

Першина Ю.І.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ ВНУТРІШНЬОЇ СТРУКТУРИ ТРИВИМІРНОГО ТІЛА ЗА ДОПОМОГОЮ ОПЕРТОРІВ МІШАНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ.

Розглядається задача відновлення коефіцієнта поглинання всередині тривимірного об'єкту, що змінюється з часом, за його томограмами, що лежать на системі трьох груп паралельних площин, які не обов'язково є перпендикулярними координатним осям. Крім того, вперше будується чотиривимірна математична модель тривимірного тіла з використанням томограм, що лежать на системі площин, кожна з яких не обов'язково перетинається з усіма іншими.

Нехай скалярнозначна функція $f(x, y, z, t)$ описує деяку фізичну характеристику внутрішньої структури (наприклад, щільність, коефіцієнт поглинання тощо). Джерелом інформації про функцію $f(x, y, z, t)$, тобто про динамічну внутрішню структуру тривимірного тіла, будемо вважати набір площин $\Pi_p: \omega_p(x, y, z) = a_{p1}x + a_{p2}y + a_{p3}z - \gamma_p = 0, p = \overline{1, s}$, а також набір томограм, які лежать на цих площинах, в конкретні моменти часу. Для подальшого викладення нам необхідно сформулювати деякі твердження.

Визначення 1. Слідом функції $f(x, y, z, t_k)$ в момент часу $t_k, k = \overline{1, n}$ на площині $\Pi_p: \omega_p(x, y, z) = 0$ будемо називати функцію двох змінних $\varphi_{k,p}(x, y)$ або $\varphi_{k,p}(x, z)$ або $\varphi_{k,p}(y, z)$, яка в кожній точці цієї площини Π_p приймає такі ж значення, що і функція $f(x, y, z, t_k): f_k(x, y, z)|_{\Pi_p} = \varphi_{k,p}(u, v), k = \overline{1, n}, p = \overline{1, s}$

Мішана апроксимація функцій $n(n \geq 2)$ змінних будується за допомогою операторів, кожен з яких діє на одну змінну, але не є оператором інтерполяції за цією змінною. Отримувані в результаті оператори апроксимації є значно точнішими порівняно з класичними операторами апроксимації.

Оператори апроксимації в момент часу t_k будемо будувати у вигляді операторів мішаної апроксимації

$$Of(x, y, z, t_k) = (L1 + L2 + L3 - L1L2 - L1L3 - L2L3 + L1L2L3)f(x, y, z, t_k)$$

де $L1, L2, L3$ – оператори Фур'є, Фейєра, Валле-Пуссена, Бернштейна тощо, що діють на функцію $f(x, y, z)$ як на функцію однієї змінної (відповідно x, y або z). Оператори $L1, L2, L3$ діють на функцію $f(x, y, z)$ за змінними x, y, z відповідно.

В роботі доведені теореми про похибку наближення та проведений обчислювальний експеримент для відновлення внутрішньої структури серця людини, яке змінюється з часом, в системі MathCad.

В якості експериментальних даних були взяті

1. $n = 25$ моментів часу;
2. $s = 9$ паралельних зрізів серця площинами, перпендикулярними вісі Ox (метод дозволяє використовувати наряду з даними томограми також томограми, що лежать в інших перетинах, не перпендикулярних вісі Ox);
3. томограми серця, які лежать на $s = 9$ заданих площинах, в кожні з 25 моментів часу.