

Хурдей Є. Л., Іванов В. В.

ФОРМУЛА ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ІЗ ЗАДАНИМИ ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ

Нехай маємо неоднорідне диференціальне рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами: $y''(x) + \alpha y'(x) + \beta y(x) = f(x)$ (1), та заданими граничними умовами:

$$\begin{aligned}y(x_0) &= A, \\y(x_n) &= B\end{aligned}$$

(2)

Користуючись формулою

$$\begin{aligned}y(x) &= \bar{y}_1(x_1 + Q_l(x, x_1)) - \bar{y}_1(x_1) + c_1^0 y_1^o(x) + c_2^0 y_1^o(x) + \sum_{i=2}^{n-1} \bar{y}_i(x_{i-1} + \Pi(x, x_{i-1}, x_i - x_{i-1})) + \\&+ \bar{y}_n(x_{n-1} + Q(x, x_{n-1})) - \sum_{i=1}^{n-1} (c_1^i y_1^o(x_{i-1} + Q(x, x_{i-1})) + c_2^i y_2^o(x_{i-1} + Q(x, x_{i-1})) + \bar{y}_i(x_i))\end{aligned}$$

(3)

для розв'язку задачі (1) з заданими граничними умовами (2). Для цього нам потрібно знайти коефіцієнти c_1^0, c_2^0 . Підставивши дані (2) у формулу (3), отримаємо систему

$$\begin{aligned}A &= \bar{y}_1(x_0) - \bar{y}_1(x_1) + c_1^0 y_1^o(x_0) + c_2^0 y_1^o(x_0) + \sum_{i=2}^{n-1} \bar{y}_i(x_{i-1} + \Pi(x_0, x_{i-1}, x_i - x_{i-1})) + \bar{y}_n(x_{n-1}) - \\&- \sum_{i=1}^{n-1} (c_1^i y_1^o(x_{i-1} + Q(x_0, x_{i-1})) + c_2^i y_2^o(x_{i-1} + Q(x_0, x_{i-1})) + \bar{y}_i(x_i))\end{aligned}$$

відносно c_1^0, c_2^0 .

(4)

$$\begin{aligned}B &= c_1^0 y_1^o(x_n) + c_2^0 y_1^o(x_n) + \sum_{i=2}^{n-1} \bar{y}_i(x_{i-1} + \Pi(x_n, x_{i-1}, x_i - x_{i-1})) + \bar{y}_n(x_n) - \sum_{i=1}^{n-1} (c_1^i y_1^o(x_{i-1} + Q(x_n, x_{i-1})) + \\&+ c_2^i y_2^o(x_{i-1} + Q(x_n, x_{i-1})) + \bar{y}_i(x_i))\end{aligned}$$

(5)

Розв'язуємо систему (4)-(5) і підставляємо знайдені c_1^0, c_2^0 в (3). Це і буде розв'язком (1) з граничними умовами (2).

Література:

1. Карташов А. П., Різдвайний Б.Л. Звичайні диференціальні рівняння та основи варіаційного обчислення. - М.: Наука, 1979. - с. 288

2. Матвеев Н. М. Дифференціальні рівняння: навчальний посібник для вузів. - 4-те вид., Дод. - Мінськ: Вища школа, 1976. - с. 366

3. Сансон Дж. Звичайні дифференціальні рівняння. Том 3. - М.: Видавництво іноземної літератури, 1954. - с. 415

4. Лур'є О. І. Операційне обчислення та його застосування до завдань механіки. - М.: Державне видавництво техніко-теоретичної літератури, 1951. - с. 432