

Хурдей Є. Л.

ЗАСТОСУВАННЯ ФОРМУЛИ РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ВИГЛЯДУ $y''(x) + k^2 y(x) = f(x)$ З КУСКОВОЮ ПРАВОЮ ЧАСТИНОЮ

Розглянемо диференціальне рівняння $y''(x) + k^2 y(x) = f(x)$ із заданими граничними умовами:

$$y(0) = 1,$$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

де $k=1$ і $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 1 \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$.

Використаємо формулу

$$y(x) = \bar{y}_1(x_1 + Q_l(x, x_1)) - \bar{y}_1(x_1) + c_1^0 y_1^o(x) + c_2^0 y_1^o(x) + \sum_{i=2}^{n-1} \bar{y}_i(x_{i-1} + P(x, x_{i-1}, x_i - x_{i-1})) +$$

$$+ \bar{y}_n(x_{n-1} + Q(x, x_{n-1})) - \sum_{i=1}^{n-1} (c_1^i y_1^o(x_{i-1} + Q(x, x_{i-1})) + c_2^i y_2^o(x_{i-1} + Q(x, x_{i-1})) + \bar{y}_i(x_i))$$

Підставимо граничні умови в дану формулу і отримаємо систему рівнянь відносно c_1^0 і c_2^0 . Розв'язавши отриману систему, знаходимо:

$$c_1^0 = 1$$

$$c_2^0 = \sin(1)$$

Отже, отримуємо формулу для розв'язку даної граничної задачі:

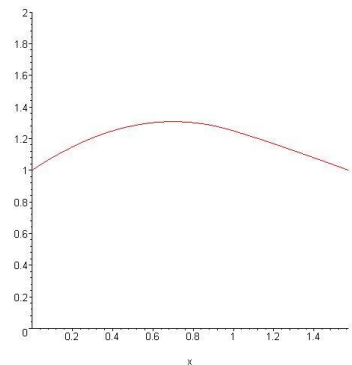


Рис. 1

$$y(x) = 1 + \cos x + \sin 1 \left(\sin x - \sin\left(\frac{1+x+|x-1|}{2}\right) \right) - \cos 1 \cos\left(\frac{1+x+|x-1|}{2}\right)$$

Графік розв'язку матиме такий вигляд рис. 1.

Розв'яжемо дану задачу за допомогою вбудованої функції **piecewise**.

Отже, розв'язок матиме вигляд:

$$y(x) = \begin{cases} \sin(x) \sin(1) + \cos(x) & x < 1 \\ \sin(x) \sin(1) + \cos(x) + 1 - \cos(x-1) & 1 \leq x \end{cases}$$

а графік співпадатиме з вище представленим.

Література:

1. Єгоров А. І. Звичайні диференціальні рівняння з додатками. - 2-ге вид., Випр. - М.: ФІЗМАТЛІТ, 2005. - с. 384
2. Карташов А. П., Різдяний Б.Л. Звичайні диференціальні рівняння та основи варіаційного обчислення. - М.: Наука, 1979. - с. 288