расходуемая на расширение отверстия,

обеспечивающее получение технологического теплового зазора для сборки или разборки; $W_{\rm n}$ – энергия перегрева, необходимая для дополнительного расширения отверстия втулки для компенсации потерь ее тепла.

Для одного и того же соединения, как при его сборке, так и при разборке, $W_{\rm H}$ будет одинакова. $W_{\rm a}$ – обычно различна, так как технологический зазор для разборки всегда меньше чем при сборке, поскольку отсутствует необходимость в компенсации погрешностей ориентации деталей. $W_{\rm n}$ для процесса сборки будет складываться из потерь тепла деталью в окружающую среду и базирующие элементы. $W_{\rm n}$ для процесса разборки – это теплота, отдаваемая нагреваемой деталью в окружающую среду и передаваемая валу. $W_{\rm n}$ при разборке выше, чем при сборке, так как в вал уходит большее количество теплоты, чем в базирующие элементы. Как можно заметить, потери тепла в обеих случаях обуславливаются бесконтактной и контактной теплоотдачей нагретой детали.

Рассматривая температурные характеристики процессов скрепления и раскрепления, отметим следующие сходства:

перепад температур ∆Т между деталями в момент их скрепления или раскрепления определяется величиной N_д;

чем больше T_{B} в момент начала процесса скрепления или в момент окончания процесса раскрепления, тем больше должна быть T_{BT} , при том же ΔT ;

для сохранения качества нагреваемой детали ее температура не должна превышать допустимой, а температурное поле исключать возникновение недопустимых по величине напряжений в материале.

Тепловые процессы индукционного нагрева при сборке и разборке соединений базируются на гипотезе Фурье и математической теории теплопроводности, однако они имеют ряд существенных особенностей, связанных с неравномерным распределением источников тепловыделения по объему нагреваемой детали, в то время как классические уравнения теплопроводности получены при равномерном распределении и постоянстве мощности тепловыделения. Данное обстоятельство, наряду с тем, что из-за изменения электрических параметров материала от температуры, делает

необходимым обоснование действия механизма теплового баланса в элементарных объемах материала деталей при неравномерном распределении источников тепловой энергии.

Закон сохранения энергии для произвольного объема (dV) нагреваемого элемента соединения формулируется следующим образом. Тепловая энергия dW_1 , подведенная за единицу времени к элементарному объему материала dV за счет теплопередачи извне от соседних элементов, и тепловая энергия dW_2 , выделившаяся в нем за счет нагрева токами в единицу времени, повышает теплосодержание объема dV на величину dW.

$$dW = dW_1 + dW_2. (3.1)$$

Рассмотрим баланс подведенной за единицу времени к *dV* энергии за счет теплопроводности (рис. 3.1).

Тепло dW_{1x} , подведенное к объему dV в направлении оси х складывается из разности теплового потока dW_{1x4} через грань ABCD и теплового потока dW_{1xK} через грань KLMN.



Рис. 3.1. Инлукционно нагреваемый элементарный объем

Считаем, что грань ABCD имеет температуру *T*, а грань KLMN температуру $T + \frac{\partial T}{\partial x} dx$, т.е. тепловой поток противоположен положительному направлению оси х. Тогда, по закону Фурье

$$dW_{1xA} = -\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \cdot dy dz;$$

$$dW_{1xK} = -\lambda_x \frac{\partial}{\partial x} \left(T + \frac{\partial T}{\partial x} \cdot dx \right) dy dz.$$
(3.2)

Вычитая из первого уравнения (3.2) второе, найдем

$$dW_{1x} = \lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \cdot dx dy dz \, .$$

Совершенно аналогично вычисляются тепловые потоки в направлении осей у и *z*:

$$dW_{1y} = \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dy dz$$
; $dW_{1z} = \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dy dz$.

Таким образом, $dW_z = dW_{1x} + dW_{1y} + dW_{1z}$.

Тепловую энергию, выделившуюся в dV, в результате действия источников индукционного нагрева W_0 , в рассматриваемый момент времени можно принять постоянной

$$dW_2 = W_0 dV = W_0 dx dy dz$$

Изменение теплосодержания элементарного объема dV равно

$$dW = c\gamma \frac{\partial T}{\partial \tau} dx dy dz$$

Подставляя полученные значения dW, dW_1 и dW_2 в (3.1), найдем, что тепловой баланс в объеме dV при индукционном нагреве и отсутствии отвода в окружающую среду имеет вид

$$c\gamma \frac{\partial T}{\partial \tau} dx dy dz = \left(\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) \cdot dx dy dz + W_0(x, y, z) dx dy dz - (3.3)$$

После сокращения на элемент объема получим уравнение теплопроводности в общем виде внутри рассматриваемой области при постоянных коэффициентах теплопередачи

$$c\gamma \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + W_0(x, y, z).$$
(3.4)

В цилиндрических координатах с учетом осевой симметрии $\left(\frac{\partial T}{\partial \theta}=0\right)$, а также $\lambda_y = \lambda_z$ уравнение (3.4) примет вид

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{W_0(r,z)}{\lambda}.$$
(3.5)

При наличии теплоотдачи в окружающую среду, т.е. с расширением рассматриваемой области, в уравнение теплового баланса вводятся составляющие, зависящие от температуры. Более общие случаи нагрева, такие как $\lambda_x \neq \lambda_y \neq \lambda_z$ при индукционном нагреве не встречаются, поскольку данный тип нагрева применим для магнитопроводящих и электропроводных материалов, характеризующихся изотропностью и высокими значениями магнитных проницаемостей и удельными электропроводностями.

На основе рассмотренных в данном разделе тепловых процессов при индукционном нагреве и баланса энергий в элементарно малых объемах материала деталей, получены уравнения теплопроводности с учетом неравномерного распределения источников тепловыделения, на основе которых в дальнейшем предлагается построить обобщенную модель теплового состояния изделий с использованием аппарата блочно-матричного анализа и применения соответствующих функций, для численных решений связанных с полей требуемых температурных нахождением И, следовательно, распределением источников нагрева.

Основными причинами того, что аналитическое решение уравнения теплового состояния по (3.4 - 3.5) редко используется в практике научноинженерных изысканий, в технологических процессах сборки или разборки является их базирование на серьезных упрощениях геометрии и краевых условий для исследуемых соединений, а также упрощение процессов теплообмена с окружающей средой и между деталями с изменяющимися зазорами. Другим важным недостатком аналитических решений и моделей является трудность их применения для расчета трехмерных нестационарных
индукционного нагрева, таких, например, задач как нагрев поршней, располагаемых под углом к оси индукционной катушки. Кроме того, зачастую возникает необходимость в инверсировании не только стационарных, но и нестационарных задач индукционного нагрева, т.е. нахождение внутренних параметров теплового поля, таких как время нагрева, распределение источников тепловой энергии при распределении И др. заданном температурного поля.

Наконец, одним из самых серьезных недостатков аналитических моделей является недостаточно высокая для целей управления тепловыми процессами точность. Это вынуждает вести поиски и разработки методов расчета тепловых полей при индукционном нагреве более нестационарных универсальными И инвариантными ПО отношению к задаваемым И определяемым величинам. Таким методом может быть блочно-матричный.

Основная идея численного решения с использованием блочноматричного аппарата заключается в разбиения исследуемой области на крупные блоки (предельно конечные элементы), в границах которых градиент температурного поля может быть принят равным нулю, но с сохранением накопленного градиента между блоками, и в том числе и между окружающим пространством. Таким образом, сохраняются привлекательные свойства конечно-разностных моделей в части универсальности и алгебраизации, но исключаются проблемы трудоемкости, устойчивости и сходимости. Данная идея реализуется на пути замены дифференциальных уравнений в частных дифференциальных системами обыкновенных производных уравнений, решение которых находится с помощью матричных и блочно-матричных функций.

Поскольку, как будет показано ниже, матричные функции определяются через степенные ряды, заведомо сходящиеся независимо от величины шага разложения, то подобные решения не будут более громоздкими и менее аналитическими, чем аналитические решения, содержащие в своих выражениях также степенные ряды. Отличие заключается лишь в том, что в полученных

ранее решениях степенные ряды являются функцией одного аргумента или параметра, а матричный ряд является функцией матрицы, с которой, впрочем, можно работать как с параметром, соблюдая при этом лишь ограничения, накладываемые на операции с матрицами: некоммутативность, соблюдение размерностей и др. Повышение эффективности применения матриц и матричных функций при решении задач индукционного нагрева возможно на пути применения блочных матриц и соответствующих им блочно-матричных функций. Элементом блочной матрицы являются уже не скалярные величины, как в случае простых матриц, а векторы и матрицы. Сущность повышения эффективности, по аналогии с более эффективными возможностями метода конечных элементов по сравнению с методом сеток, заключается в группировании однородных по тем или иным признакам элементов в блоки.

Для более целостного понимания механизма действия матричных и блочно-матричных моделей коротко приведем основные моменты матричного анализа, не имеющего широкого освещения в отечественной литературе, но без которого понимание дальнейших выкладок может оказаться не достаточно ясным. По аналогии с разложениями функций скалярного аргумента

$$f(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \ldots + \alpha_m x^m,$$

функции от матриц определяются путем разложения в степенные ряды

$$f(A) = \alpha_0 E + \alpha_1 A + \alpha_2 A^2 + \dots + \alpha_m A^m.$$
 (3.6)

Если, например

$$e^{\alpha x} = 1 + \alpha x + \frac{(\alpha x)^2}{2!} + \dots + \frac{(\alpha x)^m}{m!} + \dots,$$

то

$$e^{AX} = E + AX + \frac{(AX)^2}{2!} + \dots + \frac{(AX^m)}{m!} + \dots$$

представляет собой функцию, именуемую обычно матричной экспонентой.

Совершенно аналогично определяются и другие матричные функции, например

$$chA = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^{2n}}{(2n)!}, \ shA = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^{2n+1}}{(2n+1)!}, \ LnA = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot (A-E)^n}{n}.$$

В практике создание математических моделей теплообмена часто встречаются случаи, когда преобразованию подлежат лишь часть переменных состояний. В этих случаях эффективным оказывается применение матриц, расчлененных на блоки - блочных матриц. Блочной матрицей размерностью $s \times t$ называется прямоугольная таблица, составленная из элементарных матриц. Для развернутого обозначения блочных матриц применяются обычно сдвоенные прямые линии

$$\|A\| = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1t} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2t} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{s1} & A_{s2} & \cdots & A_{st} \end{vmatrix},$$
(3.7)

где A_{st} - элементарные матрицы.

Сложение и вычитание блочных матриц производится по тем же правилам, как и в случае, когда вместо блоков оперируют числовыми значениями. Необходимо лишь обращать внимание на то, чтобы блоки были одинаковых размерностей. Операции вычисления матриц высокого порядка сводятся к нескольким операциям более низкого порядка.

3.2 Построение обобщенной многокомпонентной модели дискретного нагрева деталей соединений

Обобщенная многокомпонентная модель теплового состояния соединений при сборке и разборке с использованием индукционного нагрева предполагает возможным представление нагреваемого элемента в виде совокупности нескольких изотропных в тепловом отношении участков.

Участки выделяются в наружном и внутреннем элементах на основе их геометрической структуры или других признаков однородности. Например, слой, целесообразно выделить равный глубине проникновения электромагнитного поля, в котором генерируется теплота, а также несколько других слоев, концентричных ему. Длинную же деталь, нагреваемую несколькими индукторами, целесообразно разделить на участки, в которых генерируется тепло, и участки, в которых тепло не генерируется. При этом выделяемые участки характеризуются теплоемкостями, теплопередачей и теплоотдачей, в то время как зоны контактирования участков считаются безынерционными в тепловом отношении, но обладающими определенной величиной теплопроводности.

Для одномерного объекта, то есть объекта, температурное поле которого изменяется по одной координате, например по длине, общая запись уравнения теплового равновесия і-того кусочно-постоянного компонента (элемента изделия) объекта учетом граничных условий С между участками, соответствующих закону Ньютона теплообмена, для уравнение теплопроводности (3.4) примет вид

$$C_{i}dT_{i}/d\tau = \lambda_{iB}(T_{i} - T_{B}) + \lambda_{i,i-1}(T_{i} - T_{i-1}) + \lambda_{i,i+1}(T_{i} - T_{i+1}) + W_{i}, \qquad (3.8)$$

где $C_i = c_i \gamma_i m_i$ – теплоемкость і-того компонента, имеющего массу m_i ; T_i, T_0 – температуры і-того компонента и окружающей среды, соответственно,; $\lambda_{iB}, \lambda_{i,i-1}, \lambda_{i,i+1}$ – тепловые проводимости, характеризующие обмен тепла і-того компонента; $W_i = w_{0i} * V_i$ - мощность, подведенная к і-тому компоненту.

При i=1 обращается в нуль $\lambda_{i,i-1}$, а при *i* =*k* (где *k*-число элементарных кусочно-постоянных участков объекта) обращается в нуль $\lambda_{i,i+1}$. Из (3.8) следует матричная запись теплового состояния объекта с любым конечечным числом k-компонент (с учетом знаков направления тепловых потоков и нормалей поверхностей, через которые они проходят) при нестационарном технологическом нагреве

$$C^* dT/d\tau = \Lambda \cdot T + \Delta W, \tag{3.9}$$

где $C = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_n \end{pmatrix}$ – матрица теплоемкостей элементов объекта;

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_n \end{pmatrix}$$
 – вектор температур компонент элементов объекта;

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -\lambda_{1_{6}} - \lambda_{12} & \lambda_{12} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & -\lambda_{2_{6}} - \lambda_{21} - \lambda_{23} & \lambda_{23} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{32} & -\lambda_{3_{6}} - \lambda_{32} - \lambda_{34} & \lambda_{34} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \lambda_{n,n1} - \lambda_{n_{6}} - \lambda_{n-1} \end{pmatrix} -$$

матрица тепловых проводимостей;

$$W = \begin{pmatrix} \lambda_{1_{e}}T_{e} + W_{1} \\ \lambda_{2_{e}}T_{e} + W_{2} \\ \lambda_{3_{e}}T_{e} + W_{3} \\ \lambda_{3_{e}}T_{e} + W_{4} \end{pmatrix} -$$
вектор тепловыделения в элементах объекта.

Из (3.9) в случае стационарного температурного поля непосредственно можно определить оптимальное распределение источников тепла по участкам, исходя из допустимых напряжений, и соответствующему ему закону распределения температур в них

$$\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_n \end{pmatrix} = -\Lambda \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix} - \tau_s \begin{pmatrix} \lambda_{1s} \\ \lambda_{2s} \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}.$$

Дифференциальное уравнение (3.9) путем умножения правой и левой его частей на матрицу C^{-1} приводится к нормальному виду

$$\frac{dT}{d\tau} = AT + C^{-1}W$$
 при $T(\tau_0) = T_0$. (3.10)

Для разрешения (3.10) сделаем замену переменных $T = e^{A\tau} \cdot t$, где t -вспомогательная переменная. Это дает возможность прямого интегрирования по t. Действительно, подставляя новую переменную в (3.10), имеем

$$e^{A\tau}\dot{t} = C^{-1}W$$
 при $T(\tau_0) = T_0 = e^{-A\tau_0} \cdot t_0$,

где $e^{A\tau}$ - матричная экспонента как функция матрицы A и времени τ .

Данное уравнение имеет решение

$$t = \int_{\tau_0}^{\tau} e^{-A\tau} C^{-1} W d\tau + D.$$
 (3.11)

Здесь при начальных условиях $t(\tau_0) = e^{-A\tau_0} \cdot T_0$, и учитывая, что при $\tau = \tau_0$ интеграл в (3.11) обращается в нуль, имеем

$$D=e^{-A\tau_0}\cdot T.$$

Переходя к исходным переменным *T* (превышение температур элементов), получим

$$T = e^{A\tau} \left[\int_{t_0}^{\tau} e^{-A\tau} \cdot C^{-1} \Delta W d\tau + e^{-A\tau_0} T_0 \right]$$
(3.12)

Произведя в (3.12) матричное умножение слева на матричную экспоненту *е*^{*A*^{*r*}} получим

$$T = e^{A(\tau - \tau_0)} T_0 + e^{A\tau} \int_{\tau_0}^t e^{-A\tau} C^{-1} W d\tau.$$
(3.13)

При постоянстве $C^{-1}W$ интеграл в (3.13) имеет простое значение

$$\int e^{A\tau} C^{-1} W d\tau = -e^{-A\tau} A^{-1} C^{-1} W \Big|_{\tau_0}^{\tau} = e^{-A\tau_0} A^{-1} C^{-1} W - e^{-A\tau} A^{-1} C^{-1} W.$$
(3.14)

Умножая (3.14) слева на матричную экспоненту получим из него окончательное решение

$$T = e^{A(\tau - \tau_0)} T_0 + \left(e^{A(\tau - \tau_0)} - E \right) A^{-1} C^{-1} W.$$
(3.15)

Уравнение (3.15) удобно для получения рекуррентных соотношений между двумя соседними во времени температурами $T_{n+1}(\tau_{n+1})$ и $T_n(\tau_n)$.

Полагая $\tau_{n+1} = \tau$, а $\tau_n = \tau_0$, получим

$$T_{n+1} = e^{A\Delta \tau} T_n + (e^{A\Delta \tau} - E) A^{-1} C^{-1} W, \qquad (3.16)$$

где $\Delta \tau = \tau_{n+1} - \tau_n$ - интервал времени между T_{n+1} и T_n .

Кроме того, можно заметить, что первое слагаемое в (3.16) представляет собой решение задачи однородного индукционного нагрева (свободную составляющую), а второе слагаемое - его вынужденную составляющую при $W \neq 0$. Нами специально получено решение задачи неоднородного индукционного нагрева в форме (3.16) для произвольно заданных начальных условиях для того, чтобы иметь возможность заменять реальное изменение выделения тепла в нагреваемых элементах от времени кусочно-постоянными участками $W_i = const$, что позволяет без снижения точности рассчитывать нагрев при импульсно-прерывистом подводе энергии.

При численной реализации интервал времени $\Delta \tau$ выбирают таким, чтобы ряд матричной экспоненты $e^{A\tau}$ (с единичной матрицей *E*) быстро сходился

$$e^{A\Delta\tau} = E + A\Delta\tau + \frac{(A\Delta\tau)^2}{2!} + \dots + \frac{(A\Delta\tau)^n}{n!} \dots$$
(3.17)

Сходимость данного ряда гарантированна для любой величины $\Delta \tau$ благодаря уменьшению последних членов ряда за счет резкого возрастания факториалов *n*!, (*n*+1)! и т. д.

Обращение матрицы *А* в (3.16) не требуется, т.к. подставив (3.17) в (3.16) получим:

$$T_{n+1} = e^{A\Delta\tau}T_n + \left[\Delta\tau + \frac{A\Delta\tau^2}{2!} + \frac{A^{n-1}\Delta\tau^n}{n!} + \dots\right]C^{-1}\Delta W.$$
(3.18)

Обращение матрицы *С* не вызывает затруднений в силу ее диагональности.

Таким образом, связь между двумя соседними точками блоков по температуре определяется сходящимися рядами

$$T_{n+1} = \left[E + A\Delta\tau + \dots + \frac{(A\Delta\tau)^n}{n!}\right]T_n + \left[\Delta\tau + \frac{A(\Delta\tau)^2}{2!} + \dots + \frac{A^{n-1}\Delta\tau^n}{n!}\right]C^{-1}\Delta W. \quad (3.19)$$

Первый ряд получается из второго путем умножения всех его членов на матрицу A и сложением с единичной матрицей E. Для неизменного шага интегрирования $\Delta \tau$, ряды в (3.9) вычисляются только один раз. В качестве практической рекомендации для выбора $\Delta \tau$, обеспечивающего быструю сходимость можно указать

$$\mu_{\max}\Delta \tau \leq 1$$
,

где μ_{max} - максимальное собственное значение матрицы A.

Алгоритм определения температуры по уравнению (3.19) имеет серьезные преимущества даже перед стандартно входящими в пакеты символьной математики определениями матричных функций через собственные значения порождающих их матриц, поскольку в последнем случае в качестве собственных значений могут оказаться комплексные числа, наличие которых сильно затруднит вычислительные процедуры.

Определение входящих в матрицу тепловых продимостей величин теплопередачи конвекцией (λ_{iв}) осуществляется по известным формулам

$$\lambda_{iB} = \alpha_i S_i$$
,

где α_i –коэффициент теплоотдачи *i*-того кусочно-постоянного участка, зависящий от условий отвода тепла (скорости движения охлаждающего воздуха, качества обработки ит.д.); *S*_i – площадь теплоотдающей поверхности i-того кусочно-постоянного участка.

Как отмечалось, величина тепловой проводимости воздушного зазора между участками или в целом соединяемыми деталями, находятся как сумма теплопроводностей двух типов: кондуктивной теплопередачи, через микроточечный контакт рельефа поверхностей и конвекции. Для определения

термических сопротивлений неразрывно соединенных кусочно-постоянных участков целесообразно выбирать от 1/2 до 2/3 длины этих участков в направлении потоков тепла, и соответствующие им площади нормальных сечений, т.е., например

$$\Lambda_{i,i+1} = \Lambda_i \Lambda_{i+1} / (\Lambda_i + \Lambda_{i+1}),$$

где $\Lambda_i = \lambda_i S_i / L_i 2$, $\Lambda_{i+1} = \lambda_{i+1} S_{i+1} / L_{i+1} 2$ эквивалентные теплопроводности *i*-того и *i*+1 участков; λ_i , λ_{i+1} – коэффициенты термической проводимости материала *i*-того и *i*+1 участков.

Ниже будет подробно рассмотрена тепловая проводимость контактных зон.

Для двумерного объекта, то есть объекта, температурное поле которого изменяется по двум координатам, например, по радиусу и длине (цилиндр), уравнение теплового состояния *i*,*n*-ого кусочно-постоянного элемента будет иметь вид аналогичный уравнению (3.9) с индексированием по второй координате и учетом граничных условий между элементами по этой же координате

$$C_{ni}dT_{ni}/dt = \lambda_{niB}(T_{i} - T_{B}) + \lambda_{n,i,i-1}(T_{i} - T_{i,i-1}) + \lambda_{n,i,i+1}(T_{i} - T_{i,i+1}) + \lambda_{n,n-1,i}(T_{n,i} - T_{n-1,i}) + \lambda_{n,n+1,i}(T_{n,i} - T_{n+1,i}) + W_{n,i}.$$
(3.20)

Здесь *n*,*i* – индексы обозначают номер кусочно-постоянного элемента.

Естественно, что уравнение (3.20) полностью позволяет использовать матричную запись в форме уравнения (3.9), но при неравном числе слоев разбиения по n и по i. Допустим при n < i, удобнее перейти к блочно-матричной записи, когда элементами матриц C и Λ будут не числа, а матрицы, порядка, соответствующего меньшему числу разбиений. Например для n = 2 и при i=3 получим

$$((C)) = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}$$
,

где
$$(C_1) = \begin{pmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & C_{22} \end{pmatrix}; (C_2) = \begin{pmatrix} C_{12} & 0 \\ 0 & C_{22} \end{pmatrix}; (C_3) = \begin{pmatrix} C_{13} & 0 \\ 0 & C_{23} \end{pmatrix}.$$

При этом двойными скобками обозначена блочность структуры матрицы.

Алгоритм расчета нестационарного технологического нагрева по (3.18) не претерпит серьезных изменений, поскольку, матричная функция экспоненты определяется разложением ее в степенной ряд, а для установившихся значений будет иметь место такой же, но несколько модифицированный ряд, который получается из второго слагаемого (3.9) после вычитания единичной матрицы и умножения полученной разности на матрицу обратную *А*. Обращение блочной матрицы С в силу ее диагональности не встречает затруднений.

Для трехмерного объекта при нестационарном технологическом нагреве цепочечная структура эквивалентной схемы замещения получается ИЗ уравнения (3.9) его индексированием по третьей координате с добавлением слагаемых, учитывающих граничные условия между элементами по этой же координате. Кроме того, необходимо учесть тот факт, что теплоотдачу в окружающую среду имеют элементы только внешних слоев, т.е. имеющих номера предельных значений индексов. Уплотнение разряженных матриц при записи нестационарного теплового состояния объекта приводит к операциям с элементами тензора и соответствующим тензорным функциям, аппарат которых пока недостаточно развит в стандартном математическом обеспечении ПК. Поэтому на этапах синтеза или оптимизации трехмерных объектов, желательно в максимальной степени использовать возможные условия симметрии или равенства размеров по рассматриваемым координатам для того, чтобы оказалось возможным решение поставленных задач в рамках объектов меньшей размерности.

Таким образом, получена универсальная многокомпонентная модель индукционного нагрева изделий на базе блочно-матричных функций, и их представления в форме быстросходящихся рядов. При увеличении числа элементов разбиения изделия модель приближается к модели на основе конечных элементов внутри области.

Модель позволяет решать с большой эффективностью задачи синтеза индукционных нагревателей, а также часто встречающиеся задачи параметрической идентификации, задачи термодинамики и оптимального управления нагревом.

В качестве примера реализации полученной модели рассмотрим определение нестационарного теплового состояния соединения гребного вала судна с бронзовой облицовкой, для случая постоянной тепловой проводимостей зазора между ними.

Облицовка представляет собой длинный тонкостенный гладкий цилиндр, устанавливаемый с натягом после нагрева на гребной (дейдвудный) вал. Она предназначена для защиты вала от коррозии в результате действия морской воды, и для уменьшения коэффициента трения при вращении в подшипниках. Поскольку отлить облицовку длинной более 500 мм в виде сплошной заготовки и обработать ее весьма сложно, ее изготавливают из частей. Стыки паяют. Одной из основных причин преждевременного выхода из строя дейдвудных валов, покрытых бронзовыми облицовками, является образование трещин в зоне ее сварных швов. Это является следствием неправильно выбранных температурных режимов сборки – облицовку нагревают равномерно по длине, и вследствие этого первоначальное скрепление ее с валом происходит по торцевым участкам и далее, закрепленная по краям облицовка скрепляется по середине. Возникающие при этом в материале облицовки напряжения от сборки, складываются со сварочными напряжениями, и они становятся недопустимо высокими.

Установленная на вал нагретая облицовка должна первоначально скрепляться с ним своей центральной частью. Чтобы это происходило, распределение температур по длине облицовки перед ее установкой на вал не должно быть равномерным. Более нагретыми должны быть концевые участки, поскольку они при контакте с холодным валом, который значительно длиннее облицовки, интенсивно охлаждаются. Однако, слишком большой перепад температур по длине облицовки так же может вызвать возникновение значительных растягивающих напряжений в материале и, следовательно,

нагрузить сварные швы. Кроме того, наибольшая температура нагрева облицовки перед сборкой должна быть минимально допустимой по условиям экономии энергии и сохранения физико-механических свойств ее материала. То есть нельзя сильно перегревать конусы облицовки.

Выбор необходимого температурного поля облицовки, чтобы скрепление ее с валом происходило, начиная с ее центральной части, может быть c помощью трехмассовой термодинамической произведен модели. Трехмассовая модель дает возможность отслеживать критические значения пространственных градиентов температур, возникающих как при индукционном нагреве, так и при остывании деталей в процессе их соединения при разных условиях теплоотдачи с их поверхностей.

Трехмассовоя модель (рис. 3.2) включает вал и охватывающую деталь, которая представлена состоящей из трех частей: две части толщиной Δ на торцах с эквивалентными теплоемкостями C_1 , и одна часть - по середине, с эквивалентной теплоемкостью C_3 . Вал имеет эквивалентную теплоемкость C_2 .



Рис. 3.2. Схема соединения облицовка-вал при скреплении в виде трехмассовой модели

Между валом и частями втулки находятся зоны их теплового контактирования с теплоотдачей: торцы с валом - α_{12} и α_{13} и с серединой вала - α_{23} . Между собой части втулки обмениваются теплом через зоны теплового контактирования с теплоотдачей α_{13} . От поверхностей частей втулки теплота рассеивается в окружающую среду с теплоотдачей λ_1 (торцы) и λ_3 (середина).

Структура термодинамической модели (рис. 3.3) в соответствии с геометрическим представлением соединения (рис. 3.2) включает три накопителя тепловой энергии с температурами T₁ - торцевые части втулки, и с

температурой *T*₃ - средняя часть. Теплопроводность одинакова для всех частей втулки, так как одинаков материал. *T*₂ - температура вала.

Теплоемкости зон теплового контактирования в виду их малой массы не учитываются, материал рассматриваемых масс считается изотропным в тепловом отношении. Допущением также является пренебрежение тепловой инерционностью процессов внутри материала деталей. Это позволяет свести решение краевой задачи - с распределенными параметрами (уравнение теплопроводности Фурье) к решению задачи нестационарного теплового состояния системы тел с сосредоточенными массами.

Система дифференциальных уравнений, описывающих нестационарное тепловое состояние, трехмассовой модели имеет вид

$$c_{1}\frac{dT_{1}}{d\tau} + \lambda_{1}T_{1} + \alpha_{12}(T_{1} - T_{2}) + \alpha_{13}(T_{2} - T_{3}) = W_{1};$$

$$c_{2}\frac{dT_{2}}{d\tau} + \lambda_{2}T_{2} + \alpha_{12}(T_{2} - T_{1}) + \alpha_{23}(T_{2} - T_{3}) = W_{2};$$

$$c_{3}\frac{dT_{3}}{d\tau} + \lambda_{3}T_{3} + \alpha_{13}(T_{3} - T_{1}) + \alpha_{23}(T_{3} - T_{2}) = W_{3},$$
(3.21)

где T_1 , T_2 и T_3 – превышение температуры элементов системы над температурой окружающей среды; W_1 , W_2 , W_3 – мощность тепловыделения в элементах системы.



Рис. 3.3. Трехмассовая модель теплового состояния соединения

Нормализуя систему (3.21) и вводя матричное обозначение, можно получить

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\lambda_1 - \alpha_{12} - \alpha_{13} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{12} & -\lambda_2 - \alpha_{12} - \alpha_{23} & \alpha_{23} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & -\lambda_3 - \alpha_{13} - \alpha_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{pmatrix} \end{bmatrix} (3.22)$$

Обратив матрицу теплоемкостей и произведя ее умножение, имеем стандартную форму матричного дифференциального уравнения

$$(T_i) = (A) (\tau_i) + (B)(W_i), \qquad (3.23)$$

где матрица состояния

$$(\mathbf{A}) = \begin{pmatrix} -\frac{\lambda_1 + \alpha_{12} + \alpha_{13}}{c_1} & \frac{\alpha_{12}}{c_1} & \frac{\alpha_{13}}{c_1} \\ \frac{\alpha_{12}}{c_1} & -\frac{\lambda_2 + \alpha_{12} + \alpha_{23}}{c_2} & \frac{\alpha_{23}}{c_2} \\ \frac{\alpha_{13}}{c_3} & \frac{\alpha_{23}}{c_3} & -\frac{\lambda_3 + \alpha_{13} + \alpha_{23}}{c_3} \end{pmatrix}$$

и матрица сторонних воздействий

$$(\mathbf{B}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{c_1} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{c_2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{c_3} \end{pmatrix}.$$

Аналитическое решение для трехмассовой модели, выраженное через матричные функции, в соответствии с (3.9) имеет вид:

$$(T) = e^{A\tau} T_0 + [e^{A\tau} - E]\lambda^{-1}c^{-1} W.$$
(3.24)

Здесь

$$\lambda = \begin{pmatrix} -\lambda_1 + \alpha_{12} + \alpha_{13} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{12} & -\lambda_2 + \alpha_{12} + \alpha_{23} & \alpha_{23} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & -\lambda_2 + \alpha_{13} + \alpha_{23} \end{pmatrix}$$
- матрица теплопроводности;

$$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix}$$
 вектор
- греющих
мощностей;
$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{единичная} \\ \text{матрица;} \end{pmatrix}$$
$$e^{A\tau} = E + A\tau + \frac{(A\tau)^2}{2!} + \dots + \frac{(A\tau)^n}{n!} + \quad \text{- матричная экспонента.}$$

Рекуррентное соотношение между двумя тепловыми состояниями, разделенными временным промежутком Δτ, из (3.24) позволяет моделировать динамику тепловых процессов при естественном течении времени и учитывать ненулевые значения температуры окружающей среды путем введения эквивалентных источников тепла.

$$T_{n} = e^{A\Delta\tau} \cdot T_{n-1} + \left[e^{A\Delta\tau} - E \right] \cdot \lambda^{-1} c^{-1} \Delta W; \qquad (3.25)$$

$$\Delta W_{01} = \frac{\lambda_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13}}{c_{1}} T_{0} ;$$

$$\Delta W_{02} = \frac{\lambda_{22} + \alpha_{21} + \alpha_{23}}{c_{2}} T_{0} ;$$

$$\Delta W_{03} = \frac{\lambda_{33} + \alpha_{31} + \alpha_{32}}{c_{2}} T_{0} .$$

С другой стороны из (3.25) можно получить обратное рекуррентное соотношение

$$\tau_{n-1} = \left(e^{A \Delta t} \right)^{-1} \left[\tau_n - \left[e^{At} - E \right] A^{-1} c^{-1} \Delta P_0 \right]$$
(3.26)

для динамики тепловых процессов при обратном отсчете времени, что позволяет определять, например, начальные значения температур отдельных элементов модели при известных (желаемых) значениях температур в определенный момент времени $\tau = \tau_0 + \Delta \tau \cdot n$. Это часто требуется для технических систем, у которых надо найти оптимальное соотношение между необходимыми начальными и желаемыми конечными значениями переходных процессов при отсутствии управляющих воздействий на систему.

Предложенная трехмассовая модель теплового состояния соединенных деталей может использоваться и для определения теплового режима соединения при разборке соединений. Для этого достаточно в (3.25) ввести значения мощности нагрева облицовки.

3.3 Разработка нелинейной модели тепловой проводимости зоны контакта деталей

Формирование сборочной единицы - соединения с натягом происходит в течение некоторого времени, который промежутка определяется перераспределением тепловой энергии между соединенными деталями через контакт их посадочных поверхностей теплопередачей и рассеянием тепла в окружающую среду. Время формирования соединения является критериальной величиной, определяющей производительность технологического процесса сборки. При этом, чтобы указать, когда данное конкретное соединение можно снимать со сборочного устройства, и когда с ним можно работать после его остывания необходимо знать промежуток времени от момента механического соединения детали до их скрепления, а также указать время образования натяга. То есть, необходимость получения точных моделей не является самодовлеющей целью, а служит источником дополнительной информации, непосредственным образом влияющей на эффективность процессов. Эти временные характеристики технологического процесса могут быть определены только при известных значениях тепловой проводимости контакта деталей (λ_{12}) и теплоотдачи в окружающую среду от охватывающей (λ_1) и охватываемой (λ_2) деталей. Значения λ_{12} могут быть получены при известных конвективных и кондуктивных ее составляющих.

При нахождении λ_{12} возникают серьезные проблемы, связанные с тем, что в процессе формирования соединения величина сборочного зазора, равно как фактически теплопередающая поверхность зоны контакта меняются в достаточной мере случайным образом. Из-за несовпадения осей вала и втулки и возникающего при этом их неравномерного соприкосновения по посадочным

поверхностям, теплообмен в зазоре между ними неодинаков по длине детали. Вследствие этого процесс скрепления даже по длине втулки будет идти неравномерно.

В первом приближении тепловую проводимость зоны контактирования деталей соединения можно представить в виде двух составляющих, имеющих постоянную и зависимую от величины зазора между деталями (или разности температуры между ними) величину, т.е. разложить в ряд Тейлора по положительным степеням ΔТ.

$$\lambda_{12} = \alpha_1 S_H [1 + K_1 (1 - \Delta T / \Delta T_H)] + \frac{2\alpha_2 S_H}{\beta D \Delta T_H - N} [1 + K_2 (1 - \Delta T / \Delta T_H)], \qquad (3.27)$$

где S_{H} - номинальная площадь зоны контактирования; $\Delta T / \Delta T_{H}$ - относительное к начальной разности температуры деталей значение разности температур; β - коэффициент линейного расширения материала нагретой детали; α_{1} - коэффициент конвективной теплопередачи с учетом конкретных условий в зоне контактирования; α_{2} - коэффициент кондуктивной теплопроводности с учетом конкретных условий в зоне контактирования; K_{1}, K_{2} - коэффициенты увеличения конвективного и кондуктивного теплопереноса в процессе скрепления.

При таком допущении о линейном характере изменения обеих составляющих λ_{12} имеем следующие ее значения (табл. 3.1), и соответственно кривая 1 графика изменения (рис. 3.4). Здесь в расчетах использовалась не величина зазора, а что, то же самое, - разность температур втулки и вала ΔT для соединения из стали N = 0,06 мм, D = 160 мм, d = 100 мм, длиной посадки – 110 мм; длиной вала – 300 мм; натяг.

Таблица 3.1

Значения тепловой проводимости зоны контакта деталей, при их скреплении для линейного характера изменения λ₁₂

ΔT, °C	360	270	180	100	50
λ_{12} , Bt/°C	15	23	32	40	45



Рис. 3.4. Зависимость тепловой проводимости зазора от разности температур втулки и вала ∆Т (точками отмечены экспериментальные данные)

Поскольку реальная поверхность контактирования деталей меньше ее номинальной геометрической величины, и носит в достаточной мере случайный характер, то реальная теплопроводность может служить мерой качества собранных соединений, получаемых с использованием нагрева.

Влияние линейного возрастания теплопроводности зазора между соединяемыми деталями при уменьшении разности температуры между ними проиллюстрируем на примере двухмассового соединения. Исходя из кусочнолинейной двухмассовой модели

$$C_1 \frac{dT_1}{d\tau} = -\lambda_{BT} T_1 - \lambda (T_1 - T_2);$$

$$C_2 \frac{dT_2}{d\tau} = -\lambda_B T_2 + \lambda (T_1 - T_2).$$

Здесь λ_{BT} , λ_{B} - величины тепловых проводимостей рассеяния тепловой энергии от охватывающей детали (втулки) и охватываемой детали (вала) в окружающую среду; C_1, C_2 - теплоемкости втулки и вала; T_1, T_2 - температура втулки и вала.

Проведя несложные преобразования над исходной системой дифференциальных уравнений, можно найти

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{\lambda_{BT}}{C_1}T_1 + \frac{\lambda_B}{C_2}T_2 - \lambda \cdot \Delta T \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}\right), \qquad (3.28),$$

где $\Delta T = T_1 - T_2$ - разность температуры соединяемым деталей.

Преобразуя (3.28) получим

$$\frac{d\Delta T}{d\tau} = -\frac{\lambda_2}{C_2}(T_1 - T_2) + \left[\frac{\lambda_2}{C_2} - \frac{\lambda_1}{C_1}\right] \cdot T_1 - \lambda \cdot \Delta T \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}\right).$$
(3.29)

Данное уравнение разрешимо методом разделения переменных, если $[\frac{\lambda_2}{C_2} - \frac{\lambda_1}{C_1}] \cdot T_1$ разложить по степеням ΔT , находя коэффициенты разложения с необходимой точностью методом последовательных приближений. С другой стороны, при значении $[\frac{\lambda_2}{C_2} - \frac{\lambda_1}{C_1}] \cdot C_2 / \lambda_2 \le 0,1$, этой составляющей можно пренебречь. Тогда, обозначив

$$a = \alpha_1 S_H \cdot [1 + K_1] + \frac{2\alpha_2 S_H}{\beta D \Delta \tau_H - N} (1 + K_2); \qquad (3.30)$$

$$b = (\alpha_1 S_H K_1 / \Delta \tau_H + \frac{2\alpha_2 S_H}{\beta D \Delta \tau_H - N} \cdot K_2 / \Delta \tau_H), \qquad (3.31)$$

получим

$$\frac{d\Delta T}{d\tau} = -\frac{\lambda_2}{C_2} \Delta T - (a - b \cdot \Delta T) \cdot \Delta T \cdot \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}\right).$$

Производя разделение переменных, найдем

$$\frac{d\Delta T}{\left(-a \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} - \frac{\lambda_2}{C_2}\right)\Delta \tau + b \cdot \Delta T^2 \cdot \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}\right)} = d\tau .$$
(3.32)

Поскольку знаменатель (4.32) имеет два корня: $\Delta T_1 = 0$ и $\Delta T_2 = \mu$, где

$$\mu = (a \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} + \frac{\lambda_2}{C_2}) / b \cdot \left[\left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right) \right],$$

то решение его найдется прямым интегрированием равенства

$$\frac{1}{\eta\mu}\int \frac{d\Delta T(\Delta T - \Delta T + \mu)}{\Delta \tau \cdot (\mu - \Delta T)} = \int d\tau \; .$$

Здесь $\eta = b(C_1 + C_2)/C_1C_2$.

В результате имеем

$$\Delta T / (-\mu + \Delta T) = C \cdot e^{-\mu \eta \tau}, \qquad (3.33)$$

где С – постоянная интегрирования, определяемая начальными условиями.

В начальный момент времени соединения деталей $\Delta T(0) = \Delta T_0$, и $C = \Delta T / (-\mu - \Delta T_H)$

Разрешая (3.33) относительно разности температур, получим окончательно выражение

$$\Delta T = \frac{iK T_{H} \cdot e^{-\mu\eta\tau}}{(\Delta T_{H} \cdot (1 - e^{-\mu\eta\tau}) + iK)} = \frac{\Delta T_{H} \cdot e^{-\mu\eta\tau}}{1 - \frac{\Delta T_{H}}{\mu}(1 - e^{-\mu\eta\tau})}, \qquad (3.34)$$

которое учитывает нелинейное изменение теплопроводности термического зазора между деталями.

Определение значений температур соединяемых деталей T_1 и T_2 производится подстановкой полученного из (3.33) решения для (T_1 - T_2) в первое и второе уравнение системы (3.29) с последующим нахождением из них свободных и вынужденных составляющих. Например, для τ_1 получим

$$C_{1}\frac{dT_{1}}{d\tau} + \lambda_{1}T_{1} = \frac{-a\mu\Delta T_{\mu} \cdot e^{-\mu\eta\tau}}{-\Delta T_{\mu}(1 - e^{-\mu\eta\tau}) + \mu} - \frac{b(\mu\Delta T_{\mu})^{2}}{\left[-\Delta T_{\mu}(1 - e^{-\mu\eta\tau}) + \mu\right]^{2}}.$$

Отсюда $T_{1_{CB}} = e^{-\lambda_1 / C_1 \tau}$, а вынужденная составляющая

$$T_{1BH} = -\frac{a\mu\Delta T_{_{H}}}{\lambda_{1} \left[-\Delta T_{_{H}}(1 - e^{-\mu\eta\tau}) + \mu \right]} - \frac{b(\mu\Delta T_{_{H}})^{2}}{\lambda_{1} \left[-\Delta T_{_{H}}(1 - e^{-\mu\eta\tau}) + \mu \right]^{2}},$$

откуда $T_l = T_{lce} + T_{leh} + C_c.$

Здесь C_c - постоянная интегрирования из условия $T_1(0)=T_{1H}$.

Полученные решения применимы и для разборки с теми лишь изменениями, что в первом уравнении исходной системы дифференциальных уравнений появляется составляющая, связанная с мощностью нагрева втулки, то есть

$$C_{1} \frac{d\tau_{1}}{dt} = -\lambda_{1}\tau_{1} - \lambda(\tau_{1} - \tau_{2}) + W_{0};$$

$$C_{1} \frac{d\tau_{2}}{dt} = -\lambda_{1}\tau_{2} - \lambda(\tau_{1} - \tau_{2}).$$
(3.35)

В связи с этим в уравнении (3.32) знаменатель будет иметь оба корня μ_1 и μ_2 отличными от нуля, которые определяются квадратным относительно ΔT уравнением

$$\frac{b(C_1 + C_2)}{C_1 C_2} \Delta \tau^2 - \left(a \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} + \frac{\lambda_1}{C_2}\right) \Delta \tau + \frac{P_0}{C_1} = 0.$$

Предложенная новая концепция рассмотрения тепловой проводимости зазора в соединениях, собираемых с натягом, учитывающая конвективную и кондуктивную теплопроводность, допускает распространение на тепловые модели более высоких порядков, например, трехмассовые.

В 3.2 рассматривалась трехэлементная (трехмассовая) модель теплового состояния соединенных деталей. Как отмечалось, при большой длине охватывающей детали условия остывания ее внешних к середине длины, и внутренних частей будут различны. Вследствие этого и термический зазор будет уменьшаться неравномерно: у частей, близких к торцевым поверхностям он будет изменяется быстрее, чем под внутренней (центральной частью).

Поскольку в начале процесса скрепления обмен тепловой энергией между соединяемыми деталями осуществляется преимущественно конвективным коэффициента значения теплопередачи путем, И следует принимать практически постоянным, a В конце скрепления к конвективному теплопереносу добавляется существенная часть кондуктивного, то это дает возможность предположить характер изменения коэффициента теплопередачи

в процессе сборки изменяющимся по закону, близкому к постоянству теплового напора, и представить теплопередачу через зазор нелинейной зависимостью от разности температур, т.е. разложением в ряд Лорана с использованием отрицательных степеней ΔT

$$\lambda_{12} = a_l + b_l / (T_1 - T_2) \tag{3.36}$$

Для того же экспериментального стального соединения с N = 0,06 мм значения изменения $\lambda_{12} = f(\Delta T)$ по (3.36) даны в табл. 3.2 и на рис. 3.4, (кривая 2).

Используя значения λ_{12} на концах диапазона получим значения коэффициента $a_l = 10,1$ BT/°C; $e_l = 1750$ BT.

Таблица 3.2

Значения тепловой проводимости зоны контакта деталей при их скреплении для нелинейного характера изменения λ₁₂

ΔT, °C	360	270	180	100	50
$\lambda_{12}, BT/^{\circ}C$	15	16,6	20	28	45

Изменения величин тепловой проводимости λ₁₂ контакта вал – втулка от температуры можно проиллюстрируем на примере соединения бандаж – центр железнодорожного колеса, имеющего параметры:

 $C_1 = 177$ кВт·с/град; $C_2 = 168$ с/град; $\lambda_1 = 64,6$ Вт/град; $\lambda_2 = 75$ Вт/град; $\alpha_1 = 90$ Вт/ м²с; $\alpha_2 = 0,056$ Вт/ м²с; $\kappa_1 = 2,6$; $\kappa_2 = 2,3$; $S_{\kappa} = 0,61$ м². Коэффициенты аппроксимации по (3.30) и (3.31): a = 198 Вт/град; e = 0,49 Вт/град²; $\lambda_{1,2} = 120$ Вт/ м²с; $\Delta T_{\rm H} = 293^{\circ}$ С; тогда $\mu_2 = 2,68 \cdot 10^{-3} {\rm c}^{-1}$; $T_{\rm экв} = 373$ с; $T_{\lambda_{1,2}} = 860$ с.

Зависимость изменения $\Delta T = f(\tau)$ приведена в табл. 3.3 для значений $\lambda_{12} = a_l + b_l / \Delta T$ и $\lambda_{12} = \text{const.} \ \tau = \tau / T_{_{3KB}} = \tau / 373.$

Таблица 3.3

Изменение перепада температур между деталями соединения бандаж –центр в процессе скрепления при различных расчетных значениях λ₁₂

τ, c	0	373	746	1100
ΔT при λ_{12} = var, °C	293	177	86	34
ΔT при λ_{12} = const , °C	293	185	110	80

Из рис. 3.5. видно, что момент скрепления соединения при λ_{12} = var, (кривая 2) должен произойти существенно раньше, чем при λ_{12} = const (кривая 1). Влияние возрастания



выше примере трехмассового соединения. Система дифференциальных уравнений нестационарного теплового состояния для такой трехмассовой модели имеет вид (3.21).

Заметив, что по (3.36) в первом, втором и третьем уравнениях (3.21) в пределах, определяемых температурой скрепления, можно заменить

$$\alpha_{12}(T_1 - T_2) = a_l \cdot (T_l - T_2) + b_l \bowtie \alpha_{23}(T_l - T_2) = a_l \cdot (T_3 - T_2) + b_l, \qquad (3.37)$$

и при этом коэффициент a_1 будет представлять собой значение конвективного коэффициента теплопроводности в зазоре, а коэффициент b_1 значение передаваемой тепловой мощности через зазор для разности температур втулки и вала при скреплении с учетом дополнительно образовавшейся зоны кондуктивной теплопередачи. Таким образом, получаем возможность учесть нелинейный характер теплопередачи через зазор линейной системой дифференциальных уравнений, вытекающих из многокомпонентной модели нестационарного состояния.

Записав (3.21) в матричной форме, обратив матрицу теплоемкостей и произведя ее умножение, можно получить стандартную форму матричного дифференциального уравнения, учитывающего переменный характер теплообмена в зазоре посредством введенных по (3.37) корректирущих добавок

$$(T_i)=(A) (T_i)+(B)(\Delta W_i).$$
 (3.38)

При достижении температуры скрепления деталей коэффициент теплопередачи в зазоре, достигнув своего максимального значения, в дальнейшем остается постоянным, что дает возможность продолжить расчет теплового состояния скрепляемого соединения по тому же алгоритму, введя корректировки в матрицы состояния и вектор греющих потоков.

Трехмассовая модель, учитывающая нелинейный характер теплообмена в зазоре, дает возможность отслеживать критические значения пространственных градиентов температур, возникающих как при индукционном нагреве, так и при остывании деталей в процессе их соединения при разных условиях теплоотдачи с их поверхностей.

Эффективность трехмассовой модели термодинамического состояния соединения с использованием неленейной модели тепловой проводимости контакта между деталями была исследована на упоминавшейся выше физической модели соединения вал – бронзовая облицовка судового механизма.

Посадочный диаметр соединения – d=182 мм, наружный диаметр облицовки 210 мм, длина – 1520мм, длина вала – более 2300 мм. Посадка – 182H9/t6 обеспечивает максимальный натяг N_{max}=0,195 мм и минимальный N_{min}=0,151мм. Для расчетов примем натяг опытного соединения 0,18 мм. Момент скрепления деталей соединения при данном натяге наступает при перепаде температур ΔT между ними в 66°C (в соответствие с расчетом по формуле $\Delta \tau = \frac{N}{\beta \cdot d}$, где β =0,15 усредненный коэффициент линейного расширения для бронзы и стали).

Используя данные удельной теплоемкости стали 0,45 кДж/кг с и бронзы – 0,38 кДж/кг с, коэффициенты теплопроводности стали и бронзы – 4,66 Вт/м

град, а также теплоотдачу от облицовки - на воздух 40 Вт/м² ·с и на вал - 60 Вт/м² ·с, получим значения коэффициентов матрицы состояния (A): $a_{11}=-0.0254$; $a_{12}=0.004$; $a_{13}=0.86 \cdot 10^{-3}$; $a_{21}=0.14 \cdot 10^{-3}$; $a_{22}=-1.6 \cdot 10^{-3}$; $a_{23}=0.5 \cdot 10^{-3}$; $a_{31}=0.22 \cdot 10^{-3}$; $a_{32}=3.7 \cdot 10^{-3}$; $a_{33}=-2.04 \cdot 10^{-3}$.

Начальные условия вектора теплового состояния соединения до начала процесса скрепления принимаем по условиям эксперимента: температура на торцах втулки 148°С, по середине втулки 132°С, вала 20°С.

Расчетные значения изменения температуры деталей их в процессе скрепления в соединение с N=0,18 мм приведены в табл. 3.4, из которой видно, что момент скрепления по середине облицовки должен быть когда перепад температур равен 106° C - 37° C = 69° C и раньше, чем по торцам.

Таблица 3.4

cpedinin temieparypa y neritob obinitobili n'epediten naern bana					
Время, с	Вал, °С	Торец облицовки, °С	Середина облицовки, °С	Температурный градиент между серединой облицовки и вала, °С	
0	20	148	132	112	
60	24	138	125	101	
120	28	129	119	91	
180	32	122	114	82	
240	35	115	109	74	
300	37	111	106	69	
360	39	105	103	64	
420	40,5	100	100	59,5	
480	42	96	97	55	
540	43	93	94,5	51,5	
600	44	92	91	46	
660	45,5	89	89	43,5	

Средняя температура участков облицовки и средней части вала

Сравнение полученных расчетов значений с экспериментальными данными дало достаточно хорошее - (15-16)% совпадение значений температур. В эксперименте момент скрепления наступил через 4,8 минут. Полное уравнивание температур облицовки и вала в соответствие с расчетом происходит после 25 минут остывания, и составляет 67°С.

3.4 Оптимизация нагрева изделий со сложным профилем для сборки

Колесо тепловоза ТГМ – 40 представляет собой сборочную единицу, состоящую из обандаженного колесного центра имеющего сложный профиль (рис. 3.6). В соединении ось-колесо N_{max}=0,2 мм, в соединении бандаж-центр N_{max}=1,08 мм. Как известно, в зависимости от типа нагревателя и режима





температурное нагрева поле детали может изменяться в широких пределах и, если выполнять локальный нагрев детали ступенчатой формы, то можно получить экономию тепловой энергии. Конструктивные особенности колеса – наличие ярко выраженной ступицы, дают возможность уменьшить энергозатраты в случае ее локального индукционного нагрева. В тоже время, необходимо не превышать допустимые материалом колесного центра напряжения.

Таким образом, для обеспечения качества сборки ось-колесо необходимо

установить такое распределение температуры, которое обеспечит технологически заданное расширение отверстия ступицы $u_{cT} \leq 0,2 \cdot 10^{-3}$ и минимизирует количество тепловой энергии, передаваемое детали, при ограничении уровня напряжений $\sigma_e \leq \sigma_T$ и температурного диапазона: $20^0 \text{C} \leq \text{T} \leq 350^0 \text{C}$. Поскольку при индукционном нагреве ступицы тепло генерируется в поверхностном слое и прилегающих к ней боковых поверхностях, поиск оптимальных режимов нагрева должен проводится при задании мощности теплового потока на боковые поверхности центра колеса.

Для решения поставленной задачи был использован МКЭ, который дает возможность рассчитать практически любой сложности конфигурацию осесимметричного объекта. Рассчитываемая конструкция (колесо), апроксимируется тороидальными КЭ, а также используются стыковые

элементы, с помощью которых, моделируется состояние сила-сдвигтеплопередача на поверхностях конструкции. Решение нестационарной температурной задачи выполняется с использованием центральной разностной схемы, и расчеты пластических деформаций проводятся на основе диаграммы растяжения материала с использованием метода начальных напряжений, остаточные напряжения и деформации находятся по закону разгрузки. Для вращения матрицы и вычисления перемещений использован метод квадратного корня, а при выполнении оптимизации использован комплексный метод, разработанный М. Боксом. Он является модификацией симплексного метода Нелдера-Мида, позволяющего учитывать ограничения. Описанный алгоритм реализует программа МКЭ-D языком Fortran.

Расчетная модель выглядит следующим образом. Система уравнений, описывающих упругое деформирование твердого тела включает в себя;

уравнения равновесия

$$\sum_{i=l}^{3} \frac{\partial}{\partial x_{i}} \sigma_{ij} + X_{j} = 0; \quad j = \overline{1,3};$$
(3.39)

уравнения связи между деформациями и перемещениями (уравнения Коши)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \quad i, j = \overline{1,3};$$
(3.40)

обобщенный закон Гука с учетом температурных деформаций $\epsilon^{(0)}$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \left(\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0 \frac{3\nu}{1+\nu} \right) + \delta_{ij} \varepsilon^{(0)}; \quad i, j = \overline{1,3};$$
(3.41)

где σ_{ij}, ε_{ij} – компоненты тензоров напряжений и деформаций; X_j – проекции на оси координат объемных сил, отнесенные к единице объема; x_j – компоненты координаты точки недеформированного тела; u_i – проекции вектора перемещений точки тела;

$$\delta_{ij} = \begin{cases} l & npu & i = j; \\ 0 & npu & i \neq j; \end{cases}$$
 – символ Кронекера;

 $G = E/(2 + 2\nu) - модуль сдвига; \sigma_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3 - среднее нормальное напряжение; <math>\varepsilon_0 = (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)/3 - среднее$ относительное удлинение.

При этом на части поверхности тела могут быть заданы граничные условия в напряжениях

$$X_{iv} = \sum_{j=1}^{3} \sigma_{ij} l_j; \quad i = \overline{1,3} , \qquad (3.42)$$

или в перемещениях

$$u_i = g_i; \quad i = 1,3,$$
 (3.43)

где X_{iv} – компоненты поверхностных напряжений; g_i – перемещений на поверхности; l_j – косинусы углов между координатными осями и нормалью к площадке.

Для построения метода численного решения использован принцип возможных перемещений, в соответствии с которым для тела, находящегося в положении равновесия, сумма работ всех действующих на него внешних (δ U) и внутренних ($-\delta$ П) сил на любой системе возможных перемещений равна нулю

$$\delta \mathfrak{I} = \delta \Pi - \delta \mathfrak{U} = 0, \qquad (3.44)$$

где

$$\delta\Pi = \int_{V} \sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} dV \tag{3.45}$$

– приращение потенциальной энергии деформации тела, интегрирование производится по объему тела V;

$$\delta U = \int_{V} \overline{X}_{i} \delta u_{i} dV + \int_{S_{i}} \overline{F}_{vi} \delta u_{i} dS$$
(3.46)

– работа внешних объемных сил \overline{X}_i и поверхностных сил \overline{F}_{vi} на возможных перемещениях δu_i . При этом поверхностные силы действуют на части поверхности тела S_1 , а на части оставшейся поверхности S_2 заданы перемещения

$$u_i = \overline{u}_i. \tag{3.47}$$

С учетом (3.45), (3.46) зависимость (3.44) примет вид

$$\delta \mathfrak{I} = \int_{V} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV - \int_{V} \overline{X}_{i} \delta u_{i} dV - \int_{S_{i}} \overline{F}_{vi} \delta u_{i} dS = 0.$$
(3.48)

(3.49)

Функционал используется для построения соотношений МКЭ в форме метода перемещений с использованием цилиндрической системы координат (r,z,θ) с тороидальными КЭ треугольного поперечного сечения с тремя узлами (рис. 3.7). Компоненты перемещений в узлах КЭ однозначно определяют перемещения внутри элемента.



Рис. 3.7. Схема конечного элемента

Перемещения внутри элемента задаются вектором-столбцом

$$\vec{U} = \{u, v\}^T = [N]\vec{U}^e,$$
 (3.50)

матрица [N] содержит функции формы

$$[N] = \begin{bmatrix} N_{1} & 0 & N_{2} & 0 & N_{3} & 0\\ 0 & N_{1} & 0 & N_{2} & 0 & N_{3} \end{bmatrix};$$

$$N_{i} = 0.5(a_{i} + b_{i} + c_{i})/\Delta, \qquad (3.51)$$

где Δ – площадь поперечного сечения КЭ в плоскости *rz*. Параметры a_i , b_i , c_i определяются по формулам

$$a_{i} = r_{j}z_{m} - r_{m}z_{j}; \quad b_{i} = z_{j} - z_{m}; \quad c_{i} = r_{m} - r_{j}; \quad (3.52)$$

$$i = \overline{1,3}; \quad j = \begin{cases} i+1 & (i \neq 3); \\ 1 & (i = 3), \end{cases} \quad m = \begin{cases} i-1 & (i \neq 1); \\ 3 & (i = 1), \end{cases}$$

где *r_i, z_i* – координаты узловой точки КЭ.

В случае осесимметричного нагружения уравнения Коши (3.40) в цилиндрических координатах имеют вид

$$\vec{\varepsilon} = \begin{cases} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{cases} = \begin{bmatrix} \partial/\partial r & 0 \\ 0 & \partial/\partial z \\ 1/r & 0 \\ \partial/\partial z & \partial/\partial r \end{bmatrix} \vec{U},$$
(3.53)

откуда могут быть получены деформации в КЭ через функции формы

$$\vec{\varepsilon} = [B]\vec{U}^{e} = [[B_{1}], [B_{2}], [B_{3}]]\vec{U}^{e} , \qquad (3.54)$$

где

$$[B_i] = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 & 0\\ 0 & c_i & 0\\ (a_i + b_i r + c_i z)/r & 0 & 0\\ c_i & b_i & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
(3.55)

В общем случае КЭ может иметь деформации $\vec{\varepsilon}^{(0)}$, обусловленные температурным воздействием, а также напряжения $\vec{\sigma}^{(0)}$, величина которых определяется историей нагружения материала. Таким образом, закон Гука (3.41) можно представить в следующем виде

$$\vec{\sigma} = [D] \left(\vec{\varepsilon} - \vec{\varepsilon}^{(0)} \right) + \vec{\sigma}^{(0)} , \qquad (3.56)$$

где [D] – матрица упругости, содержащая характеристики материала – модуль упругости Е и коэффициент Пуассона v

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0\\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0\\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{0,5-\nu}{1-\nu} \end{bmatrix}.$$
 (3.57)

Переписывая формулировку принципа возможных перемещений (3.48) в матричной форме получим

$$\delta \mathcal{P} = \int_{V} \delta \vec{\varepsilon}^{T} \vec{\sigma} dV - \int_{V} \delta \vec{U}^{T} \vec{X} dV - \int_{S_{I}} \delta \vec{U}^{T} \vec{X}_{v} dS - \delta \vec{U}^{T} \vec{R} = 0.$$
(3.58)

Последнее слагаемое в уравнение добавлено в предположении, что кроме распределенных поверхностных нагрузок \vec{X}_{ν} на тело действуют силы \vec{R} , приложенные в узлах. Используя (3.54), (3.56) для преобразования первого слагаемого и проводя интегрирование по отдельным КЭ, получаем систему линейных алгебраических уравнений

$$[K]\vec{U}^{e} = \vec{R} + \vec{F}_{\varepsilon 0} + \vec{F}_{\sigma 0} + \vec{F}_{X} + \vec{F}_{Xv}, \qquad (3.59)$$

где [K] – матрица жесткости тела, состоящая из матриц жесткости конечных элементов следующего вида

$$[k] = \int_{V^{e}} [B]^{T} [D] [B] dV^{e}, \qquad (3.60)$$

где \vec{R} – вектор внешних узловых сил; $V^e = \Delta \cdot H$ – объем конечного элемента; H – его толщина (размер по координате z).

 $\vec{F}_{\varepsilon^0}, \vec{F}_{\sigma^0}, \vec{F}_{X}, \vec{F}_{Xv}$ – векторы внешних сил, обусловленных температурными деформациями $\vec{\varepsilon}^{(0)}$, остаточными напряжениями $\vec{\sigma}^{(0)}$, объемными нагрузками \vec{X} , поверхностными \vec{X}_v . Для отдельных КЭ векторы внешних сил имеют вид

$$\vec{F}_{\varepsilon^{0}}^{e} = \int_{V^{e}} [B]^{T} [D] \vec{\varepsilon}^{(0)} dV^{e}; \quad \vec{F}_{X}^{e} = \int_{V^{e}} [N]^{T} \vec{X} dV^{e}; \vec{F}_{\sigma^{0}}^{e} = -\int_{V^{e}} [B]^{T} \vec{\sigma}^{(0)} dV^{e}; \quad \vec{F}_{Xv}^{e} = \int_{S^{e}} [N]^{T} \vec{X}_{v} dS^{e}.$$
(3.61)

Интегрирование в (3.60), (3.61) производится численно, поскольку при использовании точного интегрирования появляются члены вида $ln(r_i/r_j)$, $(r_i, r_j - paguycu)$ узлов КЭ; $i, j = \overline{I,3}$; $i \neq j$), которые вычисляются неточно при большом расстоянии КЭ от оси. После решения уравнения (3.59) можно получить перемещения в узлах элемента \vec{U}^e и с помощью соотношений (3.54), (3.56) найти напряжения и деформации в КЭ. Из (3.50) можно получить перемещения в любой точке КЭ.

Деформации, возникающие от изменений температуры в исследуемой конструкции, учитываются как начальные деформации $\vec{\epsilon}^{(0)}$. Хотя значение температуры зависит от координат точки внутри конечного элемента, она принимается постоянной и равной значению в центре тяжести осевого сечения элемента, что согласуется с условием постоянства деформаций в элементе, которому отвечает принятая функция перемещений. Для изотропного материала вектор начальной деформации имеет вид

$$\vec{\varepsilon}^{(0)} = \left\{ \varepsilon_r^{(0)}, \varepsilon_z^{(0)}, \varepsilon_{\theta}^{(0)}, \tau_{rz}^{(0)} \right\}^T = \left\{ \alpha \, \Delta T, \alpha \, \Delta T, \alpha \, \Delta T, \theta \right\}^T, \qquad (3.62)$$

где $\Delta T = T - T_0$, T – средняя по элементу температура, принимаемая равной температуре в центре тяжести осевого сечения.

При вычислении напряженно-деформированного состояния от натяга делаются следующие предположения;

натяг обеспечивается относительным перемещением точек по нормали к сопрягаемым поверхностям;

в этом направлении действуют сжимающие напряжения (проверка этого предположения осуществляется после выполнения расчета);

относительные перемещения (проскальзывание) сопрягаемых деталей в области контакта отсутствуют.

При этом по одну сторону линии контакта в плоскости rz используются перемещения в обычной форме, а по другую к соответствующему перемещению добавляется значение натяга δ . Если, например, в такой области

КЭ имеется 1-й узел на линии натяга, перпендикулярной оси r, тогда вектор узловых перемещений \vec{U}^e имеет вид

$$\vec{U}^{e} = \{u_{1} + \delta, v_{1}, u_{2}, v_{2}, u_{3}, v_{3}\}^{T}, \qquad (3.63)$$

а сила, обусловленная натягом:

$$\vec{F}_n^e = -[k] \{\delta, 0, 0, 0, 0, 0\}^T.$$
(3.64)

На основании описанной методики расчета, создан программный комплекс МКЕ-D, составленный на языке Fortran Microsoft. Геометрия конструкции описывается путем задания матрицы индексов и координат узловых точек или путем полуавтоматической генерации сетки. Контроль правильности разбиения на конечные элементы осуществляется как с помощью специальных тестов, так и путем вывода на экран в графическом режиме сетки или ее части. Для внешних нагрузок и граничных условий указываются координаты плоскости, в которой они действуют, температуры задаются в виде графиков вдоль оси *r*, на плоскости *rz* или в узлах.

В программе производится решение систем линейных уравнений (3.59). Матрица жесткости системы [K] имеет ленточную структуру, причем ширина ленты зависит от формы конструкции и порядка нумерации узлов. Поэтому для решения системы линейных алгебраических уравнений (3.59) используется метод квадратного корня. Исходное уравнение вида $[K]\vec{U} = \vec{F}$ путем введения подстановки $[K] = [T]^T [T]$ приводит к виду: $[T]\vec{U} = \vec{Y}$, откуда $\vec{U} = [T]^{-i}\vec{Y}$. Алгоритм включает в себя вычисление элементов вспомогательных матриц (прямой ход)

$$t_{11} = \sqrt{k_{11}}; \qquad y_1 = f_1;$$

$$t_{ii} = \sqrt{k_{ii} - \sum_{r=1}^{i-1} t_{ri}^2}; \qquad y_i = f_i - \sum_{r=1}^{i-1} \frac{t_{ri} f_r}{t_{ii}}, \quad i = 2, n;$$

$$t_{ij} = \left(k_{ij} - \sum_{r=1}^{i-1} t_{ri} t_{rj}\right) / t_{ii}, \qquad j > i, \qquad i, j = 1, n,$$

(3.65)

а далее – вычисление перемещений (обратный ход)

$$u_{i} = \left(y_{i} - \sum_{r=i+l}^{n} t_{ir} u_{r} \right) / t_{ii}, \quad i = n, l.$$
(3.66)

уравнений При решении системы все операции проводятся С использованием арифметики с двойной точностью, что является наиболее простым путем для повышения точности без значительных затрат времени вычислений. Результаты расчета могут быть выведены в текстовом виде, в двоичной форме для последующей работы, в виде рисунков, содержащих линии уровня на осевом сечении конструкции или графиков изменения параметров. Рисунки можно сохранить в формате РСХ (2 или 16 цветов) или двоичном, для вывода на принтер. Напряжения в узлах, необходимые для построения графиков, вычисляются как среднее значение смежных КЭ, методом наименьших квадратов или сопряженной аппроксимации.

В качестве максимальных напряжений берутся эквивалентные

$$\sigma_e = 0.5\sqrt{(\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 6\tau_{rz}^2}.$$
(3.67)

Характеристики материалов: модуль упругости $E=2,1\cdot10^5$ МПа; коэффициент Пуассона v=0,33; предел текучести материала колесного центра $\sigma_T=350$ МПа, бандажа – 410 МПа; коэффициент линейного расширения $\beta=13,3\cdot10^{-6}$ град⁻¹; плотность $\rho=7800$ кг/м³; удельная теплоемкость c=420+0,42·Т Дж/кг·град; коэффициент теплопроводности материала колесного центра 42-0,4·Т Вт/м·град, колеса – $\lambda=46-0,4\cdot$ Т Вт/м·град. Теплопроводность окружающей среды – 0,035 Вт/м·град. Коэффициент трения в зоне контакта f=0,15. Тепловая проводимость зоны контакта ось-колесо $\alpha=166$, 3332, 16665 Вт/м² град (при сжимающих напряжениях, которые равняются 0, 10, 100 МПа соответственно).



Рис. 3.8. Распределение температуры в колесе при нагреве для посадки на ось (экспериментальные данные)

сечении колеса тепловоза при технологическом нагревании для посадки на ось. Время нагрева составляет 6мин., затраты энергии при нагреве – 16,26 МДж, расширение ступицы (с учетом пластических деформаций) – 0,262 · 10⁻³, максимальная температура - 285°С.



Рис. 3.9. Распределение эквивалентных напряжений ое в колесе при его нагреве

На рис. 3.9 показано распределение эквивалентных напряжений ое в колесе, рассчитанных на основании экспериментальных данных о температуре.

Согласно этим данными при таком нагреве в колесе образуются зоны пластических деформаций (рис. 3.10) На рис.



Рис. 3.10. Зоны пластических деформаций в центре колеса тепловоза при нагреве

схема

3.11 представлено оптимальное температурное поле в колесе при нагреве под посадку на ось, на рис. 3.12 – распределение напряжений при таком нагреве, на 3.13 рис.



Рис. 3.11. Оптимальное температурное поле для нагрева колеса под посадку

107

распределения мощности теплового потока для обеспечения оптимального нагрева в соответствие со схемой расположения участков для задания мощности (рис. 3.14). Затраты энергии при таком нагреве составляют 22,86 МДж, максимальная температура - 333°C. В соответствии с расчетом, максимально возможное расширение ступицы при отсутствии пластических



Рис. 3.13. Схема распределения мощности теплового потока при оптимальном нагреве колеса



Рис. 3.14. Схема расположения участков для задания мощности тепловых потоков при оптимизации нагрева

деформаций, которое получают при оптимизации тепловых потоков, составляет 0.239·10⁻³ м.

Результаты исследований показали, что при стандартном процессе посадки колеса на ось в дисковой части образуются пластические деформации. Оптимизация технологического режима нагрева ступицы колеса позволяет избежать пластических деформаций.
3.5 Оптимизация соединения с неосесимметричной плоской деталью под разборку

Процесс разборки соединения с тепловым воздействием сложнее сборки, в связи с необходимостью более интенсивного нагрева охватывающей детали, для обеспечения разборочного зазора между деталями, несмотря на теплопередачу к охватываемой.

Нагрев неосесимметричной плоской детали для извлечения из нее охватывающей — вала наиболее сложная задача вследствие теплоотвода различной интенсивности по координатным осям.

Рассмотрим технологический нагрев соединения балансир с торсионом, который используется в ходовой части гусеничной машины. Балансир – это массивная плоская деталь, в отверстие которой по шлицевой посадке скольжения установлен торсион, представляющий собой тонкий вал. После эксплуатации соединение становится практически неразъемным из-за пластических деформаций шлицов и их коррозии. В балансире имеется







Рис. 3.15. Схема балансира в сборе с торсионом а) и балансира б). 1 – балансир; 2 – торсион

также отверстие для оси катка. На рис.3.15 представлена схема балансира с торсионом.

Необходимо определить такое распределение температуры в балансире, которое, обеспечивая технологически заданное расширение отверстия, минимизирует количество тепла при ограничении уровня напряжений и температуры. Насколько известно, такая задача для плоской конструкции решается впервые.

Нагреву подлежит зона отверстия диаметром 70 с двух сторон балансира, то есть выполняется локальный нагрев. Минимизируется функция энергии $Q = Q(q_1, q_2, ..., q_n)$, затрачиваемой на нагрев детали, где $q_1, q_2, ..., q_n -$ мощность источников тепла, приложенных на некоторых плоскостях. При этом могут действовать ограничения на температуру

$$T_{\min} \le T(r) \le T_{\max} , \qquad (3.68)$$

где T_{min} , T_{max} – предельные значения температуры, определяемые технологическими условиями и свойствами материала соответственно, и ограничения по напряжениям

$$\sigma_e \le [\sigma], \tag{3.69}$$

где [σ] – величина допускаемых напряжений,

$$\sigma_e = \sqrt{0.5 \left[(\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 \right] + 3 \left[\tau_{rz}^2 + \tau_{z\theta}^2 + \tau_{\theta r}^2 \right]}, \qquad (3.70)$$

- эквивалентные напряжения.

Расчет по этой формуле (3.70) рекомендуется для материалов, которые одинаково работают при растяжении и сжатии. Она имеет также названия: четвертая теория прочности, критерий Гебера-Мизеса-Генки.

Граничное условие, представляющее собой неявное ограничение имеет вид

$$\delta \ge u, \tag{3.71}$$

где δ – заданное расширение внутреннего отверстия детали и.

Для решения применен комплексный метод М.Бокса. Если целевая функция $Q(q_1, q_2, ..., q_n)$ выпукла и функции неявных ограничений тоже выпуклы, задача будет иметь единственное решение. При решении использован МКЭ в форме метода перемещений, с декартовой системой координат x, y, z. КЭ имеют треугольное поперечное сечение с тремя узлами (рис. 3.16).



Рис. 3.16. Схема конечного элемента

Используются уравнения (3.49), (3.50), (3.51), (3.52).

Решение задачи МКЭ приводит к системе линейных алгебраических уравнений

$$[K]U^e = \vec{R} + \vec{F}_{\varepsilon_0}, \qquad (3.72)$$

где [K] – матрица жесткости тела, состоящая из матриц жесткости конечных элементов вида (4.60).

$$\vec{F}_{\varepsilon 0}^{e} = \int_{V^{e}} \left[B\right]^{T} \left[D\right] \vec{\varepsilon}^{(0)} dV^{e}$$
(3.73)

– вектор сил, обусловленных температурными деформациями $\vec{\varepsilon}^{(0)}$, [D] – матрица упругости,

$$[D] = \frac{E}{1 - v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - v}{2} \end{bmatrix},$$

матрица [В] аналогична (3.54), где

$$\begin{bmatrix} B_i \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 \\ 0 & c_i \\ c_i & b_i \end{bmatrix}.$$

Интегрирование по (3.60), (3.73) производится численно, так как подинтегральное выражение не зависит от координат. После решения

уравнения (3.72) можно получить перемещения в узлах элемента \vec{U}^e и с помощью соотношений (3.50) можно получить перемещения в любой точке КЭ. Деформации могут быть получены из формулы (3.54), напряжения – из закона Гука

$$\vec{\sigma} = \left[\mathbf{D} \right] \left(\vec{\varepsilon} - \vec{\varepsilon}^{(0)} \right). \tag{3.74}$$

Матрица жесткости системы [К] имеет ленточную структуру, причем ширина ленты зависит от формы конструкции и порядка нумерации узлов, и, как показано матрица жесткости симметрична. Поэтому для решения системы линейных алгебраических уравнений (3.72) используется метод квадратного корня. Исходное уравнение вида

$$[K]\vec{U} = \vec{F}$$

путем введения подстановки

$$[K] = [T]^T [T]$$

преобразуется к следующему виду

 $[T]\vec{U}=\vec{Y},$

откуда

 $\vec{U} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^{-l} \vec{Y}.$

Алгоритм включает в себя вычисление элементов вспомогательных матриц (прямой ход) по (3.65) и (3.66).

Деформации, возникающие в конструкции от изменений температуры, учитываются как начальные деформации $\vec{\epsilon}^{(0)}$. Хотя значение температуры зависит от координат точки внутри конечного элемента, она принимается постоянной и равной значению в центре тяжести осевого сечения элемента. Это согласуется с условием постоянства деформаций в элементе, которому отвечает принятая функция перемещений. Для изотропного материала вектор начальной деформации имеет вид

$$\vec{\varepsilon}^{(0)} = \left\{ \varepsilon_x^{(0)}, \varepsilon_y^{(0)}, \tau_{xy}^{(0)} \right\}^T = \left\{ \alpha \Delta T, \alpha \Delta T, 0 \right\}^T, \qquad (3.75)$$

где *α* – коэффициент линейного расширения,

$$\Delta T = T - T_0. \tag{3.76}$$

Здесь *T* – средняя по элементу температура, принимаемая равной температуре в центре тяжести осевого сечения; T₀ – температура окружающей среды.

Для учета контактного взаимодействия введены специальные контактные конечные элементы. Такой контактный элемент содержит 2 узла с одинаковыми координатами, принадлежащими к смежным контактирующим телам. Характеристики элемента задаются в направлениях координат х, у по типам: натяг, натяг-зазор, проскальзывание, отсутствие взаимодействия. В перпендикулярном направлении должен быть задан натяг-зазор. При наличии элементов типа натяг-зазор И проскальзывании расчет напряженнодеформированного состояния становится итерационным до стабилизации состояния контактных элементов. При этом используется локальная система координат х'у'z.

Элемент типа натяг-зазор имеет 2 состояния: «натяг» и «зазор». Исходное состояние может быть любым, однако необходимо исключить возможность смещения каждой из деталей как жесткого целого. После определения напряжений $\vec{\sigma}$ и перемещений \vec{U} в конструкции, для элемента натяг-зазор в состоянии «натяг» контролируется значение силы между узлами: если действует растягивающая сила, элемент переключается в состояние «зазор», переключение хотя бы одного из контактных элементов требует выполнения расчета НДС заново. Сила в узле определяется как сумма сил в этом узле для обычных элементов. Силы в узлах обычного элемента определяются по формуле

$$\vec{F}^e = [k]\vec{U}^e$$

где [k] определяется из (3.60). Для элемента в состоянии «зазор» контролируется значение перемещений узлов. Условие зазора (рис.3.17) имеет вид

$$u_1 + \delta \le u_2. \tag{3.77}$$

Нарушение условия приводит к переключению элемента в состояние «натяг».



Рис. 3.17. Сохранение зазора в зоне контакта Рис. 3.18. Схема элемента проскальзывания

Элемент проскальзывания имеет состояния «контакт», «проскальзывание» и «отсутствие взаимодействия»; в перпендикулярном направлении этот элемент имеет тип натяг-зазор. Исходное состояние – «контакт». Если для силы сжатия в перпендикулярном направлении F2 не условие $|F_2 f_i| > |F_i|$, то элемент переходит выполняется В состояние «проскальзывание» и силы F_1 в узлах заменяются на значение $|F_2 f_t|$, направление действия сохраняется; f_t – коэффициент трения (рис. 3.18). На следующей итерации фиксируется значение относительного смещения узлов в контактном элементе и он возвращается в состояние «контакт». Если элемент в перпендикулярном направлении переключается в состояние «зазор», элемент проскальзывания переходит в состояние «отсутствия взаимодействия».

Состояние «натяг» в элементе натяг-зазор и фиксация относительного смещения узлов в элементе проскальзывания заключается в добавлении к

системе линейных алгебраических уравнений (3.72) дополнительного уравнения вида $u_i = u_j + \delta$. Например, добавление к системе из пяти уравнений вида $[k]\vec{u} = \vec{F}$ условия

$$u_4 = u_2 + \delta \tag{3.78}$$

приведет к следующей модификации матрицы [k]:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} + k_{14} & k_{13} & 0 & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} + k_{24} & k_{23} & 0 & k_{25} \\ k_{31} & k_{32} + k_{34} & k_{33} & 0 & k_{35} \\ k_{41} & k_{42} + k_{44} & k_{43} & 0 & k_{45} \\ k_{51} & k_{52} + k_{54} & k_{53} & 0 & k_{55} \end{bmatrix} \vec{u} = \begin{bmatrix} f_1 - k_{14}\delta \\ f_2 - k_{24}\delta \\ f_3 - k_{34}\delta \\ f_4 - k_{44}\delta \\ f_5 - k_{54}\delta \end{bmatrix}$$

Для сохранения симметричности матрицы [k] следует ко второму уравнению добавить четвертое и вычеркнуть четвертое уравнение:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} + k_{14} & k_{13} & 0 & k_{15} \\ k_{21} + k_{41} & k_{22} + k_{24} + k_{42} + k_{44} & k_{23} + k_{43} & 0 & k_{25} + k_{45} \\ k_{31} & k_{32} + k_{34} & k_{33} & 0 & k_{35} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ k_{51} & k_{52} + k_{54} & k_{53} & 0 & k_{55} \end{bmatrix} \vec{u} = \begin{bmatrix} f_1 - k_{14}\delta \\ f_2 + f_4 - k_{24}\delta - k_{44}\delta \\ f_3 - k_{34}\delta \\ 0 \\ f_5 - k_{54}\delta \end{bmatrix}.$$
 (3.79)

Решение системы уравнений дает значения для u_1 , u_2 , u_3 , u_5 . Перемещение u_4 находим из (3.75).

Если направление осей локальной системы координат контактного элемента не совпадает с глобальной (рис. 3.19), используются формулы связи векторов перемещений локальной $\vec{U}^{\prime e}$ и глобальной \vec{U}^{e} системы координат

где

$$\vec{U}^{\prime e} = [T]\vec{U}^{e}; \qquad \vec{U}^{e} = [T]^{T}\vec{U}^{\prime e}, \qquad (3.80)$$
$$T = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix},$$



Рис. 3.19. Глобальная х,у и локальная х'у' системы координат контактного элемента

α – угол между осями систем координат,
 направление отсчета (рис. 3.19). Формулы для
 перевода узловых сил из одной системы
 координат в другую аналогичны (3.77).

Решение нестационарной температурной

задачи МКЭ приводит к системе линейных алгебраических уравнений аналогично многокомпонентной термодинамической модели нагрева

$$[C]\frac{\partial \vec{T}}{\partial \tau} + [K]\Delta \vec{T} = \vec{F}, \qquad (3.81)$$

где [C] – матрица демпфирования тела; [K] – матрица теплопроводности; \vec{F} – вектор внешних нагрузок; $\Delta \vec{T}$ – вектор температур в узлах.

Матрица [С] состоит из матриц демпфирования КЭ вида

$$[c] = \frac{\rho c H \Delta}{12} \begin{bmatrix} 2 & l & l \\ l & 2 & l \\ l & l & 2 \end{bmatrix},$$
(3.82)

где ρ – плотность [кг/м³]; *с* – удельная теплоемкость материала детали [Дж/кг · град]; Δ , *H* – площадь и толщина поперечного сечения КЭ в плоскости ху.

Матрица теплопроводности [К] состоит из матриц для КЭ:

$$\begin{bmatrix} k \end{bmatrix} = \int_{V^{e}} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} dV^{e} + \int_{S_{23}} a_{0} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} dS_{23} = \\ = \frac{H\lambda}{4\Delta} \begin{bmatrix} b_{1}^{2} + c_{1}^{2} & b_{1}b_{2} + c_{1}c_{2} & b_{1}b_{3} + c_{1}c_{3} \\ b_{2}b_{1} + c_{2}c_{1} & b_{2}^{2} + c_{2}^{2} & b_{2}b_{3} + c_{2}c_{3} \\ b_{3}b_{1} + c_{3}c_{1} & b_{3}b_{2} + c_{3}c_{2} & b_{3}^{2} + c_{3}^{2} \end{bmatrix} + \frac{hHL_{23}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$
(3.83)

где λ – коэффициент теплопроводности [Вт/м · град]; *a*₀ – коэффициент конвективного теплообмена с окружающей средой [кВт/м² · град].

Параметры b_i , c_i определяются по формулам (4.52); L_{ij} – расстояние между узлами КЭ i, j в плоскости rz.

$$\Delta \vec{T} = \vec{T} - T_o$$

Второе слагаемое в (3.83) приведено для частного случая вычисления интеграла по поверхности КЭ между узлами 2-3, то есть конвективный теплообмен в данном элементе происходит только на боковой поверхности между этими узлами. Если же конвекция наблюдается на поверхности КЭ в плоскости ху, то в (3.83) следует добавить слагаемое:

$$[k_{I}] = \frac{nH\Delta}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

где n – количество поверхностей с конвекцией (1 или 2).

Вектор-столбец правых частей F состоит векторов для КЭ следующего вида:

$$\vec{f}^{e} = \int_{V^{e}} Q[N]^{T} dV^{e} - \int_{S_{12}^{e}} q[N]^{T} dS_{12}^{e} = \frac{QH\Delta}{3} \begin{bmatrix} I \\ I \\ I \end{bmatrix} + \frac{qLH}{2} \begin{bmatrix} I \\ I \\ 0 \end{bmatrix},$$
(3.84)

где Q – поток тепла от источника внутри тела (считается положительным, если тепло подводится к телу) [Bт/м³]; q – плотность потока тепла через поверхность тела (считается положительным, если тепло теряется телом) [Bт/м²]. Формула приведена для частного случая: поток тепла q действует между узлами КЭ 1,2.

При решении стационарной задачи матрица демпфирования [C] = 0.

При решении нестационарной задачи частная производная по времени заменяется ее конечно-разностным аналогом с применением центральной разностной схемы:

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{T^{(1)} - T^{(0)}}{\Delta \tau},$$

откуда основная система уравнений (3.81) приобретает вид

$$\left([K] + \frac{2}{\Delta \tau} [C] \right) \vec{T}^{(1)} = \left(\frac{2}{\Delta \tau} [C] - [K] \right) \vec{T}^{(0)} + \vec{F}^{(0)} + \vec{F}^{(1)}, \qquad (3.85)$$

где $\Delta \tau = \tau^{(1)} - \tau^{(0)}$ – шаг по времени; $\vec{T}^{(0)}, \vec{F}^{(0)}, \vec{T}^{(1)}, \vec{F}^{(1)}$ – векторы-столбцы температурных полей и правых частей уравнения (3.81) в момент времени t⁽⁰⁾ и t⁽¹⁾ соответственно.

Возможно также использование конечно-разностной схемы Кранка-Николсона, где вычисляются производные по времени от вектора температур Т. Предполагая, что

$$\frac{d\vec{T}^{(0)}}{d\tau} + \frac{d\vec{T}^{(1)}}{d\tau} = \frac{2(\vec{T}^{(1)} - \vec{T}^{(0)})}{\Delta\tau},$$
(3.86)

получаем систему уравнений (3.81) в виде

$$\left([K] + \frac{2}{\Delta \tau} [C] \right) \vec{T}^{(1)} = \left[C \right] \left(\frac{2}{\Delta \tau} \vec{T}^{(0)} + \frac{d\vec{T}^{(0)}}{d\tau} \right) + \vec{F}^{(cp)}, \qquad (3.87)$$

где $F^{(cp)}$ – вектор-столбец правой части уравнения (3.81) в момент времени $(\tau^{(1)} - \tau^{(0)})/2$. Алгоритм этой схемы состоит в последовательном решении уравнения (3.87) и нахождении $d\vec{T}^{(1)}/d\tau$ из (3.86).

Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений (3.85) или (3.87) используется метод квадратного корня (3.65), (3.66).

Важным вопросом при решении данной задачи является учет контактной теплопередачи. Рассмотрим его несколько иначе, чем в предыдущей задаче изза иной физической сущности контакта. Будем использовать понятие термического контактного сопротивления R [м² · град/Вт]. Его удобно оценивать величиной эквивалентной длине материала B, температурный перепад на которой соответствует температурному скачку в зоне контакта, то есть

R = B/K.

Для учета контактного взаимодействия введены специальные контактные конечные элементы. Такой контактный элемент содержит 2 узла с одинаковыми координатами, принадлежащими к смежным контактирующим телам. Элемент характеризуется длиной L вдоль линии контакта в плоскости гz (вся область контакта должна быть «распределена» между контактными элементами, (рис. 3.81) и эквивалентной толщиной B, которая характеризует его термическое сопротивление *R*. Если рассматриваемый контактный элемент при расчете HДC находится в состоянии «зазор», то

$$B = B_G \frac{K_G}{K} + B_0, \qquad (3.88)$$

где *B_G*, *K_G* – фактический зазор в точке контакта и теплопроводность газовой среды.

Если элемент находится в состоянии «натяг» то

$$B = \frac{B_0}{I + \left(\frac{B_0}{B_1} - I\right) \left(\frac{\sigma}{\sigma_1}\right)^{0.8}}, \quad \sigma \le \sigma_1;$$

$$B = B_1 - \frac{(B_2 - B_1)(\sigma - \sigma_1)}{\sigma_2 - \sigma_1}, \quad \sigma_1 \le \sigma \le \sigma_2;$$

$$B = B_2, \quad \sigma > \sigma_2$$
(3.89)

где B_0 , B_1 , B_2 – термическое сопротивление в зоне контакта при нулевом сжимающем напряжении, сжимающем напряжении величиной σ_1 и σ_2 ,

$$R_{\rm i} = B_{\rm i}/K$$

Длина линии контакта для элемента a, находящегося на краю линии контакта составляет $L_1/2$, для элемента $b - L_1/2 + L_2/2$; для элемента $c - L_2/2 + L_3/2$ (рис. 3.20).





Рис. 3.20. Пример схемы распределения области контакта между контактными элементами a,b,c

Рис. 3.21. Зависимость эквивалентной толщины В контактного элемента от состояния зоны контакта

На рис. 3.21 представлена зависимость эквивалентной толщины В контактного элемента от состояния зоны контакта.

Матрица теплопроводности контактного элемента определяется по формуле

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \frac{KV}{B^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix},$$
(3.90)

где *V* – объем, определяемый длиной *L* линии контакта, эквивалентной толщиной *B* для данного элемента и толщиной детали *H*.

В случае, когда эквивалентная толщина элемента стремится к нулю, для сохранения устойчивости алгоритма возможно приравнивание температур в узлах контактного элемента аналогично (3.78), (3.79).

Решение оптимизационной задачи выполняется итерационным методом. В нем предполагается, что известно количество варьируемых переменных n, количество ограничений *m* и начальная точка $\vec{q}_0 = \{q_1, q_2, ..., q_n\}^T$, удовлетворяющая всем ограничениям (см. неравенства (3.68),(3.69),(3.70)). В первую очередь, выбирают k = 2n точек, которые удовлетворяют всем ограничениям, а также вычисляют целевую функцию *W* во всех *k* точках. Множество этих точек называют комплексом.

Как упоминалось выше, предполагается, что точка \vec{q}_0 удовлетворяющая всем ограничениям, задана. В качестве начальной, как правило, выбирается равномерная мощность нагрева конструкции. Остальные точки, удовлетворяющие ограничениям, могут быть найдены следующим образом

$$q_{ij} = q_{\min} + r (q_{\max} - q_{\min}),$$
 (3.91)

где r - псевдослучайная переменная, равномерно распределенная в интервале (0; 1). Если точка, выбранная в соответствии с (3.91), не удовлетворяет всем ограничениям, то она смещается на половину расстояния до центра тяжести множества уже принятых точек \vec{q}_{c} , то есть формируется точка

$$\vec{q}'_i = (\vec{q}_i + \vec{q}_C)/2.$$
 (3.92)

Если начальную точку \vec{q}_0 . отвечающую всем ограничениям, найти не удается, оптимизация применяется для удовлетворения ограничений. Если, например, условие (3.70) не выполняется, можно провести оптимизацию (поиск максимального значения) расширения внутреннего отверстия детали и. После нахождения точки $\vec{q}_0^{(l)}$, удовлетворяющей условию (3.70), можно перейти к последовательной оптимизации других ограничений, которые не выполняются в точке $\vec{q}_0^{(l)}$.

Итерационная процедура комплексного метода производит поиск минимума перемещением по направлению к минимуму внутри области ограничений (рис. 3.22). Для этой процедуры необходимы следующие шаги:

1. Найти точку \vec{q}_m с наибольшим (наихудшим) значением функции W_m и найти центр \vec{q}_C остальных k-1 точек:

$$\vec{q}_C = \frac{1}{k-1} \sum_{i \neq m} \vec{q}_i. \tag{3.93}$$

2. Попытаться сместиться от точки \vec{q}_m и получить при этом точку \vec{q}_r отражением точки \vec{q}_m относительно точки \vec{q}_C , используя коэффициент отражения $\alpha = 1,3$, что можно записать как

$$\vec{q}_r = (1+\alpha)\vec{q}_C - \alpha\vec{q}_m. \tag{3.94}$$

3. Если точка \vec{q}_r является допустимой, то вычисляется значение функции в этой точке W_r и сравнивается с W_m - наибольшим значением функции. Если $W_r > W_m$ то есть «хуже», чем наибольшее значение, полученное ранее, или не выполняются ограничения, то точка \vec{q}_r смещается к центру \vec{q}_c на половину расстояния между ними аналогично формуле (3.92) и процесс возвращается на шаг 3. Если $W_r < W_m$, то точка \vec{q}_m заменяется на точку \vec{q}_r , затем точки и значения функции комплекса снова упорядочиваются и процесс возвращается на шаг 1.

При проверке на сходимость величин σ^2 используются среднее квадратическое отклонение для k значений функции и максимальное расстояние d между двумя точками комплекса

$$\sigma^{2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(W(\vec{q}_{i}) - \overline{W})^{2}}{k},$$
(3.95)

где

$$\overline{W} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} W(\vec{q}_i).$$
(3.96)



Рис. 3.22. Схема итерационной процедуры (стрелка показывает направление поиска). 1,2,3,4,5,...,m – элементы существующего симплекса; m – «худший» из них; с – центр элементов 1-5; г – новый элемент симплекса; г' – новый элемент симплекса, если элемент г «хуже» элемента m или не удовлетворяет всем ограничениям

Если величина достаточно мала, то процедура поиска минимума заканчивается. В противном случае необходимо вернуться на шаг 1 и повторить процедуру.

Выбор k = 2n и $\alpha = 1,3$ является эмпирическим правилом. Первое значение частично предотвращает преждевременное сжатие комплекса. Коэффициент отражения $\alpha > 1$ позволяет комплексу расширяться и перемещаться в нужном направлении. Перемещения на половину расстояния от начальной точки к центру сжимают комплекс. Поэтому комплекс может перемещаться внутри допустимой области вдоль границ и огибать углы в местах пересечения ограничений.

Очевидно, что будет сделано более одного перемещения даже в том случае, когда метод преждевременно сходится по причине какой-нибудь особенности используемых точек. Преждевременная остановка процесса иногда происходит из-за невозможности найти очередную точку \vec{q}_r . В этом случае следует просто отбросить точку \vec{q}_m . Число элементов симплекса k не должно быть меньше числа параметров n. Конечно, целесообразно получить некоторую информацию о значении минимума функции, а затем использовать эту информацию, чтобы для реально минимизируемой функции начальный комплекс был бы близок к минимуму.

Комплексный метод применим к широкому кругу задач с ограничениями. Если целевая функция выпукла и, кроме того, выпукла область ограничений, то применение метода будет успешным, хотя определенные особенности задачи могут потребовать некоторой модификации критерия завершения. Если целевая функция вогнута или область ограничений не выпукла, то поиск этим методом может закончиться неудачей. Действительно, в случае, если область ограничений не выпукла, не очевидно, что центр допустимых точек будет допустимой точкой. Таким образом, перемещение по формуле (3.94) не гарантирует получения нужного результата.

Необходимо также обратить внимание на проверку того, что найден был не локальный, а глобальный минимум. По-видимому, произведя более одного запуска программы при различных начальных точках, можно решить эту проблему с помощью вышеописанного метода. Случайный характер формирования начального комплекса означает, что первоначально формируется хорошее покрытие области ограничений и поэтому существует тенденция сходимости к глобальному минимуму. Сходимость к одному и тому же значению при нескольких запусках программы подтверждает это.

Описанный алгоритм итерационной процедуры использует программный комплекс МКЕ-D, предназначенной для расчета напряженно-деформированного состояния тел вращения и плоских тел в условиях упругого, упругопластического деформирования и задач теплопередачи, а также для оптимизации параметров расчета.

Для проведения исследования конструкция разбивалась на плоские конечные элемент треугольного поперечного сечения (рис. 3.23). При этом учитывалась симметричность конструкции в продольном направлении. В зоне контакта деталей размещены контактные КЭ (рис. 3.23).



Рис. 3.23. Схема разбиения детали на КЭ



Рис. 3.24. Расчетная схема

Граничные условия обеспечивают отсутствие перемещения детали как жесткого целого и ее симметричность (рис. 3.24).

При оптимизации нагрева варьируется мощность теплового потока, поступающего в некоторые зоны детали. На рис. 3.25 показаны схемы



Рис. 3.25. Схемы расположения точек задания мощности нагрева

расположения точек задания мощности нагрева, мощность нагрева между ними меняется по линейному закону.

После задания мощности производится расчет кинетики напряженного и теплового состояния следующим образом:

1). Определение НДС в начальный момент времени $\tau = 0$;

2). Решение нестационарной температурной задачи продолжительностью 10 секунд с шагом по времени 1 секунда с использованием данных о НДС для вычисления параметров контактных элементов.

Расчет выполним для следующих данных. Характеристика материала балансира: модуль упругости $E = 0,21 \cdot 10^6$ МПа; коэффициент Пуассона v = 0,33; коэффициент линейного расширения $\beta = 11,9 \cdot 10^{-6}$ град⁻¹; плотность $\rho = 7800$ кг/м³; удельная теплоемкость c = 460 Дж/ кг · град.; коэффициент теплопроводности $\lambda = 80$ Вт/м · град; коэффициент теплопроводности воздуха $\alpha = 0,035$ Вт/м · град.

Потери тепла конструкции путем конвекции и излучения в расчетах не учитываются. Передача тепла от одной детали другой учитываются с помощью контактных элементов. Число параметров при задании мощности нагрева – от 9 до 15 (рис. 3.25).

Ограничение по температуре 350°С, ограничения по напряжениям не вводились. Время нагрева принято 2-3 мин.

Требуемое расширение отверстия - 0,1 мм по радиусу. Натяг в соединении в момент начала нагрева принят равным нулю.

Данные о выполненных вариантах расчета (1-6) сведены в табл. 3.5 и приведены в приложении Д. Каждый из рисунков содержит: распределение эквивалентных напряжений σ_e в детали, МПа; распределение температуры в нагретой детали, град.; схему деформации детали; схему распределения мощности нагрева, кВт/м².

Основные характеристики варианта 1: Высокое термическое сопротивление в зоне контакта деталей; нет ограничений по температуре; действует ограничение по расширению отверстия; минимизация расхода энергии. Время нагрева 3 мин.

Основные характеристики варианта 2: Высокое термическое сопротивление в зоне контакта деталей; действуют ограничения по расширению отверстия и температуре; минимизация расхода энергии. Время нагрева 3 мин.

Основные характеристики варианта 3: Низкое термическое сопротивление в зоне контакта деталей; действует ограничение по температуре; оптимизация расширения отверстия – нужного расширения достичь не удалось. Время нагрева 2 мин.

Основные характеристики вариантов 4-6: Низкое термическое сопротивление в зоне контакта деталей; действует ограничение по расширению отверстия; минимизация температуры – ограничение по температуре не выполняется. Время нагрева 2 мин. Варианты отличаются зоной нагрева.

Таблица 3.5

№ варианта расчета	1	2	3	4	5	6
№ варианта задания мощности нагрева (рис. 3.25)	1	1	1	1	2	3
Время нагрева, мин.	3	3	2	2	2	2
Термическое сопротивление в зоне контакта, м ² · град/Вт	0,006	0,006	0,001	0,001	0,001	0,001
Расход энергии, ΔW, МДж	1,698↓	1,972↓	2,170	2,751	2,92	3,41
Максимальная температура, град.	559	350₹	350₹	421↓	423↓	410↓
Максимальная мощность нагрева, КВт/м ²	932	674	871	1109	1335	919
Овальность отверстия d1-d2 · 10 ⁶ , м	0,27 ↑ (<1)	0,97 ↑ (<1)	0,79 (<1)	0,03 (<1)	0,03 (<1)	0,06 (<1)
Среднее расширение отверстия по радиусу $\delta \cdot 10^6$, м	100↓	100↓	82,2↑	100↓	100↓	100↓
№№ рисунков	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6

Примечание: ↑↓ – оптимизируемое значение – увеличение / уменьшение; ↑↓ – действует ограничение сверху / снизу

Таким образом, можно констатировать, что имеются два приемливых типа нагрева балансира:

кольцевой нагрев вокруг соединения деталей с дополнительным подогревом в зоне интенсивного теплоотвода в периферийную часть балансира и интенсивный нагрев в части цилиндрической внешней поверхности детали. Выполненное исследование позволяет сделать следующие выводы:

как правило, при ограничении максимальной температуры нагрева до 350°С не удается получить необходимое расширение отверстия;

при установлении заранее уровня расширения отверстия на уровне 0,1 мм по радиусу не выполняется заданное ограничение по максимальной температуре;

требование по обеспечению круглости расширения отверстия выполняется во всех вариантах расчета.

Полученные варианты расчета мощности нагрева дают основания для создания реального индукционно-нагревательного устройства на базе 2-го варианта нагрева (табл. 3.5).

ГЛАВА 4

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ СОЗДАНИЯ ИНДУКТОРОВ ДЛЯ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ДЕТАЛЕЙ

Низкотемпературный индукционный нагрев деталей для сборки или разборки соединений – это прямой сквозной нагрев электропроводящего объекта переменным электромагнитным полем до температур не выше 400°С. Создается поле индуктором, который представляет собой одно– или многовитковую катушку (или несколько катушек), включенную в цепь переменного тока. Электромагнитное поле может охватывать всю деталь или концентрироваться в ее части благодаря соответствующей конфигурации катушки и магнитопроводов.

Требования, ИНУ предъявляемые К индуктору определяется технологической задачей - нагрев одного или нескольких типов деталей под сборку ИЛИ разборку соединения, требуемой производительностью, конструктивными особенностями деталей и, при разборке, - доступом к ним. В общем случае, наилучшим индуктором для данной детали является индуктор, обеспечивающий ee заданной нагрев С скоростью И распределением температур ПО массе металла при минимальном энергопотреблении и максимальной надежности.

Надежность работы индукционного нагревателя, как системы, определяется надежностью входящих в него элементов. При этом наиболее ответственным элементом является индуктор, поскольку он является генератором электромагнитной энергии подверженным воздействиям температуры.

4.1 Определение направлений создания энергосберегающих индукционных нагревателей

Физическая сущность индукционного нагрева состоит в том, что в материале, помещенном в переменное электромагнитное поле, создается

электродвижущая сила, которая вызывает ток, генерирующий теплоту. При нагреве ферромагнитных материалов добавляется также тепло от эффекта гистерезиса. Условно считают, что вся энергия выделяется в поверхностном толщина которого определяется глубиной проникновения тока. слое, Глубина увеличивается с возрастанием температуры и уменьшением частоты тока. До температуры магнитных превращений металла (650-700°C) она остается практически одинаковой, и при промышленной частоте тока 50 Гц для стали, она составляет 5-7 мм. Из этого слоя тепло по массе материала При распространяется теплопроводностью. нагреве детали токами промышленной частоты может быть получена объемная мощность 0,8-1,0 κ Bт/см³ и температура до 600°C.

Нагрев детали под сборку или разборку соединений может выполнятся по нескольким принципиальным схемам. Наиболее распространенная – помещение нагреваемой детали или ee части непосредственно В электромагнитное поле индуктора (рис. 4.1а). При этой схеме в наибольшей степени используется кольцевой эффект, состоящий в том, что во внутренней полости индуктора (катушки), где располагается деталь или ее часть, электромагнитное поле значительно сильнее, чем снаружи. Поле при этом концентрируется, главным образом, на наружной поверхности детали и, следовательно, ее нагрев происходит в основном от наружной поверхности. Нагрев по такой схеме является нагревом в продольном магнитном поле.

Чем меньше воздушный зазор между деталью и токопроводниками, тем эффективней используется электроэнергия, так как в меньшей степени рассеивается электромагнитное поле. При этом напряженность поля в воздушном зазоре является напряженностью магнитного поля на поверхности обмотки индуктора, а также на поверхности нагреваемой детали.

При схеме нагрева на магнитопроводе (рис.4.1б) деталь охватывает магнитопроводник замкнутой магнитной системы, образуя по существу вторичную обмотку трансформатора, первичная же обмотка – индуктор. Нагревается вся деталь с опережением зоны отверстия. Такая схема может

использоваться только для нагрева деталей под сборку. Нагрев по этой схеме менее эффективен и к.п.д. индуктора ниже, чем по первой схеме.

В схеме нагрева детали, расположенной между магнитопроводами, так же как и в предыдущей схеме, используется замкнутая магнитная система (рис. 4.1в). Контактирующие с деталью части магнитопроводящей системы могут перекрывать посадочное отверстие, тогда это нагрев под сборку или не перекрывать его, тогда это нагрев под разборку. Нагревается вся деталь, токами вызываемыми магнитным потоком, проходящим по магнитопроводу и, «сцепленным» как с нагреваемой деталью, так и с индуктором. Силовые линии потока как бы омывают внутреннюю и (или) наружную поверхности детали и нагревается вся деталь с опережением наружной поверхности. Нагрев по этой схеме имеет наименьшую эффективность по сравнению с предыдущими.

Нагрев по схеме рис. 4.1г в индукторе комбинированного типа,







Рис. 4.1. Схемы индукционного нагрева: а) индуктор охватывает деталь; б) индуктор на замкнутом магнитопроводнике, проходящем через деталь; в) индуктор на магнитопроводнике, замыкающемся на деталь; г) индуктор охватывает деталь, находящуюся на замкнутом магнитопроводнике 1 – деталь; 2 – магнитопроводник; 3 – индуктор

который впервые предлагается осуществлять, должен сочетать достоинства схем рис. 4.1.a и 4.1.б, улучшая равномерность нагрева детали при высокой его скорости. Нагрев по такой схеме будет исследоваться экспериментально.

Основой индукционного нагрева деталей, как отмечалось, является эффект, состоящий в том, что почти вся тепловая энергия выделяется в поверхностном слое металла толщиной, равной глубине проникновения поля. При этом. как было показано, мощность для достижения максимального эффекта качества И энергосбережения, должна распределяться по поверхности нагреваемой детали не всегда равномерно. Поэтому расчет индуктора следует вести, используя, такой параметр, как генерируемая в нагреваемом объекте удельная мощность W_{vд}, то есть мощность, приходящаяся на единицу поверхности детали. Далее, используя решение полевой задачи электромагнитного поля предложить следующую схему расчета. W_{уд} определяется из выражения

$$W_{y_{z}}=367 \ H_{e}^{2}\sqrt{\rho\mu_{e}f}$$
,

где H_e – напряженность магнитного поля на поверхности нагреваемого слоя; μ_e – относительная магнитная проницаемость слоя материала зависящего от H_e ; ρ – удельное сопротивление; f – частота тока.

Отсюда находится напряженность магнитного поля, создаваемого индуктором в слое нагреваемой поверхности. Для определения μ_e , а также $H_e^2 \sqrt{\mu_e}$ используется кривая намагничивания стали $B=f(H_e)$ – зависимость индукции от напряженности электромагнитного поля. Удельное сопротивление ρ материала зависит от температуры и находится в соответствии

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha_c (T - 20)],$$

где ρ_0 – удельное сопротивление материала при 20°С; α_c – температурный коэффициент сопротивления.

Для детали, находящейся на валу (соединение), площадь нагреваемой поверхности - это наружная поверхность. Для отдельно нагреваемой детали с

отверстием в виде полого цилиндра, пластины с отверстием, нагреваемый слой будет расположен как на наружной поверхности, так и на внутренней. При этом, как отмечалось, на внутренней поверхности генерируемая мощность будет меньшей по величине, чем на наружной, если нагрев выполняется по схеме рис. 4.1а, в и большей, если деталь нагревается по схеме рис. 4.1б. По **4**.1Γ В зависимости от распределения мощности схеме рис. между индуктирующими катушками нагрев может быть одинаковым по обеим поверхностям детали. То есть такой подход к расчету индукционных систем может быть применен для всех указанных схем нагрева, при определении числа витков индуктора и тока в нем. Удельная мощность для последней схемы должна будет рассматриваться как суммарная по двум поверхностям.

Закон полного тока для магнитной цепи, которой является индуктордеталь, определяет соотношение между ампервитками намагничивания $I_u \omega$ индуктора и напряженностью магнитного поля H_e

$$I_u \omega = H_e l_{\partial}, \tag{4.1}$$

где I_u – ток в индукторе; ω – число витков в индукторе; $l_{\rm d}$ – длина нагреваемого участка детали.

Если индуктор имеет магнитопроводящую систему, то неоднородную магнитную цепь можно рассматривать как состоящую из двух последовательно соединенных участков

$$I_u \omega = H_e l_{\partial} + H_{\mathcal{M}} l_{\partial}, \qquad (4.2)$$

где H_{∂} – напряженность магнитного поля в магнитопроводе.

Несмотря имеющийся некоторый практический на опыт, нет систематизированных знаний об эффективности использования рассмотренных схем для технологического нагрева различных по форме и размеров деталей, особенно энергозатрат, поэтому необходимы сравнительные В части экспериментальные исследования.

Индукционный нагрев изделия до заданной конечной температуры происходит при изменяющейся температуре на поверхности. Скорость изменения зависит от величины генерируемой в поверхности слое энергии в единицу времени, что определяется активной мощностью нагревателя. Можно выделить несколько характеристик режимов, которые не встречаются в совершенно чистом виде, но в определенной степени соответствуют режимам, имеющим место в практике.

Наиболее распространен простой случай нагрева – с постоянной во времени удельной мощностью. В тепловом расчете этого режима принимают, что глубина слоя, в котором выделяется тепло, неизменна во времени. В пределах слоя мощность источников тепла постоянна, а за его пределами равна нулю и тепло распространяется теплопроводностью без потерь в окружающую среду. Величина мощности принимается средней за период нагрева. При такой постановке задачи время нагрева до заданной температуры вычисляется однозначно, и распределение температуры по массе детали получают из уравнения Фурье с правой частью, как это показано в главе 3.1.

При большой мощности может возникнуть перепад температур в материале детали, который недопустим по техническим условиям, поэтому проверка распределения температур в этом случае необходима. С увеличением времени нагрева и уменьшением удельной мощности заметным образом сказываются потери тепла. Особенно они увеличиваются, если выполняется нагрев части детали (ступицы, зоны посадочного отверстия), поскольку часть тепла уходит в массу металла. Поэтому необходимо вводить поправку в рассчитанную мощность примерно в 20% от W.

Такой нагрев будет эффективен, если правильно подобрать к детали форму индуктора (или несколько индукторов) и нужным образом расположить концентраторы электромагнитного поля – магнитопроводы.

Более сложен нагрев при постоянной температуре поверхности. Он необходим в ТП, когда температура поверхности детали ограничена, например, поверхность закалена, или при разборке, когда надо сохранить снимаемую охватывающую деталь от перегрева. Такой режим нагрева в строгом его

понимании осуществлен быть не может, так как в момент включения индуктора его удельная мощность должна быть бесконечно большой. Практически температуру на поверхности детали следует поднимать быстро в течении промежутка времени, который значительно меньше, чем общая длительность нагрева, а затем температуру поддерживать постоянной. Этот режим приводит к меньшим тепловым потерям, чем предыдущий, с постоянной удельной мощностью.

Этот режим обеспечивается следующими методами: 1) регулирование мощности индуктора в процессе нагрева; 2) нагрев периодическим включением достаточно мощного индуктора до предельной температуры детали. Регулирование мощности сводится к ее постепенному уменьшению, а периодичность – поддержанием температуры поверхности в некотором диапазоне. При первом методе начальное значение удельной мощности значительно больше, чем конечное. При втором – удельная мощность постоянна, но циклична по времени. Вторым методом – циклическим (индукторов), обеспечивают приблизительно включением индуктора постоянную температуру поверхности, поскольку она изменяется от заданной до несколько меньшей. Такой нагрев называют также импульсным. Методы реализуются программным управлением величины мощности во времени, программным управлением заданной мощности, либо управлением по температуре. Методы управления могут сочетаться, если нагревается ответственное изделие. При любых режимах нагрева необходимо учитывать возникновения недопустимых температурных перепадов в возможность материале деталей, которые приведут к высоким напряжения, особенно если деталь сложна по конфигурации.

4.2 Управление нагревом деталей соединений под сборку или при разборке

Технологии сборки и разборки соединений требуют работы индуктора (индукторов) в одном из двух режимов: 1) нагрев детали до заданной температуры; 2) поддержание заданной предельной температуры. Это

достигается управлением с помощью СУ мощностью нагрева во времени, в пространстве или в пространстве и времени. Изменять мощность во времени можно регулируя *I*, *U*, и периодичностью включения индуктора (индукторов). В пространстве перераспределять мощность возможно, если для нагрева одной детали используется несколько индукторов и они могут работать в режиме постоянного или периодического включения. СУ при этом может предусматривать контроль температуры нагрева, его длительность (время), предельный ток в индукторе, или 3 этих параметра одновременно.

Как известно, СУ усложняется в зависимости от числа одновременно контролируемых параметров. Так, если ИНУ предназначена для нагрева изделий одного типоразмера, и контролируется температура только в одной точке детали, или контролируется длительность нагрева, то СУ будет проста, и работу можно вести с контролем этого одного параметра. Если имеется, какая либо опасность, вызываемая увеличением температуры детали, то контролируют два параметра – время нагрева и температуру, что более сложно. Если же имеется опасность для окружающей среды вследствие разрушения ИНУ, то СУ может включать максимальную защиту по току, протекающему в индукторе. Преимущества таких относительно не сложных СУ – надежность и невысокая стоимость. В большинстве случаев они обеспечивают заданную процесса, точность технологического однако имеют узкий предел регулирования.

Если ИНУ универсальна – имеется некоторая номенклатура нагреваемых изделий, то значит необходимо изменять режим нагрева. Для этого требуется более сложная структура СУ, позволяющая выполнять переналадку в ручную или автоматически. При переналадке изменяют температуру, время или мощность нагрева ступенчато для поступающих новых типов изделий. По определенному закону можно регулировать температуру и мощность в процессе нагрева для той или иной детали (соединения). Входным сигналом для СУ работающих в режиме автоматической переналадки на новый тип изделия является информация о его массогабаритных характеристиках и температуре нагрева. Об эффективности использования такой оперативной

информации о нагреваемом объекте было сказано в главе 2. Такая СУ превращает ИНУ как бы в несколько специальных, каждая из которых является наилучшей для данного нагреваемого объекта.

Если индукционный нагрев используется в технологиях опасных для здоровья и жизни человека, то требования, предъявляемые, как к индуктору, так и к СУ более высоки. Они должны обладать большим быстродействием, высокой надежностью и точностью. В них следует предусматривать программные запреты, которые не допустят включение индуктора или его работу в нештатном режиме. Такие свойства может обеспечить СУ с гибкой программой, построенная по принципу избыточного резервирования системы. Резервировать целесообразно те звенья СУ, которые работают в наиболее жестких условиях – подвергаются частому скачкообразному изменению тока. К таким звеньям можно отнести датчик тока и датчик температуры, а также аппаратные средства контроля этих параметров. Точность работы СУ в основном зависит от инерционности составляющих ее звеньев и от точности измерения контролируемого параметра.

Когда мощность ИНУ должна регулироваться ступенчато во время переналадки или по определенному закону непосредственно в процессе нагрева, то реализация этого может осуществляться одним из 3-х способов управления: 1) широтным; 2) фазоимпульсным; 3)смешанным. Напомним, что первый способ заключается в том, что на управляющий вход теристорного или любой транзисторного выключателя В момент времени подаются прямоугольные импульсы большой длительности (от долей до десятков секунд). Длительность этих импульсов определяет время открытого состояния выключателя, то есть время воздействия электромагнитного поля на нагреваемый объект. Второй способ - управляющие импульсы той же формы, длительность которых невелика, подаются на выключатель в каждый полупериод изменения тока питающей сети (с частотой 100Гц для частоты тока сети 50Гц). В зависимости от начального смещения импульса по шкале времени изменится момент включения в каждый полупериод, а, следовательно, изменится эффективное значение тока в цепи индуктора (от 0 до 100%). Третий

способ включает в себя совместное действие первых двух и обеспечивает более гибкое управление.

Такая гибкая СУ предусматривает оперативное изменение программы управления, а также вмешательство оператора в ход процесса нагрева. Широкий выбор, предоставляемый современным рынком микропроцессорной техники позволяет до минимума сократить материальные затраты на аппаратные средства, необходимые для реализации подобной СУ, и это является одним из ее преимуществ. Микропроцессорное управление позволяет, кроме того, программным способом учитывать как систематические, так и некоторые случайные ошибки измерения.

Оптимизация режимов работы индукционных электротехнических устройств обычно состоит в решении задач максимилизации теплового и электрического К.П.Д., минимизации джоулевых потерь и т.д. При этом регулируемый параметрами обычно является ток. Индукционный нагрев не является исключением.

Поскольку контролируемый параметр индукционного нагрева – температура объекта (детали, узла), является чрезвычайно инерционным (постоянные времени нагрева составляют несколько и более минут), а регулируемый параметр – ток в индукционной катушке, может изменяться на несколько порядков быстрее, то в качестве технической реализации законов оптимального управления током в индукторе, может быть как широтноимпульсное, так и параметрическое управление при неизменном напряжении в катушке индуктора. В первом случае изменяется скважность импульсов тока по требуемому закону управления, во втором – емкостное сопротивление, например, в индукционном источнике тока.

Оптимизацию режима работы индуктора при нагреве изделий до заданной температуры можно выполнять по минимуму потерь в индукторе и детали - $I_u^2 R_u$ за счет сокращения потерь в окружающую среду. Здесь I_u - ток в индукторе; R_u - электрическое сопротивление индуктора вместе с деталью. Соответствующий функционал имеет вид:

$$J = \int_{\tau_0}^{\tau_{\kappa}} I_u^2(\tau) d\tau \Rightarrow min$$
(4.3)

и это соответствует максимуму теплового КПД.

Методика определения оптимального, в общем случае предельного, основана управления током индуктора расширении на системы дифференциальных уравнений, описывающих процесс нагрева, дополнительным уравнением координаты вектора состояния. В качестве нее принимается подинтегральное выражение (4.3). Например, $\dot{x}_0 = I_u^2$; после этого образуется функция Гамильтона вида

$$H = \psi_0 \dot{x}_0 + \psi_1 \dot{x}_1 + \dots + \psi_n \dot{x}_n, \qquad (4.4)$$

где $\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_n$ - система самосопряженных функций связанная с H

На заключительном этапе, определив $\psi_0, \psi_1, ..., \psi_n$ из условия экстремума функции Гамильтона, по регулируемому параметру находят закон управления.

Рассмотрим нахождение оптимальных (предельных) законов уравнения $I_u = f(\tau)$ по мере их сложности. Индукционный нагрев деталей под сборку описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{T}_{1} = -a_{1}T_{1} + a_{1}\Delta W$$
(4.5)

при граничных условиях по времени $T_1(0)=T_{1H}$; $T_1(\tau_{\kappa})=T_{1\kappa}$.

В (5.5) обозначена
$$a_{I} = \frac{\lambda_{I}}{C_{I}}; \ \boldsymbol{\beta}_{1} = \frac{1}{C_{1}}: \Delta W = U_{u}I_{u}\cos\varphi\eta_{2}.$$

Здесь T_1 – температура охватывающей детали: U_u - напряжение в индукторе; $\cos \varphi$ - коэффициент мощности, $\eta_{\mathfrak{p}}$ - электрический КПД; τ_{κ} – конечное время нагрева; λ_1 , C_1 – теплоотдача и теплоемкость детали соответственно.

В случае λ₁= 0 имеет место адиабатический нагрев и тогда функция Гамильтона

$$H_{c\delta} = \psi_0 I_u^2 + \psi_1 e_1 U_u I_u \cos \varphi \eta_{\mathfrak{I}},$$

 $\frac{\partial \psi_0}{\partial \tau} = -\frac{\partial H_{c\delta}}{\partial x_0} = 0 : m.e \ \psi_0 = const$

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial \tau} = -\frac{\partial H_{c\delta}}{\partial T_1} = 0 : \text{ t.e. } \psi_1 = const$$

Условие экстремальности $\frac{\partial H_{c\delta}}{\partial I_u} = 0$, дает для тока в индукторе

$$I_{u} = -\frac{\psi_{1}e_{1}U_{u}\cos\varphi\eta_{3}}{2\psi_{0}} = -\frac{\psi_{1}d}{2\psi_{0}} = const \quad .$$
(4.6)

При подстановке (5.5) в (5.4) и его разрешении относительно T_1 находим

$$T_1 = T_{1H} - \frac{\psi_1 d^2}{2\psi_0} \tau \ . \tag{4.7}$$

Из второго граничного условия $T_1(\tau \kappa) = T_1 \kappa$ для (5.4) определяем

$$-\frac{\psi_1}{2\psi_0} = \frac{T_{1\kappa} - T_{1H}}{\tau_{\kappa} d^2},$$

подставляя которое в (4.5) и (4.6) находим окончательно

$$T_{1} = T_{1H} + \frac{T_{1\kappa} - T_{1H}}{\tau_{\kappa}},$$

$$I_{u} = \frac{C_{1}(T_{1\kappa} - T_{1H})}{\tau_{\kappa}U_{u}\cos\varphi\eta_{2}}$$
(4.8)

Из второго уравнения (4.8) видно, что предельный ток I_u определяемый мощностью адиабатического нагрева должен на интервале времени (0 – τ_{κ}) поддерживается постоянным.

При $\lambda_1 \neq 0$, функция Гамильтона для нагрева детали под сборку примет вид

$$H_{c\delta} = \psi_0 I_u^2 + \psi_1 (-a_1 T_1 + a_1 U_u I_u \cos \varphi \eta_3 I_u).$$
(4.9)

где

Здесь

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial t} = -\frac{\partial H_{c\delta}}{\partial x_0} = 0 : \text{ r.e. } \psi_0 = \psi_{0r} const$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial t} = -\frac{\partial H_{c\delta}}{\partial T_1} = a_1 \psi_1 : \text{ t.e. } \psi_1 = \psi_{1r} e^{a_1 \tau}$$

Начальные значения ψ_{0r} и ψ_{1r} находятся из граничных условий для (4.4) следующим образом: подставив в (4.4) значения функций ψ_0 и ψ

$$H_{c\delta a} = \psi_{0r} I_{u}^{2} + \psi_{1r} e^{a_{1}\tau} (-a_{1}T_{1} + d_{0}I_{u})$$

и определив из условия экстремума $\frac{\partial H_{c\delta}}{\partial I_{u}} = 0$

$$I_n = -\frac{\psi_{Ir}e^{a_I\tau}}{2\psi_{0r}}$$

получим, что (3) примет вид

$$\dot{T}_{1} + a_{1}T_{1} = -\frac{\psi_{1r}e^{a_{1}\tau}}{2\psi_{0r}}e^{a_{1}\tau}(eU_{u}\cos\varphi\eta_{y})^{2}.$$
(4.10)

Решение (4.10) с помощью интегрирующего множителя $e^{a_1 \tau}$ запишется

$$T_{1} = e^{-a_{1}\tau} T_{1H} - \frac{\psi_{1r}}{2\psi_{0r}} \frac{d^{2}}{2a} (e^{ar} - e^{-a_{1}\tau}).$$
(4.11)

Из (4.11) для второго граничного условия (4.4) определим

$$-\frac{\psi_{1r}}{2\psi_{0r}} = \frac{(T_{1\kappa} - T_{1H}e^{-a_1\tau_{\kappa}})2a}{(e^{a_1\tau_{\kappa}} - e^{-a_1\tau_{\kappa}})d^2}.$$
(4.12)

После чего окончательно определяется

$$T_{1} = e^{-a_{1}\tau} T_{1H} + \frac{T_{1\kappa}}{(e^{a\tau_{\kappa}} - e^{-a\tau_{\kappa}})} (e^{a\Gamma} - e^{-a\tau}), \qquad (4.13)$$

а ток индуктора, например при *T*_{1H}=0

$$I_{u} = \frac{2T_{1\kappa}Ce^{a_{1}\tau}}{T_{\mu}U_{u}\cos \varphi\eta_{2}(e^{a\tau_{\kappa}} - e^{-a\tau_{\kappa}})}$$
(4.14)

Анализ (4.14), (4.13), а также потерь тепла в окружающую среду при $\lambda_1=0$,

показывают, что эффективность нагрева повышается при уменьшении времени нагрева τ_{κ} до величины $\tau_{\kappa} = (0, 2 - 0, 4)T_{\rm H}$.

Система дифференциальных уравнений, описывающая процесс индукционного нагрева детали под разборку соединения, имеет вид

r

$$\begin{cases} \mathbf{\dot{T}}_{1} = -a_{11}T_{1} + a_{12}T_{2} + b \Delta W(\tau); \\ \mathbf{\dot{T}}_{2} = a_{21}T_{1} - a_{22}T_{2}. \end{cases}$$
(4.15)

Здесь индексы 1 и 2 в условных обозначениях соответствуют втулке и валу: T_1 и T_2 - температуры втулки и вала, соответственно; $\Delta W = I(\tau)$

$$a_{11} = \frac{\lambda_1 + \alpha_{12}}{C_1}; \ a_{12} = \frac{\alpha_{12}}{C_2}; \ a_{21} = \frac{\alpha_{12}}{C_2}; \ a_{22} = \frac{\alpha_{12} + \lambda_2}{C_2}; \ e_1 = \frac{1}{C_1}$$

при начальных условиях $T_1(0)=T_{1H}$; $T_2(0)=T_{2H}$ и конечных $T_1(\tau_{\kappa})=T_{1\kappa}$; $T_2(\tau_{\kappa})=T_{2\kappa}$

Здесь λ_1 соответствует теплоотдаче втулки, а λ_2 – теплоотдаче вала, а λ_{12} – теплоотдаче контакта втулки - вал. Образуем функцию Гамильтона для нагрева под разборку

$$H_{p} = \psi_{0}I^{2} + \psi_{1}(-a_{11}T_{1} + a_{12}T_{2} + b_{1}\Delta W) + \psi_{2}(a_{21}T_{1} - a_{22}T_{2}).$$
(4.16)

Определяем связь самосопряженных функций ψ_0 , ψ_1 , ψ_2 с функцией Гамильтона

$$\begin{cases} \frac{d\psi_0}{d\tau} = -\frac{dH}{dx_0} = 0; \\ \frac{d\psi_1}{d\tau} = -\frac{dH}{dT_1} = a_{11}\psi_1 - a_{21}\psi_2; \\ \frac{d\psi_2}{d\tau} = -\frac{dH}{dT_2} = a_{22}\psi_2 - a_{12}\psi_1. \end{cases}$$
(4.17)

Из первого уравнения системы (4.17): $\psi_0 = \psi_0(0) = const$.

Вторые два уравнения образуют однородную систему дифференциальных уравнений с неизвестными наперед начальными условиями $\psi_1(0) = \psi_{10}$ и $\psi_2(0) = \psi_{20}$.

Исключим одну из переменных, например ψ_2 , выразив ее через ψ_1

$$\psi_2 = \frac{a_{11}\psi_1}{a_{21}} - \frac{d\psi_1}{a_{21}d\tau}; \quad \psi_2 = \frac{a_{11}\psi_1}{a_{21}} - \frac{d^2\psi_1}{a_{21}d\tau^2}. \quad (4.18)$$

Подставив во второе уравнение системы (4.17) вместо ψ_2 полученные ее значения через ψ_1 , имеем

$$\dot{\psi}_{1} - (a_{11} + a_{22})\dot{\psi}_{1} - (a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11})\psi_{1} = 0$$
(4.19)

при начальных условиях $\psi_1(0) = \psi_{10}$ и $\psi_1(0) = \psi_1(0)$, где $a_{11} - a_{22}\psi_2(0) = \psi_{(10)}$.

Корни характеристического уравнения (4.19) $\mu^2 - (a_{11} + a_{22})\mu_1 - (a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}) = 0$

$$\mu_{1,2} = \frac{(a_{11} + a_{22})}{2} \pm \sqrt{\frac{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}}{4}}.$$
(4.20)

Решение (4.19) принимает вид

$$\psi_1 = D_1 e^{\mu_1 \tau} + D_2 e^{\mu_2 \tau}, \qquad (4.21)$$

$$D_1 = \frac{\mu_2 \cdot \psi_{10} - \psi_{1(0)}}{\mu_2 - \mu_1}; \qquad (4.22)$$

$$D_2 = \frac{\psi_{10} - \mu_1 \psi_{1(0)}}{\mu_2 - \mu_1}; \qquad (4.23)$$

Функция Гамильтона, имеющая следующий вид в принятых обозначениях

$$H_{p} = \psi_{0}I_{u}^{2} + \psi_{1}(\tau)[-a_{11}T_{1} + a_{12}T_{2} + bI_{u}^{2}U\cos\varphi\eta] + \psi_{2}(\tau)[a_{21}T_{1} - a_{22}T_{2}]$$

должна удовлетворить при оптимальном управлении условию

$$\frac{dH}{dI_{u}} = 2\psi_{0}I_{u} + \psi_{1}(\tau)d = 0$$
(4.24)

Из него имеем, что для минимума потерь в катушке индуктора, пропорциональных квадрату тока, так называемых «медных» потерь, ток при напряжении в индукторе U_u

$$I(\tau) = -\frac{\psi_1(\tau)d}{2\psi_0(\tau_0)} = \frac{(D_1 e^{\mu_1 \tau} + D_2 e^{\mu_2 \tau})b_1 U_u \cos \varphi \eta}{2|\psi_0(\tau_0)|}, \qquad (4.25)$$

где τ_0 – начальный момент времени.

В матричном виде (4.24) запишется так:

$$\dot{\Theta} = A\Theta + B \cdot (\Delta W), \qquad (4.26)$$

$$A = \begin{pmatrix} -a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & -a_{22} \end{pmatrix};$$
(4.27)

$$B = \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix};$$
$$\Delta W = \begin{pmatrix} I_u(\tau)U_u \cos\varphi\eta_y \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.28)$$

Решение (4.24) в матричной записи будет иметь вид:

$$T = e^{\mathbf{A}\tau}T_0 + e^{\mathbf{A}\tau}\int_{\tau_0}^{\tau_\kappa} e^{-\mathbf{A}\tau}b\Delta W(\tau)d\tau \ .$$
(4.29)

Разрешая полученное уравнение путем взятия интеграла, с учетом $\Delta W = \begin{pmatrix} I_u(\tau)U_u\cos\varphi\eta_y\\ 0 \end{pmatrix}$, имеем возможность определить постоянные интегрирования D_1 и D_2 , входящие в выражение для $I_u(\tau)$ через заданные граничные точки температурного поля для τ_{κ} , как имело место при их нахождении для нагрева под сборку.

Таким образом, в общем виде управление по току будет иметь дополнительно к постоянной составляющей две экспоненты, которые могут

где

быть учтены разложением в ряд со следующей степенью точности: 1)до постоянного множителя; 2)до первых членов разложения – линейное возрастание тока с интенсивностью $(\mu_1 + \mu_2)$; 3) с точностью до членов высшего порядка малости.

Основным недостатком индукционных устройств, с точки зрения изделий, обеспечения конечного качества является значительная неоднородность (гетерогенность) нагрева из-за больших градиентов температурного поля в нагреваемой детали, которые могут привести к ее деформациям при больших скоростях нагрева и при сложной форме. Другие недостатки относятся к энергетическим показателям: большая величина потребляемой реактивной мощности (низкий cos ϕ) и несимметричность нагрузки по отношению к трехфазной сети при однофазных индукторах. Кроме того, в процессе нагрева уменьшается его мощность из-за возрастания активных и индуктивных сопротивлений нагреваемых изделий.

Снижают величину реактивной мощности, и стабилизирует ток в индукторе снабжением ИНУ средствами компенсации. Это введение в канал управления индуктором отрицательной обратной связи по току, что позволяет компенсировать уменьшение потребляемого тока в процессе нагрева деталей из-за увеличения их активного и реактивного сопротивлений греющему току путем некоторого увеличения питающего напряжения, начальные значения которого устанавливаются несколько ниже номинального.

Устранение негативного влияния несимметричности электрической нагрузки по фазам сети от включения индукционных нагревателей, помимо известных схем симметрирования (например, схема Штейнметца), наиболее радикально возможно при использовании частотного регулирования напряжения питания. В частности, применение тиристорных преобразователей частоты ИЛИ широтно-импульсных преобразователей c полностью управляемыми полупроводниковыми элементами типа IGB-транзисторов позволяет не только полностью симметрировать потребляемые из сети токи по фазам за счет введения промежуточного звена постоянного тока, но и эффективно управлять потребляемым из сети реактивным током.
Еще более повысить соз φ сети возможно, если тиристорный инвертор заменить широтно-импульсным преобразователем на полностью управляемых (т.е. включаемых и отключаемых по сигналу управления) вентилях типа IGBтранзисторах. Принципиальная схема силовой части транзисторного преобразователя показана на рис. 4.2.

Принцип действия преобразователя (ШИМ-пребразователь) такого основан также на попеременном отпирании и запирании транзисторов. В результате этого в индукционной катушке будет протекать переменный ток, которого определяется частотой переключения частота транзисторов инвертора. Если время переключения транзисторов ШИМ-преобразователя синхронизировать с временем коммутации вентилей выпрямителя постоянного угол коммутации вентилей последнего обратится в нуль, и тока, то коэффициент мощности для сети станет равным 1. Преобразователи подобного типа могут использоваться для частот 0,05-15 кГц и токах до 1000 А. В силу значительной стоимости оборудования с такой системой управления,



Рис. 4.2. Принципиальная схема силовой части с ШИМ преобразователем частоты индукционные установки данного типа экономически целесообразно

применять в технологических процессах большой производительности и энергоемкости.

Помимо рассмотренных методов и схем используется также способ регулирования потребляемого из сети реактивного тока (или соs ф сети)

который состоит в переключении отдельных групп конденсаторов на входе индуктора. При этом возможны режимы как недокомпенсации (отставание тока питающей сети от напряжения), так и перекомпенсации (ток группы конденсаторов превышает ток индуктора, вследствие чего результирующий ток напряжение). Оптимальным сети опережает ee является минимизация потребляемого из сети тока при $\cos \phi = 1$ При этом минимизируются потери и в подводящих кабелях, облегчается работа пускорегулирующей аппаратуры. Недостатком переключения емкостей ступенями является дискретное соз ф сети, при котором, как правило, не удается соблюсти условие $\cos \varphi = 1$ в течение всего времени нагрева. Схемы коммутации емкостей с помощью тиристоров в какой то степени может сгладить дискретный характер регулирования соз ф, однако, и в этом случае следует учитывать высокую стоимость подобных устройств.

В этих конструкциях могут использоваться следующие способы переключения переменной части емкостей. Наиболее простым является способ переключения, при котором группы конденсаторов равновелики по емкости, а число контакторов и групп равно числу необходимых ступеней регулирования. Естественно, что число контакторов при этом способе оказывается большим, вследствие чего применяют иные способы. Например, включат емкости по двоичному коду, при котором каждый последующий контактор включает емкость в два раза большую, чем предыдущий контактор (ряд емкостей имеет вид 1, 2, 4, 8 и т.д). Изменение общей емкости достигаются изменением комбинаций включенных групп, так что при п переключателях можно получить 2^ⁿ ступеней емкости. Более плавное соотношение между ступенями можно емкостей достичь, если соотношение между ДВУМЯ последующими переключателями построить по коду Фибоначчи (ряд емкостей имеет вид 1, 2, 3, 5, 8 и т.д.).

Недостаток этих способов отсутствие плавного подрегулирования между ступенями остается. Повысить плавность регулирования потребляемого из сети реактивного тока можно следующим предполагаемым способом изменения индуктивных параметров индуктора для компенсации дискретного изменения

величины переключаемых емкостей на его входе. Действительно, если рассмотреть упрощенную схему замещения индуктора, характеризующегося эквивалентными параметрами индуктивности и активного сопротивления, включающими приведенные к первичной катушке параметрами нагреваемого изделия, (рис. 4.3), то величина потребляемого из сети тока может быть определена через эти эквивалентные параметры по формуле

$$I_{c}^{*} = U_{c}^{*} \cdot \left(\frac{j}{\omega \cdot C} + \frac{R_{u} - j\omega \cdot L_{u}}{R_{u}^{2} + \omega^{2} \cdot L_{u}^{2}} \right).$$

$$(4.30)$$

Здесь I_c , U_c - комплексы напряжения и тока сети соответственно: R_u , L_u эквивалентные активное и индуктивное сопротивления индуктора с деталью; j – мнимое число; ω – частота тока; C – емкость конденсаторов.

Минимальное значение этого тока достигается при равенстве:



Рис. 4.3. Эквивалентная схема замещения электрической части индуктора

$$R_u^2 + \omega^2 \cdot C^2 = \omega^2 \cdot C \cdot L_u, \qquad (4.31)$$

которое можно достичь дискретным (грубое регулирование) переключением величины емкостей конденсаторов и плавной настройкой величины эквивалентной индуктивности индуктора L_u.

Плавную настройку величины

эквивалентной индуктивности индуктора L_u возможно реализовать путем изменения магнитного состояния нагреваемого изделия, накладывая на него дополнительное подмагничивающее поле постоянной величины и направления, т.е. производя нагрев в регулируемом по величине асимметричным, по направлению, магнитным полем. Механизм воздействия асимметричного электромагнитного поля подробно рассматривался в работах.

Сущность асимметричного проявления электромагнитного поля заключается в том, что для положительной, совпадающей с направлением

подмагничивания, и отрицательной полуволн электромагнитного поля значения магнитной проницаемости материала изделия оказываются разными, что приводит к изменению глубины проникновения, а с ней и индуктивности индуктора по сравнению с симметричным полем.

Рассмотрим это явление. Нагреваемая деталь, выполнена из материала, имеющего магнитную проницаемость μ и удельное электросопротивление ρ , подвергается воздействию переменного электромагнитного поля. При этом волна электромагнитной энергии от индукционной катушки распространяется через диэлектрик (воздух) и подходит по нормали (ось z) к поверхности, ограничивающей проводящую среду нагреваемой детали (металл). Величину, характеризующую зависимость эквивалентной магнитной проницаемости μ от изменения напряженности H магнитного поля можно получить непосредственно из второго уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial\tau} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial H} \cdot \frac{\partial\vec{H}}{\partial\tau}, \qquad (4.32)$$

где В – вектор магнитной индукции;

Традиционно из справочной литературы и стандартных характеристик материала известны зависимости

$$\mu(H) = \frac{B}{H},\tag{4.33}$$

которые получают по основной статической кривой намагничивания материала. С их учетом:

$$\frac{\partial B}{\partial H} = \frac{\partial \mu(H)}{\partial H} H + \mu(H).$$
(4.34)

Тогда

$$rot\vec{E} = -\left(\frac{\partial\mu(H)}{\partial H}H + \mu(H)\right)\frac{\partial H}{\partial\tau} = -\mu_{3}\frac{\partial\vec{H}}{\partial\tau},$$
(4.35)

где

$$\left(\frac{\partial \mu(H)}{\partial H}H + \mu(H)\right) = \mu_{\mathfrak{g}}.$$
(4.36)

Здесь μ_3 -эквивалентная магнитная проницаемость. При этом для определения потерь на вихревые токи следует брать значения μ в поворотных точках петли гистерезиса, что и дает возможность изменения μ за счет асимметрии поля.

Другой метод регулирования потребляемой из сети реактивной мощности и повышения соѕ ф можно найти, если обратить внимание, что они сравнимы с соѕ ф однофазных асинхронных двигателей с пространственно-пульсирующим полем в режимах пуска, т.е. короткого замыкания. Поэтому использование в индукционных установках пространственно вращающихся полей может приводить к повышению соѕ ф, как это имеет место в трехфазных асинхронных двигателях.

Реализация данного направления предлагается в устройстве для нагрева деталей кольцевой формы вращающимся в пространстве полем, создаваемое индуктором, выполненным в виде дискового магнитопровода с торцевыми выступами, на каждом из которых размещена катушка многофазной обмотки и дополнительный дисковый магнитопровод, установленный над индуктором с зазором для размещения нагреваемых деталей.

Проведенный анализ показывает, что проблема управления коэффициентом мощности индукционной установки тесно связана с другими ее характерными показателями, в частности область и диапазон применения индукционного нагрева с его управляемостью. Если считать, что областью низкотемпературного нагрева является нагрев до 600°С, т.е. когда не пройдена точка Кюри для ферромагнетиков, а к области высокотемпературного нагрева отнести диапазон свыше точки Кюри, то окажется, что в данном диапазоне востребованность к управлению нагревом возрастает, хотя бы потому, что требуется получать управляемые источники повышенной частоты.

При этом при управляемом индукционном способе нагрева можно обеспечить как симметричный, так и асимметричный, полный и локальный прогрев деталей различных форм и размеров с различною интенсивностью во времени и пространственным градиентом.

Широкий выбор, предоставляемый современным рынком силовой электроники и микропроцессорной техники, позволяет при приемлемых

затратах на аппаратные и программные средства, необходимых для реализации процессов управления коэффициентами мощности индуктора, создавать также системы индукционного нагрева управляемой частоты.

В качестве основных направлений развития управляемых процессов частотно-импульсного технологического индукционного нагрева изделий с компенсированной реактивной мощностью предложить следующие:

 снижение энергопотребления, в том числе, в основном реактивной мощности, путем уменьшения полей рассеивания электромагнитной энергии за счет оптимизации конструкции индуктора;

2) универсализация и специализация индукторов по типам изделий по типу управления мощностью нагрева в пространстве и времени симметричными и асиммметричными вращающимися и пульсирующими полями; при этом для индивидуального и мелкосерийного производства использовать более простые конструкции индукторов соленоидного типа с пульсирующими полями, а для крупносерийного производства использовать преимущества индукторов с вращающимися полями;

3) повышение $cos \varphi$ за счет использования плавно управляемых компенсационных систем при нагреве в асимметричных полях;

4) широтно-импульсной модуляция выходной частоты индуктора: применением полностью управляемых элементов транзисторного типа.

4.3 Физико-статистическая модель надежности индуктора

Индукторы относятся к невосстанавливаемым изделиям, поэтому показателем надежности у них является безотказность – вероятность того, что проработают заданный без сбоев. ОНИ промежуток времени Невосстанавливаемость обусловлена технологией изготовления собственно многовитковой катушки, поскольку технология изготовления предусматривает запекание витков изолированного провода в монолитную единую массу с помощью специальных смол. Если происходит короткое замыкание между витками катушки вследствие электрического пробоя изоляционного слоя, то отремонтировать катушку не представляется возможным. Короткое замыкание

само по себе может быть очень опасным, если индуктор работает в пожароопасных условиях.

Не смотря на кажущуюся простоту работы, индукторы на самом деле находятся под воздействием различного типа нагрузок. Работа в цикле периодического включения катушки ведет к периодическому нагреву ее токопроводника от протекающего по нему тока и от теплового воздействия от нагреваемой детали (если это соленоидный индуктор), кроме того, поскольку ток переменный, токопроводник подвержен вибрациям c частотой протекающего тока. Кроме того, всегда имеется случайное изменение внешних условий И присутствуют случайные изменения В процессе работы: нерегламентированные перегревы, механические воздействия и др. Особенно опасны так называемые пиковые нагрузки, например «броски тока». Поэтому получение удовлетворительного определения возможного времени выхода их из строя вследствие действия нагрузок и изменений в изделии является сложной задачей.

До настоящего времени надежность многовитковых индукционных катушек, которые в большинстве используются в индукторе, оценивали по паспортным данным изоляции проводника. Однако, это приближенный метод оценки, поскольку, токопроводники выпускают для использования в электротехнических системах различного назначения, большей частью в электродвигателях. Необходима разработка модели надежности многовитковых индукторов, находящихся под механическими и тепловыми воздействиями.

Существует два подхода к построению модели – детерминистический и статистический. Поскольку, никакое чисто теоретическое рассмотрение не в состоянии учесть все многообразие реально действующих на то или иное факторов, детерминистическое математическое изделие описание изменений, качественных происходящих В сложных изделиях при эксплуатации, в значительной мере являются приближенным. Статический подход дает возможность установить связь изменений в изделиях с действующими факторами при неполном знании механизма изменений и наблюдаемые прошлые события с позволяет сопоставлять будущими,

подобными им событиями, и делать относительно последних некоторые выводы. Для описания изменений в изделии в процессе его эксплуатации и получения информации о его дальнейшей работе строят математикостатистическую модель. Такая модель особенно эффективна в тех случаях, когда проведение экспериментов по получению данных об изменениях дорого, но имеются ограниченные данные о физических процессах, происходящих в изделии.

Под отказом индуктора будем понимать электрическое замыкание двух расположенных токопроводников. Действующие рядом на ИЗОЛЯЦИЮ механические и тепловые нагрузки являются случайными величинами. Для построения модели необходимо установить тип распределения вероятностей, описывающего явление отказа. Пиковая нагрузка $S(\tau)$ имеет особенность, которая состоит в том, что в течение всего рассматриваемого периода времени τ она не имеет направленного изменения, т.е. пиковые величины нагрузок возникают случайным образом и невозможно однозначно предсказать момент их появления. Отсутствие направленного изменения $S(\tau)$ определяют как ее стационарность. Отказ может произойти вследствие технологических и конструктивных дефектов, возникающих при эксплуатации и вследствие процессов старения. При этом отказы могут быть внезапными или наступать постепенно. Ситуация, когда одновременно действует несколько причин отказов, является в практике наиболее типичной. При этом, однако, среди множества причин, вызывающих отказы, есть только одна – две основные, а вследствие других, второстепенных причин, отказы не возникают. Поэтому, при исследовании надежности изделия вначале выявляют основные причины. Если действуют несколько причин примерно одинакового влияния, то их действие может быть условно заменено одной причиной, которая эквивалентна всему этому множеству. Также, если эти причины существенно связаны друг с другом, то имеет смысл считать, что действует только одна причина, и относить все отказы за ее счет. Как и любое изделие, катушка имеет ограниченную прочность $R(\tau)$ и исчерпание ресурса наступает в первый момент превышения нагрузкой прочности ($S(\tau) > R(\tau)$). Внезапный отказ возникает не

как следствие постепенного изменения внутреннего состояния изделия, а как следствие случайного внешнего воздействия, имеющего величину, больше допустимой. Известно, что если процесс изменения нагрузки имеет асимптотическую независимость и стационарность, то время τ первого превышения уровня прочности будет подчиняться экспоненциальному распределению. Отсюда имеем, что функция надежности времени τ при внезапных отказах имеет вид:

$$\ell(\tau) = \begin{cases} 1 , \text{если } \tau \le 0 \\ \exp(-\lambda\tau), \text{если } \tau \ge 0 \end{cases}$$
(4.37)

Применяемая экспоненциальная модель отказов для катушек электрических систем, практически не подходит для индукторов, так как она описывает только внезапные отказы. Изоляция индукционной катушки теряет свои прочностные свойства со временем за счет процессов старения, что приводит к постепенным отказам. Использование в веерной модели потери прочности изоляции катушки не совсем верно, так как она предполагает, что существуют только постепенные отказы или, в частном случае, только внезапные отказы. На самом деле отказы по катушке индуктора могут быть как внезапными, так и постепенными.

Действительно, изоляционный слой представляет собой совместную изоляцию витков токопроводника и дополнительную прослойку изоляционного материала, которая находится между слоями витков. Отказ происходит при периодическом включении индуктора за счет потери прочности изоляционной прослойки, до степени достаточной для пробоя через малую площадку ΔS . Отказ происходит чаще всего в момент включения индуктора после наработки ним некоторого времени τ , когда изоляция в определенной степени потеряла свои прочностные свойства.

Итак, на ΔS действуют пиковые нагрузки, которые носят циклический характер вследствие периодического включения индуктора и эти нагрузки приводят к внезапному, причина $\Pi_{(1)}$, и постепенному, причина $\Pi_{(2)}$, отказам.

Отказы возникают независимо друг от друга, поскольку причины действуют параллельно.

Независимость означает, что действие одной из причин никак не сказывается на возможность отказа по другой причине. Если причина $\Pi_{(1)}$ была единственной, приводящей к отказу, то время безотказной работы было бы равно $\tau^{(1)}$.

При параллельном действии двух причин будем иметь время до момента, когда одна из причин $\Pi_{(1)}$ или $\Pi_{(2)}$ вызовет отказ. Отсюда следует, что время τ безотказной работы индуктора задается равенством:

$$\tau = min \ (\tau^{(1)}, \tau^{(2)}).$$

Если $\ell_1(\tau)$ есть функция надежности при внезапном отказе, а $\ell_2(\tau)$ функция надежности при постепенном, то общая функция надежности индуктора имеет вид:

$$\ell(\tau) = \ell_1(\tau) \cdot \ell_2(\tau) \tag{4.38}$$

В момент включения индуктора возникает пиковая электрическая нагрузка на ΔS, которая может дать как внезапный отказ, связанный с механическим разрушением изоляции за счет вибрации (рис. 4.4), так и постепенный отказ за счет неравномерного и циклического нагрева и



Рис. 4.4. Изменения пиковой нагрузки $S(\tau)$, превышающеий некоторый предельный уровень S_0 в случае внезапного отказа по площадке изоляции ΔS_i



Рис. 4.5. График изменения пиковой нагрузки S(τ) превышающий прочность R(τ) для постепенного отказа площадки ΔS_j

возникнуть от его периодического включения (рис. 4.5).

При расчете вероятности безотказной работы индуктора $\ell_1(\tau)$ от действия пиковой нагрузки, дающей внезапный отказ (рис. 4.4), были сделаны следующие допущения: 1) пробои площадок изоляции ΔS , являются случайными независимыми событиями; 2) вероятность одновременного появления двух или более пробоев принимается за нуль; 3) интенсивность отказов в период нормальной работы индуктора не зависит от времени τ .

Тогда вероятность безотказной работы $\ell_1(\tau)$ за время τ определяется по формуле

$$l_l(\tau) = \exp(-\theta\tau), \tag{4.39}$$

где θ – суммарная интенсивность отказов по пробою ΔS .

$$\theta = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{r} v_{j} N_{i} \theta_{i} .$$
 (4.34)

Здесь k – общее количество слоев изоляции минус единица; r – число витков в одном слое изоляции; v_i - число слоев j –го типа; N_i – число площадок ΔS - в одном витке i-го типа; θ_i – интенсивность отказов по элементарной площадке ΔS в витке i-го типа.

Для получения модели постепенного отказа, предполагаем, что прочность R изоляции со временем *т* уменьшается по закону

$$R(\tau) = R(0)(1 - B\tau)^{\alpha}, \qquad (4.35)$$

где R(0) – начальная прочность, B – параметр убывания и α - параметр формы.

При этом считаем, что токовая нагрузка вместе с другими нагрузками на изоляцию осуществляется в виде последовательности импульсов случайной величины, следующих через случайные интервалы времени τ . Отказ наступает в первый момент превышения нагрузкой *S* прочности *R* (рис. 4.7). Примем, что функция распределения амплитуд импульсов нагрузки на площадке изоляции ΔS имеет вид:

$$F(x) = 1 - \exp(-(\frac{x}{\beta})^{1/\alpha})$$
, (4.40)

а их средняя частота воздействия $h(\tau)$ постоянна и равна h.

Тогда надежность площадки ΔS_i будет иметь вид

$$\ell_{2i}(\tau) = \exp\left(-\int_{0}^{\tau} h(x)dx \int_{R(x)}^{\infty} dF(z)\right) = \exp\left(-\int_{0}^{\tau} h \cdot \exp\left(-\frac{R(0)(1-Bx)^{\alpha}}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}dx\right) = \\ = \exp\left(-h\int_{0}^{\tau} \exp\left(-\left(\frac{R(0)}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}(1-Bx)dx\right) = \\ = \exp\left(-h \cdot \exp\left(-\left(\frac{R(0)}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right)\int_{0}^{\tau} \exp\left(B\left(\frac{R(0)}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}x\right)dx\right) =$$
(5.41)
$$= \exp\left(-h \cdot \exp\left(-\left(\frac{R(0)}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right)\frac{1}{B}\left(\frac{\beta}{R(0)}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right) \cdot \exp\left(B\left(\frac{R(0)}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}x\right)dx\right) = \\ = \exp\left(-h \cdot \exp\left(-\left(\frac{R(0)}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}x\right)\frac{1}{B}\left(\frac{\beta}{R(0)}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right) \cdot \exp\left(B\left(\frac{R(0)}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\cdot\tau\right) - 1\right)\right)$$

Приняв $a = h \cdot \exp\left(-\left(\frac{R(0)}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right)$ и $b = B\left(\frac{R(0)}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$ имеем следующий вид

функции надежности

$$\ell_{2i}(\tau) = exp \left(-\frac{a}{6}(exp(6\tau) - 1)\right) .$$
(4.42)

Итак, надежность элементарной площадки ΔS_i при постепенных отказах с пиковой нагрузкой *S* может быть определена по формуле (4.42), где все параметры физически расшифрованы.

Так как отказы по элементарным площадкам ΔS_i взаимно независимы, а отказ любой площадки ΔS_i рассматривается как отказ всего индуктора, то имеем модель отказа цепи. Отсюда следует, что τ - время безотказной работы индуктора определяемое безотказной работой элементарной площадки ΔS_i , i =1,2,..., n, по формуле

$$\tau = \min\left(\tau_1^{(2)}, \tau_2^{(2)}, \dots, \tau_n^{(2)}\right).$$

В нашем случае число п площадок ΔS_i достаточно велико и все функции распределения $F_i(\tau) = 1 - \ell_{2i}(\tau)$ таковы, что при разложении их в степенной ряд по τ имеет место при $\tau \to 0$ равенство

$$F_i(\tau) = g \tau^{\nu} + o(\tau^{\nu}), \qquad (4.43)$$

где *g* >0, *γ*>0.

Отсюда следует, что при условиях (4.43) функция распределения постепенных отказов $F(\tau) = 1 - \ell_2(\tau)$ хорошо аппроксимируется выражением вида

$$F_{i}(\tau) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{\tau^{\gamma}}{\beta}\right), \tau \ge 0; \\ 0, \tau \le 0, \end{cases}$$

$$(4.44)$$

где $\beta = \frac{1}{g^n}$.

В математической статистике принято называть распределение (4.44) распределением третьего типа для крайних членов последовательности независимых величин, или распределением Вейбула-Гнеденко.

Заметим, что распределение (4.44) можно получить не только из модели (4.42), но практически из любой модели экспоненциального вида.

Из (4.44) имеем, что функция надежности $\ell_2(\tau)$ имеет вид

$$\ell_{2}(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau^{\gamma}}{\beta}\right).$$
 (4.45)

Тогда, на основании (4.35), (4.36) и (4.44) имеем функцию надежности индуктора

$$l(\tau) = \exp(-(\frac{\tau^{\gamma}}{\beta} + \theta\tau)), \quad \tau > 0.$$
(4.46)

Далее из (4.46) имеем, что плотность распределения случайной величины т времени работы индуктора имеет вид

$$f(\tau) = -\ell'(\tau) = \left(\frac{\gamma}{\beta}\tau^{\gamma-1} + \theta\right) \exp(-(\frac{\tau^{\gamma}}{\beta} + \theta\tau)) .$$
(4.47)

Отсюда интенсивность отказов индуктора, определяемая по формуле

$$\lambda(\tau) = -\frac{\ell'(\tau)}{\ell(\tau)} = \frac{\gamma}{\beta} \tau^{\gamma-1} + \theta \,. \tag{4.48}$$

На рисунке 4.6 представлены функции надежности $\ell_1(\tau)$ (4.33), $\ell_2(\tau)$ (4.41) и



Рис.4.6. Функции надежности: $1 - \ell_1(\tau), 2 - \ell_2(\tau), 3 - \ell(\tau)$

 $\ell(\tau)$ (4.42) при значениях параметров $\theta = 0,2, \gamma = 1,5$ и $\beta = 10$. Плотность распределений времени работы для моделей (4.37), (4.45) и (4.46) представлена на рис. 4.7 при значениях параметров $\lambda = 0,2, \gamma = 1,5$ и $\beta = 10$. При тех же значениях параметров на рис. 4.8 представлена интенсивность отказов моделей (4.36), (4.44) и (4.45).





1 – модель (4.33); 2 – модель (4.41); 3 – модель (4.42)

Полученная модель позволит по малому количеству испытаний (4-7) сделать оценку латентных характеристик. Из предложенной модели надежности индуктора (4.46) следует, что при проектировании многовиткового индуктора необходимо стремиться к минимальному количеству слоев токопроводника с контактирующими зонами $\lambda(\tau)$ 1

Найдем оценки параметров предлагаемой модели надежности (4.46) методом максимального правдоподобия. Метод максимального правдоподобия основан в определенной степени на интуиции. Предлагаем несколько операций с моделью (4.46).

изоляции.



Рис. 4.8. Интенсивность отказов: 1-модель(4.33), 2-модель(4.41), 3-модель(4.42)

Плотность распределения модели (4.46) определяется по формуле (4.47). Определим функцию правдоподобия:

$$\varphi(\tau,\gamma,\beta,\theta) = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{\gamma}{\beta}\tau^{\gamma-1} + \theta\right) \exp\left(-\left(\frac{\tau_{i}^{\gamma}}{\beta} + \theta\tau_{i}\right)\right).$$
(4.49)

Найдем логарифм функции правдоподобия:

$$L = \sum_{i=1}^{n} \ln(\frac{\gamma}{\beta}\tau^{\gamma-1} + \theta) - \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^{n} \tau_i^{\gamma} - \theta \sum_{i=1}^{n} \tau_i.$$

Найдем частные производные функции *L* по параметрам γ , $\frac{1}{\beta}$ и θ :

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma} = \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_i^{\gamma-1} + \gamma \tau_i^{\gamma-1} \ell n \tau_i}{\frac{\gamma}{\beta} \tau_i^{\gamma-1} + \theta} - \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^{n} \tau_i^{\gamma} \ell n \tau_i ; \qquad (4.50)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma_{\beta}^{1/\beta}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\gamma \tau_{i}^{\gamma-1}}{\frac{\gamma}{\beta} \tau_{i}^{\gamma-1} + \theta} - \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma} , \qquad (4.51)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\frac{\gamma}{\beta} \tau_i^{\gamma-1} + \theta} - \sum_{i=1}^{n} \tau_i .$$
(4.52)

Приравниваем частные производные (4.50), (4.51), и (4.52) к нулю и составим систему

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \frac{1+\gamma \ell n \tau_{i}}{\gamma} = \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma} \ell n \tau_{i} \\ \gamma \sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_{i}^{\gamma-1}}{\beta} = \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma} \\ \sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_{i}^{\gamma-1} + \theta}{\beta} = \sum_{i=1}^{n} \tau_{i} \end{cases}$$

$$(4.53)$$

Из последних двух уравнений системы (4.53) найдем параметр λ .

Из второго уравнения системы имеем:

$$\beta \sum_{i=l}^{n} \frac{\frac{\gamma}{\beta} \tau_{i}^{\gamma-l}}{\frac{\gamma}{\beta} \tau_{i}^{\gamma-l} + \theta} = \beta \sum_{i=l}^{n} \frac{\frac{\gamma}{\beta} \tau_{i}^{\gamma-l} + \theta - \theta}{\frac{\gamma}{\beta} \tau_{i}^{\gamma-l} + \theta} = \beta n - \beta \lambda \sum_{i=l}^{n} \frac{1}{\frac{\gamma}{\beta} \tau_{i}^{\gamma-l} + \theta} = \sum_{i=l}^{n} \tau_{i}^{\gamma} .$$
(4.54)

Подставляя третье уравнение системы (4.53) в (4.54) получим:

$$\beta n - \beta \theta \sum_{i=l}^{n} \tau_i = \sum_{i=l}^{n} \tau_i^{\gamma}$$
.

Отсюда

$$\theta = \frac{\beta n - \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma}}{\beta \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}} \quad \text{или} \qquad \theta = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \tau_{i}} - \frac{\sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma}}{\beta \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}}.$$
(4.55)

Подставим в левую часть третьего уравнения системы (4.53) найденное θ , получим:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\frac{\gamma}{\beta} \tau_{i}^{\gamma-1} + \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \tau_{i}} - \frac{\sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma}}{\beta \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}}} = \beta \sum_{i=1}^{n} \frac{\sum_{i=1}^{n} \tau_{i}}{\gamma \tau_{i}^{\gamma-1} \sum_{i=1}^{n} \tau_{i} + n\beta - \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma}}} = \beta \sum_{i=1}^{n} \tau_{i} \cdot \sum_{i=1}^{n} \tau_{i} \cdot \sum_{i=1}^{n} \tau_{i} + n\beta - \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma}}.$$

Тогда из третьего уравнения системы имеем:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma \tau_{i}^{\gamma-1} \sum_{i=1}^{n} \tau_{i} + n\beta - \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma}} = \frac{1}{\beta}.$$
(4.57)

Подставим в левую часть первого уравнения системы (4.53) θ из (4.55), получим:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_{i}^{\gamma-1} + \gamma\tau_{i}^{\gamma-1}\ell n\tau_{i}}{\frac{\gamma\tau_{i}^{\gamma-1}}{\beta} + \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}} - \frac{\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}^{\gamma}}{\beta\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}} = \frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{n} \frac{\gamma\tau_{i}^{\gamma-1}}{\frac{\gamma\tau_{i}^{\gamma-1}}{\beta} + \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}} - \frac{\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}^{\gamma}}{\beta\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}} + \gamma\beta\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}\sum_{i=1}^{n}\tau_{i} - \frac{\tau_{i}^{\gamma-1}\ell n\tau_{i}}{\gamma\tau_{i}^{\gamma-1}\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}} + n\beta - \sum_{i=1}^{n}\tau_{i}^{\gamma}}.$$

Отсюда, пользуясь уравнениями системы, имеем:

$$\frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}^{\gamma}+\gamma\beta\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}\sum_{i=1}^{n}\frac{\tau_{i}^{\gamma-1}\ell n\tau_{i}}{\gamma\tau_{i}^{\gamma-1}\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}+n\beta-\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}^{\gamma}}=\sum_{i=1}^{n}\tau_{i}^{\gamma}\ell n\tau_{i}.$$
(4.57)

Тогда уравнение (4.56) и (4.57) образуют систему, решение которой дает оценки параметров β и γ

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma \tau_{i}^{\gamma-1} \sum_{i=1}^{n} \tau_{i} + n\beta - \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma}} = \frac{1}{\beta} \\ \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma} + \gamma \beta \sum_{i=1}^{n} \tau_{i} \sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_{i}^{\gamma-1} \ell n \tau_{i}}{\gamma \tau_{i}^{\gamma-1} \sum_{i=1}^{n} \tau_{i} + n\beta - \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma}} = \sum_{i=1}^{n} \tau_{i}^{\gamma-1} \ell n \tau_{i} \end{cases}$$
(4.58)

Решение системы (4.58) можно найти, используя стандартные математические компьютерные программы в Maple.

Имея программу, решающую систему (4.58) для определения оценок параметров β и γ модели (4.46) и формулу (4.54), по которой находится оценка параметра λ , мы можем по результатам ресурсных испытаний объема n найти конкретную модель надежности (4.46) для некоторого класса индукторов, а значит решить любую практическую задачу для этих индукторов.

Основной задачей надежности индуктора может служить оценка гаммапроцентного ресурса индуктора, которая для данной модели находится из решения уравнения:

$$\exp\left(-\left(\frac{\tau^{\gamma}}{\beta}+\theta\tau\right)\right)=1-\varepsilon,\qquad(4.59)$$

где Е – допустимая, нормативная вероятность отказа индуктора.

Уравнение (4.59) приведено к виду

$$\frac{\tau^{\gamma}}{\beta} + \theta\tau = \ln\frac{1}{1 - \varepsilon}$$

Для решения была составлена программа в Maple 9.5, позволяющая по найденным оценкам параметров модели (4.46) γ , β , λ и заданному уровню риска ε находить гамма-процентный ресурс работы индуктора.

Результаты исследований позволяют предложить следующую методику расчета τ_{γ} и оценки его ошибки $\sigma[\tau_{\gamma}]$ для индуктора по результатам ресурсных испытаний малого объема n, разбив ее на следующие этапы:

1. Находят минимальное значение ресурса $\tau_{(1)}$, максимальное $\tau_{(n)}$, а также их среднее значение $\mu_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i$ по результатам испытаний.

2. По формуле (4.59) – $k(\alpha) = \frac{\tau_{(n)} - \tau_{(1)}}{\mu_1 - \tau_{(1)}}$ находят оценку параметра

формы α распределения долговечности индуктора.

3. Определяют весовые коэффициенты оптимальных линейных оценок параметра сдвига τ_0 и масштабного параметра β по α и известному n.

$$\tau_{0} = \eta_{1}\tau_{(1)} + \eta_{2}\tau_{(2)} + \dots + \eta_{n}\tau_{(n)};$$

$$\beta = \varpi_{1}\tau_{(1)} + \varpi_{2}\tau_{(2)} + \dots + \varpi_{n}\tau_{(n)}.$$

4. По полученным оценкам τ_0 , β_0 и α заданной γ , по формуле $\tau_{\gamma} = \tau_0 + \beta (-\ln \gamma)^{\alpha}$, полученной из (4.58) находят оценку гамма-процентного ресурса τ_{γ} .

5. Используя формулу

$$\sigma[\tau_{\gamma}] = \{ D[\tau_0] + 2(-\ln\gamma)^{\alpha} \operatorname{cov}[t_0,\beta] + (-\ln\gamma)^{2\alpha} D[\beta] \}^{\frac{1}{2}},$$

1/

где дисперсия D[τ_0], D[β] параметров τ_0 и β , и их ковариация соv[τ_0, β] находится при известном объеме испытаний n и найденном α , находят оценку ошибки σ [τ_{γ}] полученного τ_{γ} .

6. При заданной оценке доверительной вероятности *P* и найденном параметре формы α, решая уравнение

$$l - (l - P)^{\frac{1}{n-l}} = n(\tau_{(1)} - \tau_0)^{l/\alpha} / \sum_{i=l}^n (\tau_{(i)} - \tau_0)^{l/\alpha},$$

относительно τ_0 , находим точную нижнюю доверительную границу нижнего порога ресурса τ_0 , которая при любом γ является нижней доверительной границей для гамма-процентного ресурса τ_{γ} .

Заметим, что предложенная методика расчета оценки гамма-процентного ресурса τ_{γ} и его ошибки $\sigma[\tau_{\gamma}]$ при малых количествах испытаний n \leq 10, и при любых n нижней доверительной границы τ_0 может быть применима для любых изделий, у которых функция надежности имеет трехпараметрическое распределение Вейбулла.

Пример расчета гамма-процентного ресурса индукционного нагревателя с соленоидными катушками.

В результате испытаний на долговечность однотипных ИНУ с соленоидными катушками при одинаковых условиях эксплуатации (цех предприятия) были следующие наработки на отказ катушки $\tau_{(1)}$ =15901 час; $\tau_{(2)}$ =16779 час; $\tau_{(3)}$ =17530 час; $\tau_{(4)}$ =18333час; $\tau_{(5)}$ =19459 час.

Используя предложенную методику расчета, находим:

1. Среднее значение ресурса: $\mu_1 \approx 17600$ час.

2. Оценку параметра формы: К(α) ≈2,094, α =0.4.

3. Оптимальные линейные оценки параметра сдвига τ_0 и масштабного параметра β .

т₀≈14038час.

β₀≈4053 час

4) Оценку τ_γ при гарантии γ=99%.

 $\tau_{\gamma} = 14038 + 4053 (\ln(100/99))^{0/4} \approx 14681$ час

5. Оценку ошибки измерений полученного гамма-процентного ресурса $\sigma[\tau_{\gamma}]$.

При найденном β и α и заданном γ =99% и n=5 имеем:

$$\sigma[\tau_{\gamma}] = 4053 \left\{ 0,098 + 2(\ln\frac{100}{99})^{0.4} 0,093 + (\ln\frac{100}{99})^{0.8} 0,122 \right\}^{\frac{1}{2}} = 1465 \text{ vac}.$$

6. Точную нижнюю доверительную границу τ₀ с доверительной вероятностью *P*=0.95.

При α=0.4 имеем трансцендентное уравнение

$$1 - (1 - 0.95)^{\frac{1}{4}} = \frac{5(15901 - \tau_0)^{\frac{5}{2}}}{(15901 - \tau_0)^{\frac{5}{2}} + (16779 - \tau_0)^{\frac{5}{2}} + (17530 - \tau_0)^{\frac{5}{2}} + (18333 - \tau_0)^{\frac{5}{2}} + (19454 - \tau_0)^{\frac{5}{2}}},$$

решение которого дает $\tau_{0; 0,95}$ =9876 час.

Таким образом, можно утверждать, что гарантированная работа индуктора с надежностью 99%, что соответствует требованиям к технологиям сборки ответственных, дорогостоящих изделий составляет порядка 14000час, а для сверхответственных изделий установленный ресурс составляет 9870 часов.

4.4 Типизация конструкции индукторов

Индуктор является главным элементом ИНУ, определяющим ее тип и основные технологические и для нагрева определенной детали производился в зависимости от технологической задачи - нагрев для сборки или (и) разборки соединения, заданной производительности и энергетических возможностей. При нагреве детали для разборки соединения, находящегося непосредственно в машине или механизме, значение имеет также условия размещения индуктора, который, в таких случаях, является переносным.

Если при нагреве под сборку можно генерировать тепловую энергию по наружной и посадочной поверхности детали, то при нагреве под разборку только по наружной.

Сформировать теоретически требуемое температурное поле, в детали даже незначительно отличающейся по форме от гладкого цилиндра или конуса, невозможно, поскольку нужно практически создать ПО участкам ee поверхности тепловые потоки различной мощности. То есть, необходимо иметь много элементарных индукторов различной мощности, расположенных на детали. В определенной степени решением такой задачи является правильный выбор типа и формы индуктора, формы и количества магнитопроводящих конфигураторов электромагнитного поля, управление режимом нагрева путем регулирования мощности и периодичности включения индуктора (индукторов), изменением частоты тока. Такими способами можно создавать распределение температур в детали близко к требуемому.

Тепловая энергия, необходимая для создания в детали заданного температурного поля является полезной. Отношение этой энергии ко всей тепловой, выделяемой в детали и теряемой в результате контактной теплопередачи в базирующие элементы ИНУ или охватываемую деталь соединения (при разборке), а так же теплоотдачи в окружающую среду, представляет собой термический КПД индуктора. Отношение активной мощности индуктора, то есть мощности, выделяемой индуктором ко всей потребляемой из силовой сети, определяется как коэффициент мощности индуктора – соѕф. Эти параметры характеризуют степень соответствия

индуктора и его управление требуемому режиму нагрева по созданию температурного поля и его экономичности.

В настоящие время в механосборочном производстве используют различные типы индукторов, которые реализуют одну из первых трех рассмотренных принципиальных схем нагрева. При этом при схеме рис. 4.1.а индуктор может состоять из нескольких соленоидных катушек, которые к сети последовательно или параллельно, и работают подключены одновременно или поочередно. С помощью магнитопроводящей системы (магнитопроводов), которая охватывает индуктор по наружи и замыкается на деталь, можно несколько перераспределить электромагнитное поле «собрав» поля рассеивания. Это повышает к.п.д. индуктора. Магнитопроводники, как было указано, являются конфигураторами внешнего электромагнитного поля катушки и с их помощью оно концентрируется в нужных частях нагреваемой детали. Они могут замыкаться на деталь контактно или через воздушный зазор. Форма катушек может быть различна, так она должна соответствовать конфигурации нагреваемой детали или ее части. Схемы, рис. 4.16 и в, имеют несколько конструкторских решений по количеству и размещению катушек на одном магнитопроводе и форме магнитопроводников, а третья - по количеству таких магнитопроводников с катушками и размещению их вокруг детали.

Все эти типы индукторов не одинаково передают, а также распределяют электромагнитную энергию в деталь и, следовательно, могут создавать температурные поля. Они имеют различные предельно возможные КПД и соѕф, однако исходные параметры для расчета индукторов у всех типов одни – технологические требования по времени достигаемой заданной предельной температуры детали или ее части, и распределению температур по ее поверхности или сечению. В соответствии с распределением температур, как было показано ранее, можно рассчитывать удельную, и, значит, общую мощность индуктора.

На рис. 4.9 представлены схематически изображенные некоторые типы индукционных нагревателей с индукторами, охватывающими нагреваемое изделие. Они реализуют схему нагрева по рис. 4.1а и применяются в ТП сборки и разборки соединений.

Наиболее простые из них имеют один или два соленоидных индуктора без магнитопроводников (рис. 4.9 а, б, в). Они легче, чем с магнитопроводниками (рис.4.9 г, д е), но имеют большие поля рассеивания электромагнитной энергии, и поэтому худшие электрические параметры – электрический КПД и соѕф. Если в нагреве участвуют несколько индукторов (катушек), то они могут работать одновременно (соединение согласное с однофазным или трехфазным



Рис. 4.9. Схемы типовых индукторов, охватывающих деталь 1 - деталь, 2 - индуктор, 3 - магнитопроводник

включением), тогда это один секционный индуктор, или работать поочередно, тогда это независимые, например два индуктора (рис.4.9 б, е). Поочередная работа индукторов требуется для обеспечения равномерности нагрева сложнопрофильной детали. Обычно это нужно при нагреве под разборку. Например, в начале работает верхняя катушка (рис.4.9б) для нагрева более массивной части ступицы охватывающей детали, а потом включается нижняя, а верхняя может отключиться.

Ограничение в пространстве охвата осесимметричной детали катушкой прямой цилиндрической формы или нагрев плоских деталей компенсируется изменением формы, например рис.4.9г.

Индукторы изготавливают из медного провода, трубки или одного витка медной трубы (рис.4.9д). Трубка и труба позволяют осуществлять внутреннее

охлаждение индуктора воздухом под давлением или водой, что повышает его долговечность. Однако индуктор из трубки имеет большие габариты, чем из провода с тем же числом витков, за счет большего общего сечения при той же площади сечения по меди. Для одновиткового же индуктора необходим трансформатор, понижающий напряжение до 6-12В. Магнитопроводы изготавливают из листов трансформаторной стали или пермолоя.

Системы с охватывающим индуктором позволяют нагревать деталь (или часть детали) массой 100-150 кг за 3-5 мин, а детали с меньшей массой – еще быстрее. Их недостатком является небольшая универсальность – деталей одного при магнитопроводах нагрев типа, a сменных соответствующего профиля после переналадки – двух, трех типов. Это обусловлено тем, что увеличение зазора между индуктором и деталью резко ухудшает условия нагрева вследствие ослабления магнитного поля. охватывающего деталь, за счет снижения кольцевого эффекта, например, рис.5.9в. индуктора схеме Наиболее эффективны расположение по индукторы, повторяющие контур нагреваемой поверхности детали и с магнитопроводниками – они имеют высокие тепловой и электрический КПД и соѕф до 0,5. Однако катушки у них сильно нагреваются за счет теплопередачи от детали, поэтому при интенсивной периодической работе токопроводником индуктора должна быть охлаждаемая трубка.

Индукторы, реализующие вторую и третью схемы нагрева (рис.4.16, в) показаны на рис.4.10а, б. Они используются в технологиях сборки. Такие



Рис. 4.10. Схемы типовых индукторов на магнитопроводниках. 1-деталь; 2-индуктор; 3- обводной магнитопровод; 4- катушечный магнитопровод; 5- конусный (цилиндрический) сменный магнитопровод

индукционные нагреватели более универсальны, за счет подвижности концентрирующих электромагнитный поток магнитопроводов, и в них можно нагревать разнотипные детали, определенного диапазона размеров без переналадки. Наиболее универсален нагреватель с одним обводным магнитопроводом и двумя замыкающими на конусный или цилиндрический магнитопровод или, после его удаления, замыкающимися прямо на деталь (рис.4.10а). В этом случае он превращается в индуктор, работающий по схеме рис.4.1в. Он применяется для нагрева мелких и средних (до 30кг) деталей. Менее универсален индуктор для крупногабаритных деталей (рис.4.10б), он же и более сложен в переналадке, так как подвижными являются все магнитопроводники. Индукторы этих типов имеют одну замкнутую магнитную цепь с одной ветвью (рис.4.10а) или двумя (рис.4.10б).

Секционный индуктор (рис.4.10в) является разновидностью схемы нагрева рис.4.1б. Он может использоваться для ТП сборки и разборки. Нагреватель имеет несколько магнитных цепей (секций) замыкающихся на деталь, и также является сложным в переналадке. Секций может быть 3,6 (реже 9). Эти индукторы эффективны при нагреве под разборку соединений. Обычно это крупногабаритные соединения.

Преимуществом индукторов на магнитопроводниках, является то, что вследствие удаленности индуктора от нагреваемой детали, он не подвержен тепловому воздействию извне, что делает его более долговечным при тех же действующих в них величинах тока, что и в индукторах охватывающих деталь. Однако эффективность их более низкая, чем у нагревателей с охватывающими деталь индукторами, поскольку скорость нагрева в 1,5-1,8 раза меньше и соѕф обычно не более 0,35. Недостатком является также большая металлоемкость вследствие массивности магнитопроводящей системы. Преимуществом индукторов с несколькими катушками или секциями является возможность их трехфазного включения, что равномерно загружает силовую электросеть.

На основании анализа представленных, и возможных конструктивных вариантов рассмотренных индукторов для нагрева деталей под сборку и разборку соединений с натягом, произведена их конструкторскотехнологическую типизация (табл.4.1).

Таблица 4.1

Назначение	Тип индуктора	Характеристика индуктора		
		Индукционная система		Магнитная система
Для сборки и разборки	Охватывающий нагреваемую деталь или ее часть	многовитковая	Однокатушечная	Нет
			Многокатушечная	
			Однокатушечная	С магнитной
			Многокатушечная	системой
		одновитковая	Однокатушечная	Нет
			Многокатушечная	
			Однокатушечная	С магнитной системой
			Многокатушечная	
Для сборки	На магнии- топроводнике	многовитковая	Многокатушечная	Несколько магнитных
и разборки				ветвей
Для сборки	На	многовитковая	Однокатушечная	Одна магнитная ветвь
	магнитопроводни ке		Двухкатушечная	
			Двухкатушечная	Две магнитных ветви
Для сборки	Гибридный	многовитковая	Двухкатушечная	Одна магнитная ветвь

Назначение и характеристика индукторов

Как видно, предложенная типизация охватывает все представленные в работе схемы индукторов и может быть развита как по индукционной, так и по магнитной системам. Здесь, например, «Для сборки» тип индуктора «На магнитопроводнике» с индукционной системой «Многовитковая»,

«Двухкатушечная», с магнитной системой «Две магнитных ветви» это – схема по рис. 4.10б, а для «Для сборки и разборки», «На магнитопроводнике», «Многовитковая», «Многокатушечная» - рис.4.10в.

Индукторы, которые будут создаваться в соответствие с предложенной схемой нагрева рис.4.1г, по назначению, как отмечалось, для нагрева под сборку. В таблице 4.1 они описаны как имеющие тип индуктора «Гибридный», «Многовитковый», «Двухкатушечный», «Одна магнитная ветвь».

Рассматривая параметры индуктора можно разделить на геометрические и энергетические. Они тесно взаимосвязаны, поскольку зависят от геометрических размеров нагреваемого изделия. Энергетические параметры, как известно, определяют экономическую сторону нагрева.

К геометрическим параметрам индуктора относятся размеры катушки по проводникам (без изоляции), число витков и сечение проводника, сечение магнитопроводов (если они имеются). Энергетические параметры - питаемое индуктором напряжение, потребляемая мощность, КПД индуктора, ток в индукторе и сети, а также *cos* φ – отношение коэффициента активной мощности к общей потребляемой из сети. Так как теплофизические свойства металла нагреваемой детали соединения при низкотемпературном нагреве меняются незначительно, то энергетические параметры также меняются незначительно. Их можно считать неизменными (если, конечно, не изменять их принудительно с помощью системы управления).

При проектировании индукционного нагревателя, основными требованиями к индуктору любого типа является безопасность, надежность и экономичность в эксплуатации. Первым этапом является тепловой расчет, вторым расчет электрических и, как следствие, определение геометрических характеристик индуктора. Расчет выполняется на основе конструктивных данных изделия, а также значений максимально допустимой температуры и необходимой скорости нагрева. Два последних параметра определяют величину удельной мощности, генерируемой в нагреваемом объекте энергии, рассчитываемой в зависимости от количества требуемой теплоты.

Для конкретного выбора индуктора для нагрева под сборку или разборку

деталей соединений с натягом, следует в первую очередь рассматривать массогабаритные характеристики деталей по предложенным классификаторам деталей (табл.2.1) и соединений (табл.2.2). Здесь следует иметь ввиду, что для индукционных систем по схемам рис.4.1а отношение $D_u/D>1,6$ приводит к резкому падению *cos* φ , также как и увеличение размера детали по D больше, чем сечение катушечного магнитопровода для схемы рис.4.16. Для более точных рекомендаций будут выполнены экспериментальные исследования. Конечно, необходимо, учитывать условия и возможности производства (по площадям, возможной потребляемой мощности).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Создание конкурентоспособных технологий сборки и разборки изделий машиностроения для производства и ремонта требует разработки производительных, с высоким уровнем показателей качества, экологически чистых рабочих процессов и надежного, с малым энергопотреблением оборудования. Для изделий с соединениями с натягом это особенно актуально, так как в большинстве своем они ответственного назначения, и выход их из строя приводит к авариям.

Технологии, использующие тепловое воздействие на детали перед их сборкой и разборкой широко распространены, в том числе и для соединений с натягом. Но не всегда отвечают современному техническому уровню, поскольку нагрев ведется открытым пламенем или в промежуточной среде (масло, воздух). Имеющиеся разработки по применению индукционного нагрева и реализующего его оборудования в большинстве своем прикладные, так как разрабатываются с различных технологических позиций для процессов Это сборки И разборки. не позволяет создать высокоэффективные технологические процессы и оборудование.

Недостаток теоретических и экспериментальных исследований, не носящих системного характера, приводит к тому, что режимы нагрева при сборке и разборке назначают без учета энергозатрат, с производительностью ниже возможной, а иногда и с качеством получаемого изделия ниже достижимого.

Создание эффективных технологий и оборудования возможно только на основе выполнения широкого диапазона требований, которые могут быть удовлетворены новыми теоретическими и техническими решениями. Поэтому научно-технической проблемы производительных, решение создания экономичных технологий сборки и разборки соединений с натягом на основе низкотемпературного индукционного нагрева с использованием оборудования имеющего высокие технико-экономические показатели, состояло в том, что рассмотрев технические, технологические и экономические аспекты, была предложена организационно-техническая И технологическая концепции.

Первая состоит в создании унифицированных технологий, и как следствие – нагревателей типизированных индукционных общего И специального назначения. Вторая заключается в повышении качества операции нагрева при минимизации расходуемой тепловой энергии за счет распределения мощности по контуру детали и периодичности ее воздействия, а так же компенсации реактивной составляющей мощности. Следствием второй концепции является индукционно-нагревательного оборудования с создание управляемым В пространстве и времени электромагнитным полем с высоким электрическим КПД.

Разработка принципов, которые следуют из указанных концепций, и связанные С ними теоретические и экспериментальные исследования, теоретические основы построения унифицированных позволили создать высокоэффективных технологий сборки и разборки соединений с натягом при низкотемпературном индукционном нагреве И надежного с малым энергопотреблением нагревательного оборудования с управлением мощностью.

Предложенные принципиальные технологические и технические решения являются общими для сборочного и ремонтного производств, что дает возможность проектировать эффективные технологии на основе унификации, и экономичное индукционно-нагревательное оборудование на основе типизации.

Выполненные технологические и опытно-конструкторские разработки по созданию оборудования для индукционного нагрева, сборки и разборки сборочных единиц с соединениями с натягом, позволяют дать следующие рекомендации по созданию технологических систем такого назначения.

В зависимости от положения оси в сборочном или разборочном оборудовании изделия, ТС может быть вертикального или горизонтального исполнения. Преимущества ТС вертикального исполнения - меньшая занимаемая площадь и использование силы гравитации для выполнения собственно процесса сборки или разборки. ТС горизонтального исполнения следует создавать, если изделие имеет большую длину или охватывающие детали менее массивные, чем охватываемые. Оборудование должно быть большой построено принципу. Для по модульному систем с

универсальностью это, обязательно, поскольку индуктор у них обычно сменный.

В общем случае набор модулей TC должен быть следующим: модуль нагрева; модуль управления; модуль контроля; энергетический модуль и силовой модуль, состоящий из двух блоков-привода и исполнительного механизма силового модуля. TC имеет рамную конструкцию для размещения всех остальных модулей и привода силового модуля.



Структурная схема ТС изделий

На рисунке приведена принципиальная структурная схема такой TC, построенной по модульному принципу. На ней жирными стрелками показаны энергетические потоки, а тонкими- информационные. П и ИМ это- привод и исполнительный механизм силового блока C. Энергетический поток от ИМ – это силовое воздействие на элемент изделия.

Модуль нагрева (H) - это постоянный или заменяемый индуктор со сменяемой или универсальной магнитопроводящей системой. Он сопрягается с энергетическим модулем (ЭН), который при необходимости решает задачу регулирования мощности и обеспечивает высокий. Модуль контроля (К) в простейшем случае состоит из блока контроля времени нагрева, который отключает индуктор после выполнения операции. Если TC предназначен для работы с ответственными изделиями, то модуль контроля должен имеет не только блок контроля времени, но и блоки контроля других параметров процесса (например, усилия сборки или разборки), или параметров элементов

изделия (например, натяга, массы). Работает он с измерительными блоками модуля Н, например блоком измерения температуры (БТ) и блоком измерения силы тока (БА). Модуль К, естественно, связан с модулем управления (УВ). Модуль управления выполняется по одной из ранее предложенных (жесткой или гибкой) схем. Он может иметь блок памяти, в котором находится консервативная информация о режимах нагрева, сборки или разборки, и блок оперативной информации и решающий блок.

По представлениям автора могут быть следующие типы модульных TC: наиболее сложный - горизонтального исполнения с полным набором модулей; средней сложности - вертикального исполнения без силового модуля; простейший - без силового и контрольного модуля, вертикального исполнения.

Последний тип TC имеет только реле времени, настроенное на отключение энергетического блока по максимальному времени сборки или разборки.

В качестве основных направлений развития техники для индукционного нагрева деталей под сборку и разборку соединений с натягом можно рекомендовать следующие: 1) универсализация по типам изделий за счет управления распределением мощности нагрева в пространстве; 2) снижение энергопотребления путем уменьшения полей рассеивания электромагнитной энергии за счет оптимизации конструкции индуктора; 3) повышение соѕф до 1 за счет использования управляемых компенсационных систем.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Андреев А.Г. К расчету термоупругого состояния колец // Вестник ХПИ. № 58, вып. 1, 1971.
- Андреев А.Г., Багацкая Г.Н., Галета В.О., Щепкин А.В. Исследование напряженно-деформированного состояния колеса тепловоза ТУ-7 при торможении // Отчет по х/т 21674, д.с. 986, N гос. регистрации 80052977, ВИНИТИ N 0282.0062729, Харьков, 1982. – 149 с.
- Андреев А.Г., Лисогор Л.М. К расчету на прочность трапецеидальных колец // Подъемно-транспортное оборудование. – Вып. 6. – «Техніка», 1975.
- Андреев А.Г., Резниченко Н.К. Напряженно-деформированное состояние составных осесимметричных конструкций, собираемых с натягом при использовании нагрева. // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". -Харків: НТУ «ХПІ». -2005.-№47. -С. 3-8.
- А.Г.Андреев, Н.К. Резниченко, О.В. Щепкин. Оптимизация нагрева при разборки деталей. // Вісник Національного технічного університету «ХПІ».-Харків: НТУ «ХПІ». - 2006. - №32 – С. 3-8.
- Андреев А.Г., Щепкин А.В. Оптимизация технологических нагревов бандажного колеса при сборке колесной пары тепловоза // Інформація по 2-й міжнародній науково-технічній конференції «Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве» Вісник інженерної академії України, Київ, 2000. – С. 415-418
- Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М.: Высш. школа, 1961. – 537с.
- Беляев Ю.К. Вероятностные методы выборочного контроля. М.: Наука, 1975.-408с.
- Берковский Б.М., Ноготов Е.Ф. Разностные методы исследования задач теплообмена. – Минск: Наука и техника, 1976. – 144 с
- Биргер И.А. Расчет колец на прочность и колебания //ЦИАМ им. Баранова. Труды № 304. – Оборонгиз, 1957
- 11. Болотин В.В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности

в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1971. - 324с

- 12.Бородюк В.Л., Лецкий Э.К. Статистическое описание промышленных объектов. М.: Энергия, 1971. 111с.
- 13. Боярский Э.А. Порядковые статистики. М.: Статистика, 1972. 120с.
- 14. Вайнберг А.М. Индукционные плавильные печи. М.: Энергия, 1967. 414с.
- 15.Вигак В.М. Управление температурными напряжениями и перемещениями. Киев.: Наук. думка, 1988. – 312с.
- 16.Вигак В.М., Ясинский А.В. Оптимизация осесимметричных термоупругих напряжений и перемещений круглой пластины // Докл. АН.УССР. – Сер.А. – 1985. - № 12. – С. 24-26.
- 17. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1967. 575 с.
- 18. Гилл Ф., Мюррей У. Численные методы условий оптимизации. М.: Мир, 1977. – 290 с.
- 19. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. К.: Вища школа, 1979. 408с.
- 20. Гумбелъ Э. Статистика экстремальных значений: Пер. с англ. М.: Мир, 1965.
 -450с.
- 21. Гаскафов Д.В., Шаповалов В.И. Малая выборка: М., Статистика, 1987. 248с.
- 22. Дука А.К., Резниченко Н.К. Нелинейная модель теплового режима сборки и разборки соединений с натягом.// Вісник Національного технічного університету "ХПІ". -Харків: НТУ «ХПІ». 2005. №23– С. 89-95.
- 23. Дэйвид Г. Порядковые статистики. М.: Наука, 1979. 336 с.
- 24. Ильенкова С.Д. Управление качеством. М.: "Банки и биржи", ЮНИТИ, 1998. 199 с.
- 25. Карманов В.Г. Математическое прогнозирование. –М.:Наука, 1975. 272с.
- 26. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 326с.
- 27. Коваленко А.Д., Григоренко Я.М., Лобкова Н.А. Расчет конических оболочек линейно-переменной толщины. Киев, изд-во АН УССР, 1961. 328 с.
- 28. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. школа, 1967. 599 с.
- 29. Миллер В.С. Контактный теплообмен в элементах высокотемпературных машин. Киев: Наукова думка, 1966. 164 с.

- 30. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977. -343 с.
- 31. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576с.
- 32. Арпентьев Б.М., Зильбер А.Г. Типизация технологических процессов сборки с термовоздействием на основе технологического классификатора соединений // Стандарты и качество. – 1988. - № 11. - С. 33 – 34.
- 33. Арпентьев Б.М., Зильбер А.Г. Автоматизированное проектирование технологических процессов сборки с нагревом на базе технологического классификатора // Стандарты и качество. – 1989. - № 7. – С. 60-62.
 - 34. Арпентьев Б.М., Чепурко И.П. Компоновка станков для сборки с использованием термовоздействия // Тез. докл. межд. науч.-техн. конф.: «Прогрессивная техника и технологии машиностроения». – Донецк: ДГТУ. – 1995. – С. 12-13.
 - 35. Арпентьєв Б.М., Резниченко Н.К., Дука А.К. Спосіб визначення теплової провідності контакту з'єднань з натягом. // Деклараційний патент на корисну модель №10972 від 15.12.05р. бюл. №12.
 - 36. Арпентьев Б.М., Дука А.К., Куцын А.Н. Новый метод определения составляющих тепловой проводимости. // Сб. науч. тр. ХИСП. - 1997. - С. 169-177.
 - 37. Арпентьев Б.М., Резниченко Н.К., Созонов Ю.И. Надежность изделий при случайных пиковых нагрузках. //Вісті АІНУ. Машинобудування і прогресивні технології. -2005. -№ 3(26). -С. 71-74.
 - 38. Арпентьєв Б.М., Резниченко Н.К. Параметрические показатели качества изделий. //Современные проблемы подготовки производства, заготовительного производства, обработки, сборки и ремонта в промышленности и на транспорте: Материалы 7-го Международного научно-технического семинара. г. Свалява. Киев: АТМ Украины, -2007. С.5-9.
 - 39. Андреев Г.Я., Арпентьев Б.М., Кокшенев Б.Г. Тепловая разборка соединений с натягом // Технология и организация производства. 1972. № 1. С. 96 99.

Наукове видання

Резніченко Микола Кирилович

ЯКІСТЬ ТА ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ В ПРОЦЕСАХ СКЛАДАННЯ ТА РОЗБИРАННЯ З'ЄДНАНЬ ІНДУКЦІЙНИМ НАГРІВОМ

Монографія

Науковий редактор Технічний редактор Коректор Б.М. Арпентьєв Ю.М. Добровенський В.М. Грібініченко

Підписано до друку 01.10. 2009 р. Форма 60х64/16. Папір 80 г/м². Гарнітура Times New Roman. Умов. друк. арк. 11,25 Тираж 300 екз.

Видавництво «НТМТ» Свідоцтво про Державну реєстрацію ДК № 1748 від 15.04. 2004 р. 61072. м. Харків, пр. Леніна, 58, к. 106.

Надруковано в типографії ООО «Современная печать» м. Харків, вул. Лермонтовська, 27 Тел. (057) 752-47-90