Хурдей Є. Л.

ЗАСТОСУВАННЯ ФОРМУЛИ РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ВИГЛЯДУ $y''(x)+k^2y(x)=f(x)$ З КУСКОВОЮ ПРАВОЮ ЧАСТИНОЮ

Розглянемо диференціальне рівняння $y''(x)+k^2y(x)=f(x)$ із заданими граничними умовами:

$$y(0)=1,$$
$$y(\frac{\pi}{2})=1$$

де $k=1$ і $f(x)=\begin{cases}1, x<1\\0, x\geq 1\end{cases}$.

Використаємо формулу

$$y(x)=\bar{y}_1(x_1+Q_l(x,x_1))-\bar{y}_1(x_1)+c_1^0y_1^o(x)+c_2^0y_1^o(x)+\sum_{i=2}^{n-1}\bar{y}_i(x_{i-1}+\Pi(x,x_{i-1},x_i-x_{i-1}))+$$
$$+\bar{y}_n(x_{n-1}+Q(x,x_{n-1})-\sum_{i=1}^{n-1}(c_1^iy_1^o(x_{i-1}+Q(x,x_{i-1}))+c_2^iy_2^o(x_{i-1}+Q(x,x_{i-1}))+\bar{y}_i(x_i)))$$

Підставимо граничні умови в дану формулу і отримаємо систему рівнянь відносно c_1^0 і c_2^2. Розв'язавши отриману систему, знаходимо:

$$c_1^0=1$$
$$c_2^0=\sin(1)$$

Отже, отримуємо формулу для розв'язку даної граничної задачі:

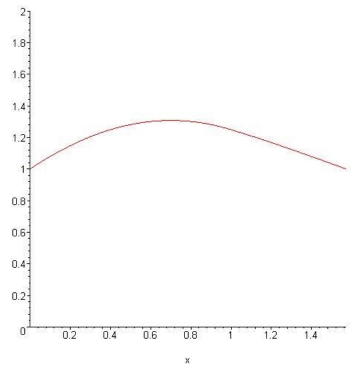

Рис. 1

$$y(x)=1+\cos x+\sin 1(\sin x-\sin(\frac{1+x+|x-1|}{2}))-\cos 1\cos(\frac{1+x+|x-1|}{2})$$

Графік розв'язку матиме такий вигляд рис. 1.

Розв'яжемо дану завдачу за допомогою вбудованої функції **piecewise.**

Отже,розв'язок матиме вигляд:

$$y(x)=\begin{cases}\sin(x)\sin(1)+\cos(x) & x<1\\ \sin(x)\sin(1)+\cos(x)+1-\cos(x-1) & 1\leq x\end{cases}$$

а графік співпадатиме з вище представленим.

Література:

1. Єгоров А. І. Звичайні диференціальні рівняння з додатками. - 2-ге вид., Випр. - М.: ФІЗМАТЛІТ, 2005. - с. 384

2. Карташов А. П., Різдвяний Б.Л. Звичайні диференціальні рівняння та основи варіаційного обчислення. - М.: Наука, 1979. - с. 288