

УДК 621.863

**ВИЗНАЧЕННЯ ЗУСИЛЬ В ЕЛЕМЕНТАХ КАНАТА ПРИ НАВИВЦІ ЙОГО НА БАРАБАН**

©**Фідровська Н. М.<sup>1</sup>, Ломакін А. О.<sup>1</sup>, Садловська Т. В.<sup>2</sup>**

*Українська інженерно-педагогічна академія<sup>1</sup>*

*Гірничо-електромеханічний коледж ДВНЗ «Криворізький національний університет»<sup>2</sup>*

**Інформація про авторів:**

**Фідровська Наталія Миколаївна:** ORCID: 0000-0002-5248-273X; mot@uipa.edu.ua; доктор технічних наук; професор кафедри металоріжучого обладнання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська 16, м.Харків, 61003, Україна.

**Ломакін Андрій Олександрович:** ORCID 0000-0001-6729-3168; delgadokh@gmail.com; старший лаборант, асистент кафедри практичної психології; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Садловська Тетяна Василівна:** ORCID 0000-0003-2483-722X; tvs2012s@gmail.com; викладач вищої категорії циклової комісії технологічних дисциплін; Гірничо-електромеханічний коледж ДВНЗ «Криворізький національний університет»; вул. Ватутіна 37 «Г», м. Кривий Ріг, Дніпропетровська область, 50096, Україна.

В статті розглянута задача визначення зусиль, які виникають в елементах канату при навивці канату на барабан. Розглянуто розподілення зусиль в елементах канату, який навито на барабан.

Запропоновано новий розрахунок, який базується на класичній теорії, а саме на системі рівнянь Кірхгофа.

Наведено графічне відображення зусиль та сил, які діють на зігнутий на барабані канат.

Введено в розрахункові формули додаткового коефіцієнту  $\gamma$ , який залежить від типу канату.

**Ключові слова:** система рівнянь Кірхгофа; осьові сили; деформація дроту; кривизна осі; кручення; згин каната; барабан; канат; дротина.

**Фидровская Н. Н., Ломакин А. А., Садаловская Т. В.** «Определение усилий в элементах каната при навивке его на барабан».

В статье рассмотрена задача определения усилий, возникающих в элементах каната при навивке каната на барабан. Рассмотрено распределение усилий в элементах каната, который навит на барабан.

Предложен новый расчет, основанный на классической теории, а именно на системе уравнений Кирхгофа.

Приведено графическое отображение усилий и сил, которые действуют на согнутый на барабане канат.

Введен в расчетные формулы дополнительный коэффициент  $\gamma$ , который зависит от типа каната.

**Ключевые слова:** система уравнений Кирхгофа; осевые силы; деформация проволоки; кривизна оси; кручение; изгиб каната; барабан; канат; проволока.

**Fidrovsk N., Lomakin A., Sadlovska T.** “The determination of the forces in the elements of steel wire rope winding on the drum”.

The article deals with the problem of determining the forces that arise in the elements of a rope when rope is wound on a drum. The distribution of forces in the elements of the rope, which is wound on the drum, is considered.

A new calculation is proposed based on the classical theory, namely, on the Kirchhoff system of equations.

A graphical representation of the forces and forces acting on the rope bent on the drum is given.

An additional coefficient  $\gamma$  is introduced into the calculation formulas, which depends on the type of rope.

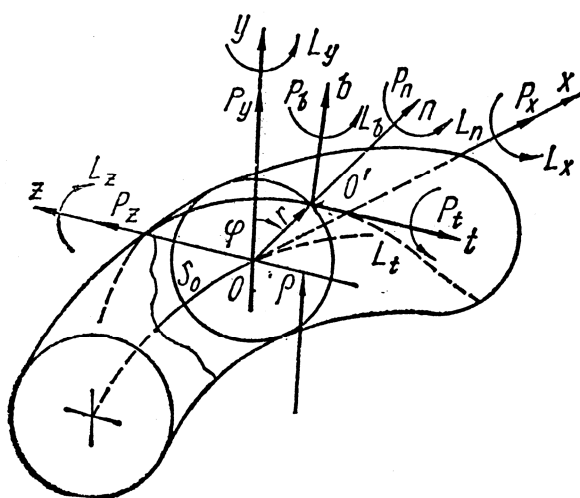
**Key words:** Kirchhoff's system of equations, axial forces, deformation of wire, curvature of the axis, twisting, bend of the rope, drum, steel wire rope, wire.

Питання напруженого стану каната являються досить актуальними на протязі всього часу експлуатації підйомних установок. Дослідження багатьох відомих вчених, показали, що найбільші напруження в канаті виникають саме в точці набігання канатом на блок або барабан, там де до напружень розтягнення канату додаються напруження згину. Було встановлено, що на ділянках переходу від прямого до зігнутого в канаті виникають додаткові напруження.

Для визначення зусиль в канаті, навитому на барабан, використовуємо систему рівнянь Кірхгофа [1-2]

$$\begin{cases} \frac{\partial P_n}{\partial S} + w_t P_b - w_t P_t = -f_n \\ \frac{\partial P_b}{\partial S} + w_n P_t - w_t P_n = -f_b \\ \frac{\partial P_t}{\partial S} + w_b P_n - w_n P_b = -\mu f_n \end{cases} \quad (1)$$

де  $P_b$  і  $P_n$  – поперечні сили (рис. 1);  $P_t$  – осьові сили;  $w_n$  – кривизна осі дроту в площині (t,b);  $w_b$  – кривизна осі дроту в площині(t,n);  $w_t$  – кручення;  $f_n$  і  $f_b$  – відповідно нормальне і поперечне навантаження;  $S$  – вісь гвинтового елемента каната;  $t$ ,  $n$ ,  $b$  – ребра рухомого тетраедра;  $\mu$  – коефіцієнт тертя.



**Рис. 1** - Розподілення зусиль в елементах канату

Кручення  $w_t$  і кривизни можна записати в такому вигляді

$$w_t = \frac{\sin 2\varphi}{2} \left( \frac{1}{r} - \vartheta \cos \phi \right);$$

$$w_n = -\vartheta \cos \varphi \sin \phi - \frac{\partial \varphi}{\partial S}$$

$$w_b = \vartheta \cos^2 \varphi \cos \phi + \frac{\sin^2 \varphi}{r}$$

де  $r$  і  $\phi$  – полярні координати осі дроту в поперечному перерізі каната,  $\vartheta = \frac{1}{\rho}$ ,

де  $\rho$  – радіус кривизни зігнутої по

**Піднімально-транспортні машини**

$$\rho = \frac{r_0}{\sin^2 \beta},$$

де  $r_0$  і  $\beta$  – відповідно радіус і кут нахилу гвинтової осі каната,  
 $\varphi$  – кут звивання елементів каната.

Навантаження визначаються такими залежностями

$$f_n = (\lambda_1 f_n^{(0)} + \lambda_2 \eta) \cos \phi + \lambda_3 f_n^{(0)}; \quad f_b = \lambda_4 \theta \sin \phi,$$

де  $\lambda_1 = -\mathcal{G}r \cos \varphi$ ;  $\lambda_2 = \mathcal{G} \cos \varphi$ ;  $\lambda_3 = \cos \varphi$ ;  $\lambda_4 = \mathcal{G}$ ,  
де  $\eta$  та  $\theta$  – постійні.

Нас цікавлять сили  $P_t$ ,  $P_b$  і  $P_n$ , які діють в зоні контакту каната з барабаном, тобто при  $\varphi = \pi$ , тому поперечне навантаження  $f_b$  можна прийняти рівним 0. Крім цього вважаємо, що  $\gamma = \text{const}$ , і тому  $\omega_n = 0$ .

Система рівнянь (1) приймає вигляд

$$\begin{cases} \frac{dP_n}{dS} + \omega_t P_b - \omega_b P_t = -f_n \\ \frac{dP_b}{dS} - \omega_t P_n = 0 \\ \frac{dP_t}{dS} + \omega_b P_n = -\mu f_n \end{cases} \quad (2)$$

Приймаємо, що осьова сила  $P_t$  пропорційна натягненню каната  $T$  і при згинанні на барабані в ньому виникає додаткове зусилля  $T_{dod}$  [3], яке збільшує осьову силу

$$P_t = T_0 e^{-k\mu\alpha} + T_{dod}. \quad (3)$$

Де коефіцієнт  $k$  визначаємо по формулі [4]

$$k = \frac{E_K d_K}{E_B \sqrt{R\delta}}$$

Проведені експерименти багатьох авторів [5, 6] показують, що натягнення канату залежить від типу канату, для врахування цього ми вводимо додатковий коефіцієнт  $\gamma$ .

Тоді будемо мати

$$P_t = T_0 e^{-k\mu\gamma\alpha} + EA \left( 1 - \frac{\alpha R}{4 \cos \varphi \sqrt{R^2 + (R+r)^2 - 2R(R+r) \cos \alpha}} \right) \quad (4)$$

Вирішуючи систему рівнянь (2) отримуємо диференційне рівняння другого ступеню відносно зусилля  $P_b$

$$\frac{d^2 P_b}{d\alpha^2} + a_1 \frac{dP_b}{d\alpha} + a_2 P_b = a_3 P_t - a_4 \frac{dP_t}{d\alpha}, \quad (5)$$

де  $a_1 = \frac{Rw_b}{\mu}$ ;  $a_2 = \frac{R^2 w_t (w_t - w_n)}{\mu}$ ;  $a_3 = \frac{R^2 w_b w_t (\mu w_t - w_n)}{\mu w_t}$ ;  $a_4 = \frac{R(w_t + \mu)}{\mu}$

Підставляємо значення зусилля  $P_t$  по формулі (4) і шукаємо рішення цього рівняння у вигляді

$$P_b = C_1 T_0 e^{-\gamma k \mu y_1 \alpha} + C_2 T_0 e^{-\gamma k \mu y_2 \alpha} + C_3 + C_4 \alpha \sin \alpha, \quad (6)$$

де 
$$y_{1,2} = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2}.$$

Коефіцієнти  $C_1, C_2, C_3, C_4$  знаходимо, використовуючи початкові умови.

$$C_1 = \frac{y_2 (a_4 k \mu \gamma - a_3)}{y_1 e^{-\gamma y_2} [k \mu \gamma y_2 (k \mu \gamma y_2 - a_1) + a_2] - y_2 e^{-\gamma y_1} [k \mu \gamma y_1 (k \mu \gamma y_1 - a_1) + a_2]} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial u \partial v}$$

$$C_2 = \frac{(a_3 - a_4 k \mu \gamma) y_1}{y_1 e^{-\gamma y_2} [k \mu \gamma y_2 (k \mu \gamma y_2 - a_1) + a_2] - y_2 e^{-\gamma y_1} [k \mu \gamma y_1 (k \mu \gamma y_1 - a_1) + a_2]};$$

$$C_3 = EA \left( \frac{a_3}{a_2} - \frac{a_4 R}{4 \cos \varphi} \right);$$

$$C_4 = 0.$$

Ми можемо визначити поперечну силу  $P_n$

$$P_n = \frac{w_n}{w_b} EA \left[ 1 - \frac{\alpha R}{4 \cos \varphi \sqrt{R^2 + (R+r)^2 - 2R(R+r) \cos \alpha}} \right] - \frac{T_0 e^{-k \mu \gamma \alpha}}{w_t} [k \mu \gamma (C_1 y_1 e^{-\gamma y_1} + C_2 y_2 e^{-\gamma y_2}) - w_n] \quad (7)$$

## Висновки

Отримане рішення дозволяє враховувати при визначенні зусиль, які виникають в канаті при згинанні на блоці або барабані, не тільки сили розтягнення, але і згину.

## Список використаних джерел:

1. Глушко М. Ф. Определение напряжений в проволоках спиральных канатов при изгибе / М. Ф. Глушко // Труды Харьковского Горного ин-та, т. VI, 1958.
2. Глушко М. Ф. Изгиб проволок каната при контакте его со шкивом / М. Ф. Глушко, В. Ф. Волоконский // Известия вузов. Горный журнал. – 1962. – № 10.
3. Фідровська Н. М. Визначення напруження в дротині канату при набіганні на блоки і барабани / Н. М. Фідровська, А. О. Ломакін // *Машинобудування* : зб. наук. пр. / Укр. інж.-пед. акад. – Харків, 2016. – Вып. 18. – С. 29-32.
4. Фідровська Н. М. Уточнена методика розрахунків канатних барабанів / Н. М. Фідровська // *Машинобудування* : зб. наук. пр. / Укр. інж.-пед. акад. – Харків, 2014. – Вып. 13. – С. 37-41.
5. Никитин И. Ф. Процесс формирования изогнутого каната при набегании его на шкив / И. Ф. Никитин, Н. Н. Фидровская // *Машинобудування* : зб. наук. пр. / Укр. інж.-пед. акад. - Харків, 2009. – Вып. № 4. – С. 46-52.
6. Артеменко Н. П. Напряжение в стенке кранового барабана : дисс. ... канд. техн. наук: 05.05.05 / Николай Петрович Артеменко ; Харьков. авиац. ин-т. – Харьков, 1947. – 92 с.

## References

1. Glushko, M 1958, 'Opredeleniye napryazheniy v provolokakh spiralnykh kanatov pri izgibe', *Trudy Kharkovskogo Gornogo instituta*, vol. V1, 1958.
2. Glushko, M & Volokonkiy, V 1962, 'Izhib provolok kanata pri kontakte ego so shkivom', *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal*, no. 10.
3. Fidrovskaya, N & Lomakin, A 2016, 'Vyznachennia napruzhenia v drotyni kanatu pry nabihanni na bloky i barabany', *Mashynobuduvannia*, iss. 18, pp. 29-32.
4. Fidrovskaya, N 2014, 'Utochnena metodyka rozrakhunkiv kanatnykh barabaniv', *Mashynobuduvannia*, iss. 13, pp. 37-41.
5. Nikitin, I & Fidrovskaya, N 2009, 'Protsess formirovaniya izognutogo kanata pri nabeganii ego na shkiv', *Mashynobuduvannia*, iss. no. 4, pp. 46-52.
6. Artemenko, N 1947, 'Napryazheniye v stenke kranovogo barabana', Kand.tekh.n. thesis, Kharkovskiy aviatsionnyy institut, Kharkiv.

Стаття надійшла до редакції 1 червня 2017 р.