Першина Ю.І., Михайловський В.С.

АЛГОРИТМ ЗНАХОДЖЕННЯ ЛІНІЙ ε-РОЗРИВУ ФУНКЦІЇ ДВОХ ЗМІННИХ

В роботі наводиться алгоритм чисельної реалізації методу знаходження ліній ε-розриву першого роду білінійної функції двох змінних, наближуючи її розривним інтерполяційним чи апроксимаційним лінійним сплайном.

Нехай в області $D=[0,1]^2$ задана розривна функція $f(x,y)$ та задане деяке розбиття на елементи (прямокутники) $\Pi_{i,j}=[x_i,x_{i+1}]\times[y_j,y_{j+1}]$, $0=x_1<x_2<...<x_m=1,\ 0=y_1<y_2<...<y_n=1$. Причому розташування ліній розриву функції $f(x,y)$ невідоме. В якості експериментальних даних будемо використовувати скінченну кількість інтерполяційних односторонніх значень розривної функції $f(x,y)$ у кутах заданої прямокутної сітки. Тобто в якості вхідних даних виступає матриця значень $C_{p,l}$, $p=\overline{1,n\cdot m},\ l=\overline{1,4}$ розривної функції $f(x,y)$, де p – номер прямокутного елемента, що розглядаєьтся.

Викладемо алгоритм знаходження ліній ε-розриву покроково.

Крок 1. Будуємо розривний апроксимаційний сплайн [1] на заданих вузлах $(x_i,y_j),\ i=\overline{1,n-1},\ j=\overline{1,m-1}$ з параметрами $C_{k,l}$, $k=\overline{1,(m-1)\cdot(n-1)},\quad l=\overline{1,4}$. Знаходимо матрицю невідомих коефіцієнтів сплайна, обчислюючи функціонал.

Крок 2. Знаходимо інтервали, на яких $\int\limits_{x_k}^{x_{k+1}}\int\limits_{y_l}^{y_{l+1}}(f(u,v)-S(u,v))^2dt\neq 0,\ k,l=\overline{1,n-1}$. Обчислюємо довжину інтервалів $d_k=x_{k+1}-x_k$, $g_l=y_{l+1}-y_l$. Якщо $d_k<2\varepsilon$, $g_l<2\varepsilon$, то інтервали $(x_k,x_{k+1})\times\left(y_l,y_{l+1}\right)$ є ε-прямокутником точок розриву (ε-розрив) і ітераційний процес закінчено. Якщо ці умови не виконуються, то знайдені прямокутні елементи ділимо на чотири частини, якщо не виконується одна з цих нерівностей, то прямокутний елемент ділимо на 2 частини. Інші інтеграли дорівнюють нулю, оскільки $f(x)$ є кусково-лінійною функцією. Отримаємо новий набір вузлів. І повторюємо крок 1.

Крок 3. В якості вузлів розривного сплайну обираємо кутові точки області визначення розривної функції та точки ε-розриву $(x_m,y_z),\ m=\overline{1,M},\ z=\overline{1,Z}$, враховуючи $C_{m,z}^{\pm,\pm}=f(x_m\pm\varepsilon,y_z\pm\varepsilon),\ m=\overline{1,M},\ z=\overline{1,Z}$. Сукупність знайдених точок ε-розриву створюють лінії ε-розриву.

Зауваження. Прямокутні елементи, на які розбивається область визначення розривної функції можуть мати довільно малі висоти і довжини, тобто можуть вироджуватися в лінії (одновимірний випадок).

В роботі викладено модифікований алгоритм виявлення ліній розриву функції двох змінних, яка не є білінійною, використовуючи розривний апроксимаційний білінійний сплайн. Оскільки наближувати її будемо білійним розривним сплайном, то окрім значення ε, знадобиться точність наближення δ.

1. Сергієнко І.В. Теорія розривних сплайнів та її застосування в комп'ютерній томографії: монографія / І.В.Сергієнко, В.К. Задірака, О.М.Литвин, Ю.І. Першина – К. : Наук. думка, 2017. – 314 с.