Зінчук А. О.

ФОРМУЛИ РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ 2-ГО ПОРЯДКУ З КУСКОВОЮ ПРАВОЮ ЧАСТИНОЮ

У природі існує багато фізичних систем із стрибкоподібно змінюваними параметрами або зовнішнім впливом. Для деяких із них природною математичною моделлю є лінійні неоднорідні диференціальні рівняння з правими частинами, що є кусково – неперервними функціями. Для вирішення таких рівнянь відомо кілька класичних методів. Розглянемо формулу, за допомогою якої можна записати одним виразом рішення неоднорідного лінійного диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами та кусеовою правою частиною.

Неоднорідне диференціальне рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами:

$$y''(x) + \alpha y'(x) + \beta y(x) = f(x), \tag{1}$$

та заданими початковими умовами:

$$\begin{aligned} y(x_0) &= a, \\ y'(x_0) &= b \end{aligned} \tag{2}$$

де $f(x)$ - кусково-неперервна і представлена у вигляді

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), x < x_1 \\ f_2(x), x_1 \le x < x_2 \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x), x \ge x_{n-1} \end{cases},$$

а $f_i(x)$ такі, що задовольняють теоремі існування і єдності задачі Коші.

$y_1(x)$ - рішення $y''(x) + \alpha y'(x) + \beta y(x) = f_1(x)$,

$$\begin{aligned} y_1(x_0) &= a \\ y_1'(x_0) &= b \end{aligned},$$

а $y_i(x)$ - рішення відповідно $y''(x) + \alpha y'(x) + \beta y(x) = f_i(x) - f_{i-1}(x)$,

$$\begin{aligned} y_i(x_{i-1}) &= 0 \\ y_i'(x_{i-1}) &= 0 \end{aligned}$$

Тоді, $y(x)$, що має вигляд $y(x) = y_1(x) + \sum_{i=2}^{n} y_i(x_{i-1} + Q(x, x_{i-1}))$ є рішенням (1),(2).

Роботу виконано під керівництвом асистента каф. ІКТіМ Хурдей Є.Л.