

УДК 621.876.001

**ДИНАМИКА ПОДЪЕМНОЙ УСТАНОВКИ
С УЧЕТОМ ВЕСА И ВЯЗКОСТИ КАНАТОВ**

©Осипова Т. Н.

Українська інженерно-педагогічна академія

Інформація про автора:

Осипова Тетяна Миколаївна: ORCID: 0000-0002-1915-4734; tanya_338@gmail.com; асистент кафедри металоріжучого обладання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Проведен анализ литературных источников по изучению динамического подхода к теории расчета подъемных канатов. Сначала рассматривали канат с распределенной массой в виде стержня с грузом на конце, потом произошел переход к системам с невесомым канатом, когда $1/3$ веса каната от узла колебаний нужно прибавлять к дискретным массам. Это повлекло за собой переход к многомассовым механическим системам с невесомыми упругими звеньями и с учетом упруго-вязких свойств каната.

Приведены динамические схемы шахтной одноконцевой подъемной установки при невесомом канате и с учетом линейно-кусочной аппроксимации.

Получено математическое описание динамических процессов колебательного характера в элементах двухмассовой системы с невесомым канатом в процессе торможения в виде аналитического дифференциального уравнения, полученного на основе уравнения Лагранжа. Движения продольных колебаний каната с грузом на конце показаны в виде линейно-кусочной аппроксимации с учетом вязкости каната.

Ключевые слова: подъемная установка; динамика; математическая модель; дифференциальное уравнение.

Осипова Т. М. «Динаміка підйомної установки з урахуванням ваги та в'язкості канатів».

Проведено аналіз літературних джерел по вивченню динамічного підходу до теорії розрахунку піднімальних канатів. Спочатку розглядали канат з розподіленою масою у вигляді стрижня з вантажем на кінці, потім відбувся перехід до систем з невагомим канатом, коли $1/3$ ваги каната від вузла коливальних потрібно додавати до дискретних мас. Це спричинило перехід до багатомасових механічних систем з невагомими пружними ланками й з обліком пружно-в'язких властивостей каната.

Наведено динамічні схеми шахтної однокінцевої піднімальної установки при невагомому канаті й з обліком лінійно-кусочної апроксимації.

Отримано математичний опис динамічних процесів коливального характеру в елементах двохмасової системи з невагомим канатом у процесі гальмування у вигляді аналітичного диференціального рівняння, отриманого на основі рівняння Лагранжа. Руху поздовжніх коливальних каната з вантажем на кінці показані у вигляді лінійно-кускової апроксимації з урахуванням в'язкості каната.

Ключові слова: підйомна установка; динаміка; математична модель; диференціальне рівняння.

Osyrova T. “Dynamics of lifting installation with weight and viscosity of the ropes”.

The analysis of literature sources on the study of the dynamic approach to the theory of calculation of lifting ropes is carried out. First, a rope with distributed mass in the form of a rod with a load at the end was considered, then a transition to systems with a weightless rope occurred, when 1/3 of the weight of the rope from the knot of oscillations should be added to discrete masses. This entailed a transition to multi-mass mechanical systems with weightless elastic links and taking into account the elastic-viscous properties of the rope.

Dynamic schemes of a one-end mine hoisting system are shown for a weightless rope and taking into account linear-piece approximation.

A mathematical description of dynamical processes of oscillatory character in the elements of a two-mass system with weightless rope is obtained in the process of inhibition in the form of an analytical differential equation obtained on the basis of the Lagrange equation. The movements of longitudinal oscillations of the rope with a load at the end are shown in the form of a linear-piece approximation taking into account the viscosity of the rope.

Key words: lifting installation, dynamics, mathematical model, differential equation.

1. Введение

Стальной канат является неотъемлемой частью любого подъемного механизма, а также несущим, наиболее ответственным и подверженным износу элементом шахтной подъемной установки. Для глубоких шахт вес каната становится соизмеримым с весом подъемного сосуда [1]. Учет массы каната приводит к тому, что канат разгружается при торможении больше, чем в расчетной схеме с невесомым канатом, что приводит к большим динамическим нагрузкам после стопорения подъемной машины.

В математических моделях учет веса каната можно осуществить тремя способами:

- 1) отнесение определенной части массы каната к его концам;
- 2) замена каната упругой гибкой нитью (стержнем) с распределенной массой по длине;
- 3) допущение, что масса каната сосредоточена в нескольких точках, равномерно распределенных по длине.

Оценку потенциальной и кинетической энергий упругой системы с распределенной массой и невесомой системы впервые выполнил Рэлей [2]. Он выдвинул гипотезу, что характер деформаций весомой упругой связи при динамических нагрузках с достаточной точностью можно выразить деформацией при статическом нагружении.

2. Анализ литературных данных

Для вертикальных канатов деформацию канатов можно представить изменяющейся по линейному закону. С. П. Тимошенко [3] показал, что для невесомого каната, один конец которого зашпелен (неподвижен), а на другом висит груз, частота колебаний груза будет практически одинакова системе «весомый канат – груз», если рассматривать канат как невесомый стержень и к грузу прибавить одну треть массы каната. Этот результат адекватен прибавлению одной трети массы каната от узла колебаний, то есть от точки, амплитуда

Динаміка та міцність машин

колебаний которой равна нулю. С. Н. Кожевников [4] рассмотрел этот метод для валопровода металлургических машин, А. Н. Голубенцев [5] использовал его для шахтных подъемных установок, А. П. Нестеров [6] применил для многоканатных подъемных установок с хвостовыми канатами. А. Г. Степанов [7] исследовал динамику шахтных подъемных установок при аварийном торможении, используя метод Рэлея.

3. Цель и задачи исследования

Целью данной работы является изучение динамических процессов в канатах шахтных подъемных установок с учетом веса и вязкости канатов.

Для достижения поставленной цели необходимо построить динамические схемы шахтных подъемных установок и получить математическое описание динамических процессов колебательного характера в канатах подъемников.

4. Динамические процессы в подъемной установке с учетом собственного веса и вязкости канатов

Широкое распространение и применение метода Рэлея [2] в инженерных расчетах объясняется его простотой и достаточной степенью, в результате чего можно рассматривать системы с невесомым канатом, исходя из равенства кинетической энергии и присоединяя к концевому грузу 1/3 веса каната. А. Н. Голубенцев предлагает распределенную массу головного каната учитывать разнесением 1/3 массы каната к концевому грузу и 1/3 – к барабану [5].

На основе уравнения Лагранжа для двухмассовой системы (см. рис. 1) в процессе торможения получена система дифференциальных уравнений [1]:

$$\left. \begin{aligned} \left(m_{н.м} + \frac{m_k}{3} \right) x'' &= -c_k (x - y) - \mu c_k (x' - y') \pm m_k g \pm (m_{zp} + m_{coc}) g - F_m; \\ \left(m_{zp} + m_{coc} + \frac{m_k}{3} \right) y'' &= c_k (x - y) + \mu c_k (x' - y'), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где m_k – масса каната, кг;

μ – параметр вязкости, характеризующий диссипативные свойства материала каната, с;

x и y – отклонения положения подъемной машины и концевого груза от начального положения, м;

c_k – жесткость каната, Н/м;

F_m – постоянное тормозное усилие, Н;

g – ускорение свободного падения, м/с².

Наиболее точный метод, описывающий динамику подъемного каната, характеризуется волновыми уравнениями [5].

Дифференциальное уравнение движения продольных колебаний каната с грузом на конце имеет вид [8]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \left(1 + \mu \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -j_n, \quad (2)$$

где u – относительное перемещение сечения с координатой y , м;
 t – время, с;
 a – скорость распространения деформации вдоль каната:

$$a = \frac{E \cdot g}{\gamma}, \quad (3)$$

где E – модуль упругости материала стержня, м/с;
 γ – вес единицы объема каната, Н/м³;
 j_n – ускорение верхнего сечения каната, м/с².

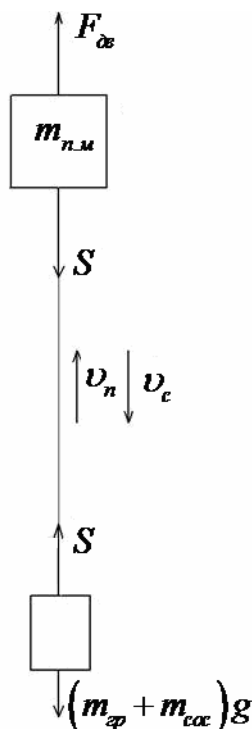


Рис. 1 – Расчетная схема одноконцевого шахтного подъемника при невесомом канате:

$m_{n,m}$ – приведенная масса подъемной машины, кг;
 m_{cox} , m_{sp} – соответственно массы сосуда и концевого груза, кг; S – усилие в канате, Н;
 v_n и v_c – скорость сосуда соответственно при подъеме и спуске до момента торможения, м/с

где F_k – площадь поперечного сечения всех проволок в канате, м²;
 L – длина головного каната, м.

Диссипативные свойства канатов будут соответственно равны [7]:

$$\mu = \frac{\delta}{\pi} \sqrt{c_k m}, \quad \mu_1 = \frac{\delta}{\pi} \sqrt{c_k m_1}. \quad (5)$$

Решение волнового уравнения достаточно сложное и не обладает наглядностью [8]. Поэтому в источниках [1, 7] для снижения трудоемкости получения точного решения задач динамики шахтного подъема рекомендуют использовать линейно-кусочную аппроксимацию каната, которая косвенно учитывает волновые процессы. В работе [3] показано, что если отношение массы каната к массе концевого груза меньше 1 (что справедливо при глубине шахт от 300 до 1500 м), то приближенное решение с достаточной для практических целей точностью, может быть получено за счет применения метода Релея. При этом распределенная по длине масса каната приводится к сосредоточенным массам подъемной машины и сосуда. Для определения изменения потенциальной энергии массы канатов используется принцип Релея [2, 3]. В основу принципа Релея положено условие, при котором «характер деформации каната при динамических нагрузках соответствует деформации при статическом нагружении».

Рассмотрим способ, представленный в источнике [7]. Канат предлагается разбить на равные части и заменить n массами, соединенными невесомыми упруго-вязкими связями. При этом общая сумма этих масс и общая жесткость отрезков равняется массе и жесткости каната в целом.

На рис. 2 представлена расчетная схема ветви каната.

Упруго-вязкие связи головного каната обладают жесткостью равной [7]:

$$c_{ki} = \frac{EF_k}{L}(n+1), \quad (4)$$

Динаміка та міцність машин

Дифференциальное уравнение для массы m_1 представлено в виде [7]:

$$m_1 x'' = -c_k x_1 - \mu_1 x'_1 + c_k (x_{n+1} - x_1) + \mu_1 (x'_{n+1} - x'_1). \quad (6)$$

Для массы m :

$$m x''_n = -c_k (x_n - x_{n-1}) - \mu (x'_n - x'_{n-1}) + c_k (x - x_{n+1}) + \mu (x'_n - x'_{n+1}). \quad (7)$$

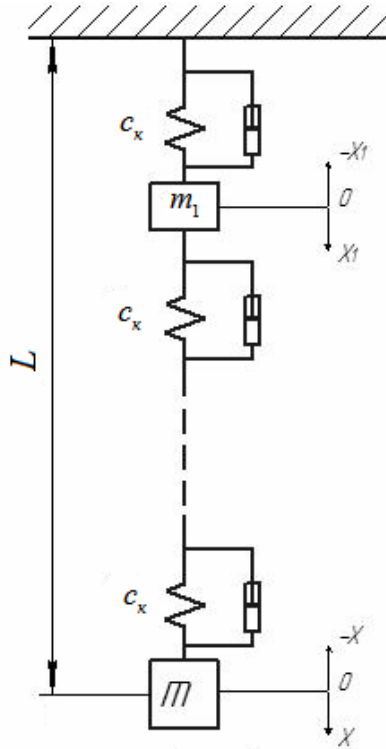


Рис. 2 – Эквивалентная схема ветви каната

С увеличением числа n свойства модели и реального каната будут возрастать.

Выводы

Рассмотрены динамические процессы в канатах шахтных подъемных установок с учетом собственного веса и вязкости канатов. Динамика шахтного подъемника с учетом веса каната рассмотрена на одноконцевом подъемнике; построены динамические схемы подъемника при невесомом канате и с учетом линейно-кусочной аппроксимации.

На основе уравнения Лагранжа для двухмассовой системы в процессе торможения получена система дифференциальных уравнений, описывающая динамические процессы колебательного характера в элементах подъемника. Рассмотрена система с невесомым канатом, где 1/3 веса каната присоединена к дискретным массам, исходя из равенства кинетической энергии.

Движения продольных колебаний каната с грузом на конце показаны в виде линейно-кусочной аппроксимации с учетом вязкости каната.

Список использованных источников:

1. Траубе Е. С. Тормозные устройства и безопасность шахтных подъемных машин / Е. С. Траубе, И. С. Найденко. – М. : Недра, 1980. – 256 с.
2. Стретт Дж. В. (лорд Рэлей). Теория звука : в 2-х т. / Дж. В. Стретт (лорд Рэлей) ; пер. с англ. М. Гиттл. – М. : Гостехиздат, 1955. – 318 с.
3. Тимошенко С. П. Теория колебаний в инженерном деле / Степан Прокофьевич Тимошенко ; [пер. с англ. Н. А. Шошина]. – 2-е изд. – М. : Л. : ГНТИ, 1932. – 341 с.
4. Кожевников С. Н. Динамика машин с упругими звеньями / Сергей Николаевич Кожевников. – Киев : Из-во АН УССР, 1961. – 160 с.
5. Голубенцев А. Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами / Александр Николаевич Голубенцев. – М. : Машгиз, 1959. – 146 с.
6. Федорова З. М. Подъемники : учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов / З. М. Федорова, И. Ф. Лукин, А. П. Нестеров. – Киев : Вища шк., 1976. – 294 с.
7. Степанов А. Г. Динамика машин / Анатолий Григорьевич Степанов. – Екатеринбург : УрО РАН, 1999. – 304 с.
8. Флоринский Ф. В. Динамика шахтного подъемного каната / Федор Валентинович Флоринский. – М. : Углетехиздат, 1955. – 238 с.

References

1. Traube, E & Naydenko, I 1980, *Tormoznyye ustroystva i bezopasnost shakhtnykh podyemnykh mashin*, Nedra, Moskva.
2. Strett Dzh V (lord Reley) 1955, *Teoriya zvuka*, Gostekhizdat, Moskva.
3. Timoshenko, S 1932, *Teoriya kolebaniy v inzhenernom dele*, 2nd edn, GNTI, Moskva, Leningrad.
4. Kozhevnikov, S 1961, *Dinamika mashin s uprugimi zvenyami*, Izdatelstvo AN USSR, Kyiv.
5. Golubentsev, A 1959, *Dinamika perekhodnykh protsessov v mashinakh so mnogimi massami*, Mashgiz, Moskva.
6. Fedorova, Z, Lukin, I & Nesterov, A 1976, *Podyemniki*, Vishcha shk., Kyiv.
7. Stepanov, A 1999, *Dinamika mashin*, UrO RAN, Ekaterinburg.
8. Florinskiy, F 1955, *Dinamika shakhtnogo podyemnogo kanata*, Ugletekhhizdat, Moskva.

Стаття надійшла до редакції 16 листопада 2017 р.