УДК 621.001:519.2:006

РАЗМЕРНЫЙ РАСЧЕТ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ МЕТОДОМ ВЕРОЯТНОСТНОГО СУММИРОВАНИЯ

©Черкашина О. С., Трищ Г. М.

Українська інженерно-педагогічна академія

Інформація про авторів:

Черкашина Ольга Сергіївна: ORCID: 0000-0002-5564-5100; старший викладач кафедри охорони праці, стандартизації та сертифікації; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Тріщ Галина Михайлівна: ORCID: 0000-0002-0012-4689; trich@ukr.net; кандидат технічних наук; докторант кафедри охорони праці, стандартизації та сертифікації; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

В работе рассмотрены вопросы применения несмещенных статистических оценок для расчета сборочных размерных цепей при проектировании изделий машиностроения. Проведен анализ использования несмещенных статистических оценок при определении коэффициента относительного рассеивания в расчете сборочных размерных цепей методом вероятностного суммирования. Выполнен расчет сборочной размерной цепи редуктора с определением допуска замыкающего звена, номинальных размеров и предельных отклонений составляющих звеньев с использованием четырех коэффициентов относительного среднеквадратического отклонения. В результате исследований, показано, что точность замыкающего звена выше при использовании первых двух коэффициентов относительного среднеквадратического отклонения. При использовании третьего и четвертого коэффициентов точность замыкающего звена ниже.

Ключевые слова: размерная цепь, погрешность, замыкающее звено, закон распределения, коэффициент относительного рассеивания, коэффициент относительной асимметрии, оценка поля рассеивания.

Черкашина О.С., Тріщ Г.М. «Розмірний розрахунок при проектуванні виробів машинобудування методом імовірного складання».

В роботі розглянуті питання застосування незміщених статистичних оцінок для розрахунку складальних розмірних ланцюгів при проектуванні виробів машинобудування. Проведено аналіз використання незміщених статистичних оцінок при визначені коефіцієнта відносного розсіювання у розрахунку складальних розмірних ланцюгів методом імовірного складання. Виконано розрахунок складального розмірного ланцюга редуктора з визначенням допуску замикаючої ланки, номінальних розмірів і граничних відхилень складових ланок з використанням чотирьох коефіцієнта відносного середньоквадратичного відхилення. В результаті досліджень, показано, що точність замикаючої ланки вище при використанні перших двох коефіцієнтів відносного середньоквадратичного відхилення. При використанні третього і четвертого коефіцієнтів точність замикаючої ланки нижче.

Ключові слова: розмірний ланцюг, похибка, замикаюча ланка, закон розподілу, коефіцієнт відносного розсіювання, коефіцієнт відносної асиметрії, оцінка поля розсіювання.

Cherkashina O., Trishch G. "Dimensional calculation in the design of engineering products by the method of probability summation".

The paper discusses the application of unbiased statistical estimates for the calculation of assembly dimensional chains in the design of engineering products. The analysis of the use of unbiased statistical estimates in determining the coefficient of relative dispersion in the calculation of assembly dimensional chains by the method of probability summation is carried out. The assembly dimension chain was calculated with the determination of the tolerance the closing link, the nominal dimensions and the limiting deviations of the component links using the coefficient of relative standard deviation. As a result of the research, it is shown that the accuracy of the closing link is higher when using the first two coefficients of the relative standard deviation. When using the third and fourth coefficients, the accuracy of the closing link is lower.

Key words: dimensional chain, error, closing link, distribution law, coefficient of relative dispersion, coefficient of relative asymmetry, estimation of dispersion field.

1. Введение

В настоящее время большое значение приобретает проблема качества изделий. Обеспечение высокого качества и надежности современных технических устройств возможно с расчетным обоснованием точности проектируемого объекта, точности изготовления комплектующих и их сборки. Выполнение размерных расчетов при проектировании изделий машиностроения необходимо для достижения высокой точности сопряжений, осуществления их точного регулирования и наладки.

Одним из средств достижения требуемого уровня точности производства изделий машиностроения является осуществление расчета и анализа сборочных размерных цепей.

2. Анализ исследований и постановка задачи

В последние годы широкое распространение получил вероятностный метод расчета сборочных размерных цепей. Данный метод является более точным, так как ведет объективный учет закономерностей распределения размеров деталей и закономерностей суммирования погрешностей составляющих звеньев. Вероятностный метод дает допуски составляющих звеньев размерной цепи без излишних запасов, в результате чего обработка деталей будет более экономичной. Но для этого применяют знание закона распределения.

В одной из теорем теории вероятностей доказано, что если случайная величина представляет собой сумму большого числа взаимно независимых случайных слагаемых, среди которых нет резко доминирующих по своей величине, то независимо от того, каким законам распределения подчиняются слагаемые, сумма всегда будет иметь распределение, близкое к нормальному, и тем точнее, чем больше число слагаемых.

Погрешность замыкающего звена и является такой случайной величиной, представляющей собой сумму случайных погрешностей составляющих звеньев. Поэтому считается, что погрешности замыкающего звена будут подчиняться закону нормального распределения и тем точнее, чем больше число составляющих звеньев размерной цепи. Но так как на практике закон рассеивания отличается, то А.И. Бородачев [1] предложил ввести коэффициент относительного рассеивания K_i, который характеризует степень отличия распределения погрешностей i-го звена от нормального распределения, и коэффициент относительной асимметрии α_i, выражающий смещение центра рассеяния относительно середины поля допуска. В настоящее время накоплено большое количество полученных на различных предприятиях экспериментальных данных, необходимых для определения значений K и α при расчетах размерных цепей. Систематизация, анализ и математическая обработка этих данных позволило составить таблицу значений коэффициентов K и α для нормального закона распределения случайных величин (табл. 1). Однако, как показали исследования, при определении коэффициента K_i используется состоятельная смещенная оценка σ, что влияет на правильность расчета размерной цепи.

Среди нормативных документов связанных с размерными цепями выделяют ГОСТ 16319-80 – термины, обозначения и определения размерных цепей и ГОСТ 16320-80, в котором устанавливаются методы расчета конструкторских, технологических и измерительных плоских размерных цепей, но отсутствуют рекомендации по выбору значений K и α. Следовательно на данный момент стоит задача в разработке нормативного обеспечения определения коэффициента относительного рассеивания и коэффициента относительной асимметрии с использованием несмещенных оценок.

3. Определение коэффициента относительного рассеивания при нормальном законе распределения

В технологии машиностроения правильность решения задач, используя статистические методы, зависит от близости полученных статистических оценок к истинным значениям. При решении задач, где параметры имеют нормальный закон распределения, правильность их решения зависит от оценки параметра σ.

В [1] для определения коэффициента относительного рассеивания K была использована формула

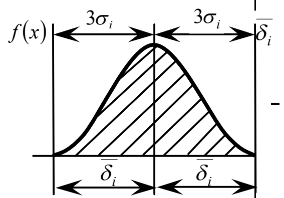
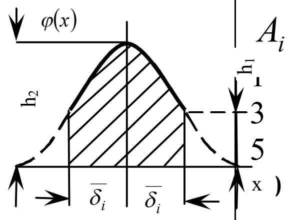
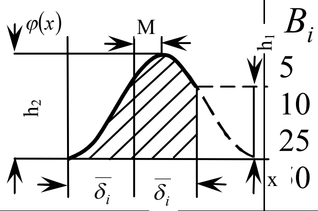
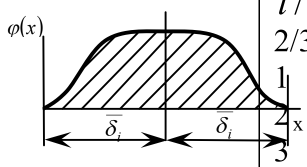
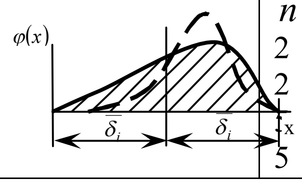
$$K_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_H}, \qquad (1)$$

где λ_i – коэффициент относительного среднеквадратического отклонения i-го звена; λ_H – коэффициент относительного среднеквадратического отклонения звена, рассеивание которого подчинено нормальному закону. Данные коэффициенты можно определить

$$\lambda = \frac{2\sigma}{T}, \qquad (2)$$

где T – поле рассеивания.

Таблица 1 – Значения коэффициентов относительного рассеяния и относительной асимметрии при нормальном законе распределения

Тип	Характеристика закона распределения	Эскиз кривой распределения	Параметры кривой распределения			Коэффициенты		Примечание
						α_i	K_i	
I	Кривая Гаусса (совпадающая значениями $\pm 3\delta$ с границами допуска)		-	-	-	0	1	$\overline{\delta_i}$ – половина поля допуска
II	Кривая Гаусса, симметрично выходящая за обе границы поля допуска		A_i 1 3 5 [illegible]	h_1/h_2 0,07 0,17 0,26 0,44	-	0 0 0 0	1,21 1,26 1,44 1,55	A_i – неисправимый брак, %
III	Кривая Гаусса, односторонне выходящая за одну границу поля допуска		B_i 5 10 25 50	h_1/h_2 0,26 0,44 0,80 1,0	μ +0,30 +0,40 +0,64 +1,0	+0,25 +0,31 +0,40 +0,47	1,17 1,18 1,20 1,21	B_i - дополнительная обработка, %; μ – относительное смещение моды исходной кривой
IV	Композиция закона Гаусса и закона равной вероятности		$l/3\delta$ 2/3 1 2 3	-	-	0 0 0 0	1,10 1,19 1,38 1,49	l и 3δ – параметры составляющих законов
V VI	Композиция закона Гаусса и равномерно (-) или ускоренно (---) возрастающего распределения		n 2 2 [illegible] 5	$l/3\delta$ 1 3 1 3	-	+0,19 +0,29 +0,45 +0,63	1,03 1,21 0,77 0,75	-

Если при нормальном законе распределения величину рассеивания размеров выразить в долях σ, то в интервал $\pm 3\sigma$ попадает 99,73% всех звеньев размерной цепи. Поэтому значение случайной величины x=3σ принято считать предельным отклонением. Тогда фактическое поле рассеяния будет ограничиваться условным пределом $T = 6\sigma$. Следовательно $\lambda = \frac{2\sigma}{6\sigma} = \frac{1}{3}$.

В данном случае используется смещенная оценка поля рассеивания 6σ при нормальном законе распределения действительных размеров звеньев цепи.

В [2] для нормального закона распределения получены несмещенные оценки поля рассеивания

$$Q_1 = 6\frac{\sigma^*}{T_k}, \tag{3}$$

$$Q_2 = \frac{S}{T_k}, \tag{4}$$

где $\sigma^* = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{\kappa}(l_i - l_{cp})^2 m_i}$ – смещенная оценка среднего квадратического отклонения σ нормального закона распределения действительных размеров звеньев цепи;

$S=\sqrt{\frac{n}{n-1}}\,\sigma^*$, – эмпирический стандарт;

$T_к = \sqrt{\frac{2}{\kappa}} \cdot \frac{\Gamma(\frac{\kappa+1}{2})}{\Gamma(\frac{\kappa}{2})}$ - коэффициент смещения для нормального распределения.

В таблице 2 приведен фрагмент определения коэффициента смещения $T_к$ [2].

Таблица 2 – Величина ошибки ε, надежность P, и коэффициент исправления $1/T_к$

n	ε	P	1/Тк	n	ε	P	1/Тк	n	ε	P	1/Тк
2	0,755511	0,402876	1,253314	12	0,21549	0,96175	1,02295	22	0,155197	0,980714	1,01197
3	0,522723	0,71147	1,128379	13	0,20614	0,96533	1,02102	23	0,15159	0,981555	1,01142
4	0,422016	0,818659	1,085402	14	0,19791	0,96828	1,01939	24	0,148223	0,982312	1,01092
5	0,362999	0,871403	1,063846	15	0,1906	0,97075	1,01800	25	0,145071	0,982998	1,01046
6	0,323212	0,901934	1,050936	16	0,18403	0,97284	1,01679	26	0,142112	0,983622	1,01004
7	0,294105	0,921466	1,042352	17	0,17810	0,97463	1,01573	27	0,139327	0,984191	1,00965
8	0,271637	0,934851	1,036237	18	0,17271	0,97618	1,01480	28	0,136699	0,984713	1,0093
9	0,253622	0,9445	1,031661	19	0,16778	0,97753	1,01397	29	0,134215	0,985193	1,00896
10	0,238765	0,951731	1,028109	20	0,16325	0,97872	1,01323	30	0,131861	0,985636	1,00865
11	0,22624	0,95732	1,025273	21	0,15907	0,97977	1,01257				

Если применить данные несмещенные оценки для определения коэффициента относительного среднеквадратического отклонения звена, то получим

$$\lambda_1 = \frac{2\sigma T_k}{6\sigma^*}, \tag{5}$$

$$\lambda_2 = \frac{2\sigma T_k}{S}. \tag{6}$$

Равенство $T = 6\sigma$ справедливо, когда величина σ известна. В случае, когда величина σ неизвестна, надежность оценки не равна 0,9973 и зависит от объема выборке *n*.

При малом количестве измерений не рекомендуется использовать несмещенные оценки (1) и (2), так как это может привести к большим значениям объема выборки *n*. Для определения необходимого объема выборки *n* можно использовать оптимальную линейную оценку при объемах выборки *n*=2÷20 [3]

$$Q_3 = \alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2 + ... + \alpha_n l_n, \tag{7}$$

где α_n – весовой коэффициент, *n*-ой порядковой статистики $l_{(n)}$.

Известно, что под порядковыми статистиками понимается либо упорядоченные величины, либо упорядоченные значения.

Весовые коэффициенты порядковых статистик $l_{(n)}$ и дисперсия оценки Q_3 при объеме выборки *n*=20 приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Коэффициент оптимальной линейной оценки стандартного отклонения σ из нормального распределения и ее дисперсия [3]

n	**α**	**D(σ)**	**n**	**α**	**D(σ)**	**n**	**α**	**D(σ)**
2	0.8862	0.5708	8	0.2476	0.0746	14	0.1532	0.0395
3	0.5908	0.2755	9	0.2237	0.0650	15	-0.1444	0.0366
4	0.4539	0.1801	10	0.2044	0.0576	16	0.1366	0.0341
5	0.3724	0.1333	11	0.1883	0.0517	17	0.1297	0.0320
6	0.3175	0.1057	12	0.1748	0.0469	18	0.1235	0.0301
7	0.2778	0.0875	13	0.1632	0.0429	19	0.1178	0.0284
20	0.1128	0.0268						

Тогда

$$\lambda_3 = \frac{2\sigma}{Q_3}. \tag{8}$$

Для объемов *n* > 20 можно рекомендовать несмещенную состоятельную оценку Даутона [4]

$$Q_4 = \frac{2\sqrt{\pi}}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (i - \frac{n+1}{2}) l_{(i)}. \tag{9}$$

Барнетт показал [4], что данная оценка имеет высокую эффективность (>97,79 %) при любом *n* и менее подвержена влиянию аномальных наблюдений.

Тогда

$$\lambda_4 = \frac{2\sigma}{Q_4}. \quad (10)$$

Определим допуск замыкающего звена редуктора, размерная цепь которого изображена на рисунке 1 и номинальные размеры, предельные отклонения составляющих звеньев заданы в таблице 4, при этом используем четыре полученных коэффициента относительного среднеквадратического отклонения звена с учетом несмещенных оценок.

Таблица 4 – Номинальные размеры, предельные отклонения составляющих звеньев

Звено	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Номинальный размер	32	2	16	30	13
Верхнее отклонение	+0,10	+0,05	+0,12	-0,10	0
Нижнее отклонение	-0,05	-0,05	-0,08	-0,02	-0,05

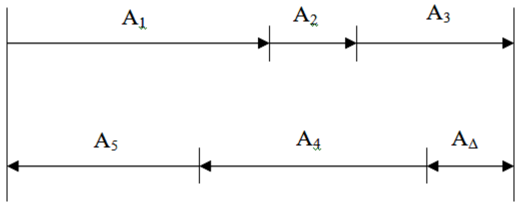


Рис. 1 – Схема сборочной цепи

В целях решения поставленной задачи в Exele для каждого составляющего звена был сгенерирован нормальный закон распределения. Допуск замыкающего звена определили, используя несмещенные оценки Q_1, Q_2, Q_3 и Q_4. Результаты расчета приведены в таблице 5.

Таблица 5

Звено	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Допуск составляющих звеньев	0,15	0,1	0,2	0,1	0,05
Q_1	0,0614	0,048746	0,051239	0,045262	0,057088
Q_2	0,063041	0,050049	0,052609	0,046472	0,058614
Q_3	0,062056	0,049403	0,052129	0,045433	0,057983
Q_4	0,060824	0,047018	0,04998	0,044614	0,055059
λ_1	0,00124	0,000782	0,000864	0,000674	0,001072
λ_2	0,001273	0,000803	0,000887	0,000692	0,001101
λ_3	0,001253	0,000792	0,000879	0,000677	0,001089
λ_4	0,001229	0,000754	0,000842	0,000664	0,001034
K_1	1,586554	0,905071	1,281555	0,628595	0,86448
K_2	1,586554	0,905071	1,281555	0,628595	0,86448
K_3	1,582197	0,901603	1,298897	0,621239	0,868741
K_4	1,62945	0,894973	1,268205	0,642444	0,841636
δ1 – допуск замыкающего звена	0,369246				
δ2– допуск замыкающего звена	0,369246				
δ3– допуск замыкающего звена	0,37106				
δ4– допуск замыкающего звена	0,371459				

На рисунке 2 изображена диаграмма, на которой показаны величины допусков замыкающего звена, полученные при использовании четырех коэффициентов относительного среднеквадратического отклонения.

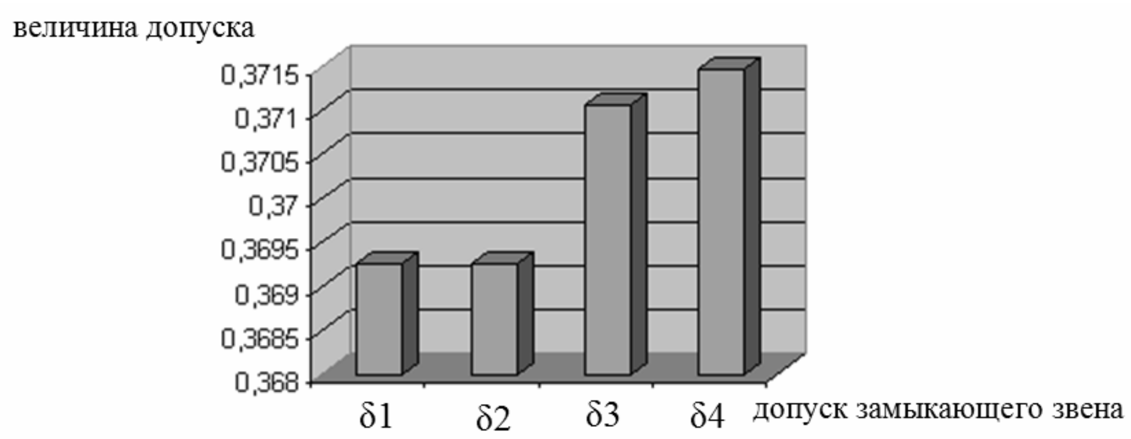


Рис. 2 – Величины допусков в зависимости от используемых коэффициентов относительного среднего квадратического отклонения

Анализ показал, что точность замыкающего звена выше при использовании коэффициента относительного среднеквадратического отклонения λ_1 λ_2. При использовании коэффициентов λ_3, λ_4 точность замыкающего звена ниже (рис.2).

Выводы

При расчете сборочных размерных цепей вероятностным методом, где рассеивание размеров подчинено нормальному закону распределения, целесообразно использовать несмещенные оценки поля рассеивания Q_1 и Q_2, которые по сравнению с другими оценками являются более точными. Полученные результаты рекомендуется использовать в разработке нормативного обеспечения при определении коэффициента относительного рассеивания K_i, а также при расчете сборочных размерных цепей методом вероятностного суммирования.

Список использованных источников:

1. Дука А. Н. Расчеты размерных цепей машин и механизмов / А. Н. Дука. – Киев : Техніка, 1969. – 124 с.
2. Созонова А. Б. Оценка точности обработки деталей на настроенных станках по малым выборкам / А. Б. Созонова, Р. М. Трищ // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2003. – № 6 (6). – С. 73-75.
3. Введение в теорию порядковых статистик / под. ред. А. Я. Боярского. – М. : Статистика, 1970. – 416 с.
4. Дэйвид Г. Порядковые статистики / Г. Дэйвид. – М. : Наука, 1979. – 336 с.

References

1. Duka, A 1969, *Raschety razmernykh tsepey mashin i mekhanizmov*, Tehnika, Kyiv.
2. Sozonova, A & Trishch, R 2003, ‘Otsenka tochnosti obrabotki detaley na nastroennykh stankakh po malym vyborkam’, *Vostochno-yevropeyskiy zhurnal peredovykh tekhnologiy*, no. 6 (6), pp. 73-75.
3. Boyarskiy, A 1970, *Vvedeniye v teoriyu poryadkovykh statistik*, Statistika, Moskva.
4. Deyvid, G 1979, *Poryadkovyye statistiki*, Nauka, Moskva.

Стаття надійшла до редакції 13 листопада 2017 р.