

Хурдей Є. Л.

МОДЕЛЬ РУХУ ОДНОВИМІРНОГО ОСЦИЛЯТОРА ПІД ДІЄЮ КУСКОВО-СТАЛОЇ ЗОВНІШНЬОЇ СИЛИ

Побудуємо модель руху одновимірного осцилятора під дією кусково-сталої зовнішньої сили $f(t) = \begin{cases} 0, t < t_1 \\ 1, t \geq t_1 \end{cases}$.

Математичною моделлю даної задачі є диференціальне рівняння 2-го порядку $y''(t) + k^2 y(t) = f(t)$ де функція $f(t)$ – кусково-стала функція, яка має вигляд

$$f(t) = \begin{cases} 0, t < t_1 \\ 1, t \geq t_1 \end{cases} \text{ і накладені умови: } y(0) = a; y'(0) = b.$$

Використаємо формулу

$$y(x) = \bar{y}_1(x_1 + Q_l(x, x_1)) - \bar{y}_1(x_1) + c_1^0 y_1^o(x) + c_2^0 y_1^o(x) + \sum_{i=2}^{n-1} \bar{y}_i(x_{i-1} + \Pi(x, x_{i-1}, x_i - x_{i-1})) + \\ + \bar{y}_n(x_{n-1} + Q(x, x_{n-1})) - \sum_{i=1}^{n-1} (c_1^i y_1^o(x_{i-1} + Q(x, x_{i-1})) + c_2^i y_2^o(x_{i-1} + Q(x, x_{i-1})) + \bar{y}_i(x_i))$$

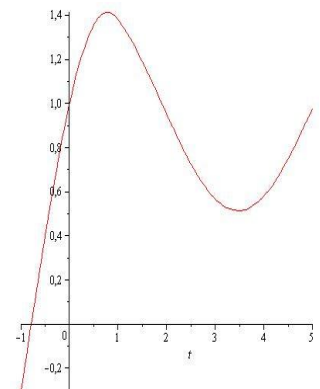
Отримаємо, що розв'язок матиме такий вигляд:

$$a \cos(kx) + \frac{b \sin kx}{k} - \frac{\sin(\frac{k}{2}(1+x+|x-1|)) \sin(k)}{k^2} - \frac{\cos(\frac{k}{2}(1+x+|x-1|)) \cos(k)}{k^2} + \frac{1}{k^2}$$

Нехай $t_1=1; a=1; b=1; k=1$,

то маємо таку формулу:

$$\cos x + \sin x - \sin(\frac{1}{2}(1+x+|x-1|)) \sin(1) - \cos(\frac{1}{2}(1+x+|x-1|)) \cos(1) + 1$$



На рис.1 представлений графік розв'язку.

Рис. 1

Література:

1. Філіппов А. Ф. Диференціальні рівняння з розривною правою частиною. - М.: Наука. Головна редакція фізико-математичної літератури, 1985. - С.224.

2. Єгоров А. І. Звичайні диференціальні рівняння з додатками. - 2-ге вид., Випр. - М.: ФІЗМАТЛІТ, 2005. - с. 384

3. І.П. Гаврилюк, В.Л. Макаров. Методи обчислень. У 2-х т. - К.: Вища школа, 1995.

Т.1. - 367 с.

4. І.П. Гаврилюк, В.Л. Макаров. Методи обчислень. У 2-х т. - К.: Вища школа, 1995.