

УДК 621.873:519.87

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СУМІСНОГО РУХУ МЕХАНІЗМІВ ПІДЙОМУ,
ПОВОРОТУ І ЗМІНИ ВІЛЬОТУ КРАНА ДЕК-251**©**Подоляк О. С., Болибик М. О.***Українська інженерно-педагогічна академія***Інформація про авторів:**

Подоляк Олег Степанович: ORCID: 0000-0002-1477-8548; podoliak15os@gmail.com; кандидат технічних наук; доцент кафедри металоріжучого обладання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Болибик Микола Олександрович: ORCID: 0000-0002-5255-5935; bolybik_m@gmail.com; студент факультету Комп'ютерних і інтегрованих технологій у виробництві та освіті; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Було встановлено, що навантаження на кран від вантажу який розгойдується залежить від схеми його підвісу і інерційних характеристик вантажу. Дослідження проводились за допомогою математичних методів, які описують перехідні процеси, що виникають при сумісному русі механізмів підйому, повороту і зміни вильоту крана ДЕК-251. При дослідженні коливаний вантажів на підвісах за схемами 1 і 2 були прийняті такі припущення: канат – ідеальна, невагома нитка; безмасові блоки перекочуються по канатах без ковзання; довжина підвісу вантажу постійна.

Динамічна навантаженість системи оцінювалась методом порівняльного аналізу графіків зусиль, переміщень і швидкостей приведених мас стрілової системи. Також були побудовані розрахункові схеми сумісного руху механізмів підйому та повороту самохідного крана, та розглянуті часні випадки роботи механізму крана. Отримані вирази для розрахунку навантажень на кран від вантажу, який розгойдується на канатах, які враховують схему підвісу вантажу і його інерційні характеристики. При коливаннях вантажу на підвісі за схемою 1 відбувається перерозподіл натягів в канатах, і при відповідних умовах може відбутися ослаблення одного з них.

Ключові слова: стріла; вантаж; підвіска; коливання; самохідний кран, розгойдування.

Подоляк О. С., Болибок Н. А. «Математическое моделирование совместного движения механизмов подъема, поворота и изменения вылета крана ДЭК-251».

Было определено, что нагрузка на кран от груза который раскачивается зависит от схемы его подвеса и инерционных характеристик груза. Исследования проводились с помощью математических методов, которые описывают переходные процессы, возникающие при совместном движении механизмов подъема, поворота и изменения вылета крана ДЭК-251. При исследовании колебаний грузов на подвесах по схемам 1 и 2 были приняты следующие допущения: канат – идеальная, невесомая нить; безмассовая блоки перекатываются по канатам без скольжения; рассеяния энергии при колебаниях отсутствует; длина подвеса груза постоянная.

Піднімально-транспортні машини

Динамическая нагруженность системы оценивалась методом сравнительного анализа графиков усилий, перемещений и скоростей приведенных масс стреловой системы. В нашей работе также были построены расчетные схемы совместного движения механизмов подъема и поворота самоходного крана, и рассмотрели частные случаи работы механизма крана. Полученные выражения для расчета нагрузок на кран от груза, который раскачивается на канатах, которые учитывают схему подвеса груза и его инерционные характеристики. При колебаниях груза на подвесе по схеме 1 происходит перераспределение натяжения в канатах, и при соответствующих условиях может произойти ослабление одного из них.

Ключевые слова: стрела; груз; подвеска; колебания, самоходный кран, раскачивания.

Podolyak O., Bolybik N. “Mathematical modeling of joint movement of mechanisms for lifting, turning and changing the crane’s departure”.

It was determined that the load on the crane from the load that is swinging depends on the scheme of its suspension and the inertial characteristics of the cargo.

The research was carried out using mathematical methods that describe the transient processes that occur when the lifting, rotating and changing mechanisms of the crane DEC-251 are moving together.

When examining the fluctuations of cargo on suspensions according to schemes 1 and 2, the following assumptions were accepted: the rope is an ideal, weightless thread; Massless blocks roll over ropes without slipping; There is no energy dissipation in vibrations; The length of the suspension is constant.

The dynamic workload of the system was evaluated by the method of comparative analysis of the graphs of forces, displacements, and velocities of reduced masses of the boom system. In our work, we also constructed calculation schemes for the joint movement of the lifting and turning mechanisms of the self-propelled crane, and considered particular cases of operation of the crane mechanism.

The resulting expressions for calculating the load on the crane from the load, which is swinging on the ropes, which take into account the suspension scheme of the cargo and its inertial characteristics. When the load on the suspension is oscillating according to scheme 1, there is a redistribution of the tension in the ropes, and under appropriate conditions one of them may weaken.

Key words: arrow; cargo; suspension; vibration, self-propelled crane, rocking.

1. Актуальність теми

Самохідні крани широко використовуються в цивільному і промисловому будівництві. Значний час роботи цих кранів займають перехідні режими. При розгоні або гальмуванні виникають коливання вантажу, які при висотному будівництві значно зменшують продуктивність роботи крана і становлять загрозу для життя стропувальників. Тому постає задача усунення коливань вантажу під час перехідних режимів руху. Зміна вильоту баштового крана може виконуватись як механізмом переміщення стрілової системи, так і переміщенням вантажного візка. Крім того, зміна вильоту може виконуватись одночасно при роботі цих двох механізмів, що створює додаткові складнощі для розв’язання задачі щодо усуненню коливань вантажу. Динамічні навантаження, які виникають при перехідних режимах руху, також мають значний вплив на надійність і довговічність роботи

крана. Попередніми дослідженнями встановлено зв'язок між динамічними навантаженнями та ефективністю роботи крана. Тому вирішення задач оптимізації режимів зміни вильоту баштових кранів дасть можливість підвищити їх ефективність.

2. Мета роботи: теоретично описати сумісний рух механізмів підйому, повороту і зміни вильоту крана та запропонувати заходи, щодо вирішення проблеми розгойдування вантажу при підйомі і повороті.

3. Завдання роботи

Математично змодельовати схеми сумісного руху механізмів підйому, повороту і зміни вильоту крана; Вивести диференціальні рівняння руху механізмів підйому, повороту і зміни вильоту крана; Дослідити частні випадки роботи механізму крана.

4. Виклад основного матеріалу

Розрахунки сумісного руху механізмів підйому та повороту будемо робити на прикладі самохідного крана.

Схеми мають широке поширення. Ними моделюються грейфер на підтримуючих або замикаючих канатах, підвіси вантажу у монтажних порталних і будівельних кранів і т.д.

На рис. 1 зображені A_i – точки дотику канатами блоків на стрілі, B_i – точки дотику підвіски, M – центр інерції вантажу, H – довжина підвісу вантажу, h, f, b, r – характерні розміри вантажу, α – кут нахилу канатів по вертикалі, k – коефіцієнт розсіювання коливань.

На рис. 2 наведена розрахункова схема крана з вантажем, де позначено: ρ – виліт стріли крана, тобто відстані від осі обертання крана до кінцевих блоків стріли (хобота), α відстань від осі обертання до кореня стріли, L – відстань кореня стріли до кінцевих блоків стріли.

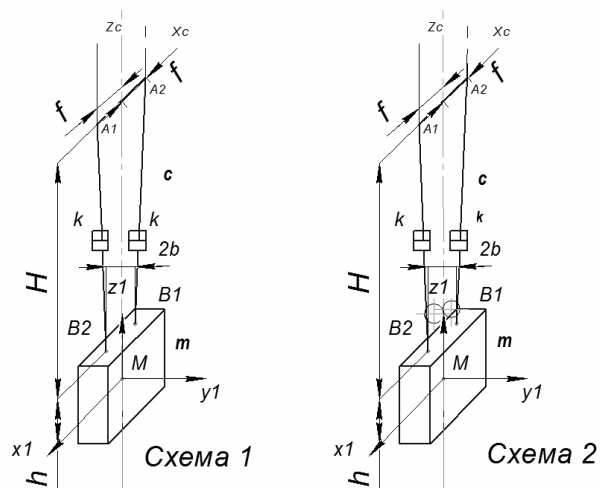


Рис. 1 – Розрахункові схеми підвісу вантажу

незалежні узагальнені координати і швидкості системи, $T - \Pi$ – кінетичний потенціал. Перед розробкою математичних моделей стрілових кранів з метою отримання коефіцієнтів в

При виведенні систем диференціальних рівнянь, що описують рух крана з вантажем на підвісах за схемами 1 і 2 при сумісній роботі механізмів повороту, зміни вильоту підйому, скористаємося рівняннями Лагранжа другого порядку у вигляді:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial(T - \Pi)}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial(T - \Pi)}{\partial q_i} = - \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{q}_i} + Q_i \quad (1)$$

де T, Π і φ – відповідно кінетична і потенційна енергії і дисипативна функція системи кран-вантаж; Q_i – непотенціальні узагальнені сили; q –

Піднімально-транспортні машини

диференціальних рівняннях. При цьому будемо базуватися на результатах роботи Н. І. Козакова [1], А. Н. Орлова [4].

При дослідженні коливань вантажів на підвісах за схемами 1 і 2 приймемо такі припущення:

- 1) канат – ідеальна, невагома нитка;
- 2) безмасові блоки перекочуються по канатах без ковзання;
- 3) довжина підвісу вантажу постійна

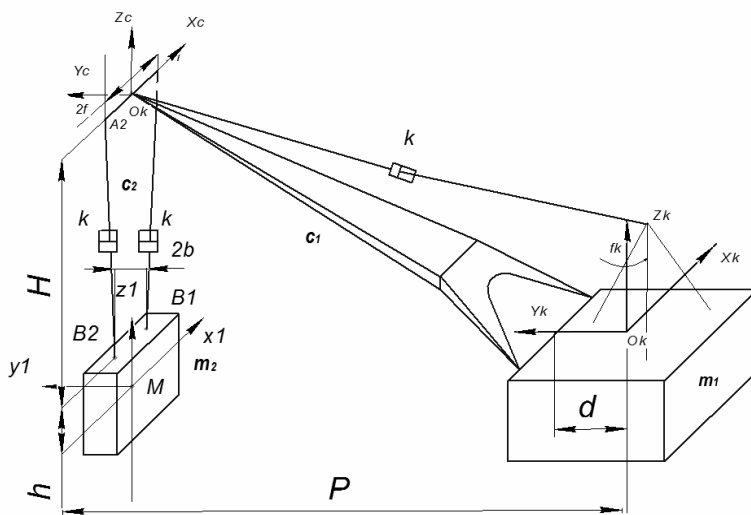


Рис. 2 – Розрахункова схема крану з вантажем

При складанні математичних моделей коефіцієнти диференціальних рівнянь були отримані згідно з роботи [1].

Частні випадки роботи механізму крану

На основі отриманих систем рівнянь можуть бути виведені диференціальні рівняння, які описують ряд часткових випадків роботи механізму крану.

Якщо механізм зміни вильоту не працює, то якщо в

системах диференціальних рівнянь $\rho = \text{const}$, $\dot{\rho} = \ddot{\rho} = 0$. Ми отримаємо системи диференціальних рівнянь в вигляді:

Для схеми 1:

$$\begin{aligned}
 & I_k + m[x^2 + (y + \rho)^2] + 2kxI_{i\rho} - 2I_{\eta\rho}\theta \} \varphi_k - [m(y + \varphi) + kI_{\eta\rho}]x + mx(y'' + \ddot{\varphi}) \\
 & + I_{\xi}\varphi'' - I_{i\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k[m(y + \varphi)(y' + \dot{\varphi}) - I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{i\rho}k\dot{x}] + Vk\omega(I_{i\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) = M_{\theta} - M_c; \\
 & - [m(y + \rho)\ddot{\varphi}_k + m\ddot{x} - m\ddot{\varphi}_k[2(y' + \dot{\rho}) + \dot{\varphi}_kx]]k_x\dot{x} + = I_{\eta\xi}k\ddot{\varphi} + c_x x + c_{x\psi}\psi = 0 \\
 & - (I_{\xi}kx - I_{\eta\xi}\theta + I_{i\rho}) - I_{\xi}k\dot{x} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} + I_{i\rho}\ddot{\theta} + \dot{\varphi}_k[I_{\eta\xi}\dot{\varphi} - kx(I_{\xi} + I_{\eta})] - \\
 & - \varphi_k^2(I_{\eta}\theta - I_{\eta\xi} + I_{i\rho}kx) + k_{\theta}\theta - Vk\omega(I_{\xi}x\dot{\varphi}_k + I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{y\theta}y + c_{\theta} = 0; \\
 & Vk\omega(I_{i\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) - I_{\eta\xi}(I_{i\rho}\dot{\varphi}_kx'' - I_{\eta\xi}\dot{x}) + \dot{\varphi}_k(\varphi + \varphi_k) + c_x x = 0; \\
 & mx\ddot{\varphi}_k + m\ddot{y} + m\varphi_k[2\dot{x} - (y + \varphi)\dot{\varphi}_k] + k_y\dot{y} + c_y y + c_{y\theta}\theta = 0; \\
 & (I_{\eta}\theta + I_{i\rho}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{i\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{i\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{i\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{\varphi}\varphi = 0; \\
 & - (I_{\eta}\theta + I_{i\rho}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{i\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{i\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{i\rho}\dot{\varphi}_kx - I_{\eta\xi}\dot{x}) \\
 & + c_{y\omega}y + c_{\theta}\theta = 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Для схеми 2:

$$I_k + m[x^2 + (y + \rho)^2] + 2kxI_{i\rho} - 2I_{\eta\rho}\theta \} \varphi_k - [m(y + \varphi) + kI_{\eta\rho}]x + mx(y'' + \ddot{\varphi})$$

$$\begin{aligned}
& +I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k[m(y+\varphi)(y'+\dot{\varphi}) - I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}] + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) = M_g - M_c; \\
& -[m(y+\rho)\ddot{\varphi}_k + m\ddot{x} - m\ddot{\varphi}_k[2(y'+\dot{\rho}) + \dot{\varphi}_k x]]k_x\dot{x} - I_{\eta\xi}k\ddot{\varphi} + c_x x + c_x\psi = 0 \\
& \quad mx\ddot{\varphi}_k + m\ddot{y} + m\varphi_k[2\dot{x} - (y+\varphi)\dot{\varphi}_k] + k_y\dot{y} + c_y y + c_{y\theta}\theta = 0; \\
& (I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{\varphi}\varphi = 0; \\
& (I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{\varphi}\varphi = 0; \\
& \quad -(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{r\xi}\ddot{\varphi} + I_{\eta\xi}\ddot{\psi} - I_{\xi r}\ddot{\theta} + k_{\psi}\dot{\psi} + \dot{\varphi}_k[(I_{\eta} + I_{\xi})\dot{\theta} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} \\
& \quad - \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\psi + I_{\xi r}\theta + I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{\xi r}\ddot{\varphi} - I_{\xi r}\ddot{\psi} + I_{\xi}\ddot{\theta} + k_{\theta}\dot{\theta} - \dot{\varphi}_k \\
& \quad [(I_{\xi} + I_{\eta})\dot{\psi} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} + \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})] + c_{y\theta}y + c_{\theta}\theta = 0; \\
& -(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) + \\
& \quad + c_{y\omega}y + c_{\theta}\theta = 0. \tag{3}
\end{aligned}$$

Якщо підвіс моделюється у вигляді математичного маятника, то системи рівнянь приймуть вид:

$$\begin{aligned}
I_k + m[x^2 + (y+\rho)^2]\varphi_k - m(y+\varphi)\ddot{x} + mx(\ddot{y} + \ddot{\varphi})x + mx(\ddot{\rho} + \ddot{y}) + 2\dot{\varphi}_k[m(y+\varphi)]y = \\
= M_g - M_c; \\
-[m(y+\rho)\ddot{\varphi}_k + m\ddot{x} - 2m\ddot{\varphi}_k(y'+\dot{\rho}) + \dot{\varphi}_k x]k_x\dot{x} + (c_x - m\dot{\varphi}_k^2) = 0; \\
mx\ddot{\varphi}_k + m(\ddot{\rho} + \ddot{y}) + m\ddot{\varphi}_k[2\dot{x} - \dot{\varphi}_k(y+\rho)]k_y\dot{y} + c_y y = 0 \tag{4}
\end{aligned}$$

Допустимо в рівняннях $V=0$, $H=const$, отримаємо диференційні рівняння, які описують рух крану з вантажем, тільки при роботі механізму повороту.

Для схеми 1:

$$\begin{aligned}
& I_k + I_{\xi} + m[x^2 + (y+\rho)^2] + 2kxI_{\xi\rho} - 2I_{\eta\rho}\theta \} \\
& \varphi_k - [m(y+\varphi) + kI_{\eta\rho}]x + mx(\ddot{y} + \ddot{\varphi}) + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k \\
& [m(y+\varphi)(y'+\dot{\varphi}) - I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}] + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{\theta}) = M_g - M_c; \\
& -[a_{xk}kx + m(y+\rho)]\ddot{\varphi}_k + \ddot{a}_x x - I_{\eta\xi}k\ddot{\varphi} - I_{\eta\xi}k\ddot{\theta} - \dot{\varphi}_k\{2m(\dot{y} + \dot{\rho}) + k[I_{\xi\rho}\dot{\varphi} + I_{\xi}] - \\
& -\dot{\varphi}_k^2[(m + I_{\xi}k^2)x + k(I_{\eta} + I_{\xi}\theta)] + kx_{\psi}\dot{x} + Vkw[(2kx + \theta\dot{\varphi}_k) + I_{\xi\rho}(2kx + \theta) - I_{\xi\rho}(\dot{\varphi} + \\
& + \dot{\varphi}_k)] + c_x x = 0; \} \\
& mx\ddot{\varphi}_k + (m_b + m)\ddot{\rho} + m\ddot{y} + m\varphi_k + m_b 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + c_{y\omega}y + c_{\theta}\theta = 0; \\
& -(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{r\xi}\ddot{\varphi} + I_{\eta\xi}\ddot{\psi} - I_{\xi r}\ddot{\theta} + k_{\psi}\dot{\psi} + \dot{\varphi}_k[(I_{\eta} + I_{\xi})\dot{\theta} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} - \\
& - \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\psi + I_{\xi r}\theta + I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{\xi r}\ddot{\varphi} - I_{\xi r}\ddot{\psi} + I_{\xi}\ddot{\theta} + k_{\theta}\dot{\theta} - \dot{\varphi}_k \\
& [(I_{\xi} + I_{\eta})\dot{\psi} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} + \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})] + c_{y\theta}y + c_{\theta}\theta = 0. \tag{5}
\end{aligned}$$

Для схеми 2:

$$I_k + m[x^2 + (y+\rho)^2] + 2kxI_{\xi\rho} - 2I_{\eta\rho}\theta \} \varphi_k - [m(y+\varphi) + kI_{\eta\rho}]x + mx(\ddot{y} + \ddot{\varphi})$$

Піднімально-транспортні машини

$$\begin{aligned}
& +I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k[m(y+\varphi)(y'+\dot{\varphi}) - I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}] + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) = M_g - M_c; \\
& -[m(y+\rho)\ddot{\varphi}_k + m\ddot{x} - m\dot{\varphi}_k[2(y'+\dot{\rho}) + \dot{\varphi}_k x]]k_x\dot{x} - I_{\eta\xi}k\ddot{\varphi} + c_x x + c_x\psi = 0; \\
& mx\ddot{\varphi}_k + m\ddot{y} + m\varphi_k[2\dot{x} - (y+\varphi)\dot{\varphi}_k] + k_y\dot{y} + c_y y + c_y\theta = 0; \\
& (I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{\varphi}\varphi = 0; \\
& (I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) + c_{\varphi}\varphi = 0; \\
& -(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{r\xi}\ddot{\varphi} + I_{\eta\xi}\ddot{\psi} - I_{\xi r}\theta'' + k_{\psi}\dot{\psi} + \dot{\varphi}_k[(I_{\eta} + I_{\xi})\dot{\theta} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} - \\
& \quad - \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\psi + I_{\xi r}\theta + I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k - I_{\xi r}\ddot{\varphi} - I_{\xi r}\ddot{\psi} + I_{\xi}\ddot{\theta} + k_{\theta}\dot{\theta} - \\
& \quad - \dot{\varphi}_k[(I_{\xi} + I_{\eta})\dot{\psi} - I_{\eta\xi}\dot{\varphi} + \dot{\varphi}_k(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})] + c_{y\theta}y + c_{\theta}\theta = 0; \\
& -(I_{\eta}\theta + I_{\xi r}\psi - I_{\eta\xi})\ddot{\varphi}_k + I_{\xi}\varphi'' - I_{\xi\rho}\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}_k(I_{\eta\xi}\ddot{\theta} + I_{\xi\rho}k\dot{x}) + Vk\omega(I_{\xi\rho}\dot{\varphi}_k x - I_{\eta\xi}\dot{x}) + \\
& \quad + c_y y + c_x x = 0.
\end{aligned} \tag{6}$$

З рівнянь можна отримати рівняння, коли вантаж на канатах моделюється в вигляді математичного маятника, то системи рівнянь приймуть вид:

$$\begin{aligned}
& I_k + m[x^2 + (y+\rho)^2]\varphi_k - m(y+\varphi)\ddot{x} + mx(\ddot{y} + \ddot{\varphi})x + mx(\ddot{\rho} + \ddot{y})2\dot{\varphi}_k[m(y+\varphi)]y \\
& \quad = M_g - M_c; \\
& -[m(y+\rho)\ddot{\varphi}_k + m\ddot{x} - 2m\dot{\varphi}_k(y'+\dot{\rho}) + \dot{\varphi}_k x]k_x\dot{x} + (c_x - m\varphi_k^2) = 0; \\
& \quad mx\ddot{\varphi}_k + m(\ddot{\rho} + \ddot{y}) + 2m\dot{\varphi}_k + (c_y - m\varphi_k^2)y.
\end{aligned} \tag{7}$$

координати точок ai в системі XYZ і Bi в системі $\eta\xi\tau$ визначаються по методиці [1].

Спроектуємо сили натягу в канатах і вага вантажу на вісь Mz :

$$S_1 \cos(S_1 z) + S_2 \cos(S_2 z) - G = m\ddot{z}$$

Звідки

$$S_1 = S_2 = \frac{G}{2 \cos \alpha} = S_0. \tag{7}$$

Відносні величини навантажень:

$$\begin{aligned}
\gamma_x &= \frac{\cos[y + \psi(h + btg\alpha)]}{l}, \\
\gamma_y &= \frac{[y - (h - r \sin \alpha)\theta]}{2 \cos \alpha}, \\
\gamma_z &= -1.
\end{aligned} \tag{8}$$

Моменти сил натягів в канатах Si щодо осей $O_c x_c$, $O_c y_c$, $O_c z_c$. Отримаємо:

$$M_x = 0, M_y = fP_x tg \alpha, M_z = c_{\varphi} \varphi. \tag{9}$$

Формули, отримані для розрахунку навантажень на кран для схем 1 і 2 можна узагальнити. Моменти для обох схем визначаються по формулам:

$$M_x = 0, M_y = f \left(P_x t g \alpha - \frac{Q \Delta}{\cos^2 \alpha} \right), M_z = c_\varphi \varphi. \quad (10)$$

Навантаження представляються у вигляді:

$$\begin{aligned} P_{1x} &= \frac{m}{ax} [c_x + \rho \ddot{\varphi}_k l_\eta k^2] & P_{2x} &= c_x x + c_x \psi, \\ P_y &= c_y y + c_{y\theta} \theta, & P_x &= -G. \end{aligned} \quad (11)$$

Тут навантаження P_x для схем 1 і 2 визначаються за різними формулами, Таким чином, навантаження на кран від вантажу який розгойдується залежить від схеми його підвісу і інерційних характеристик вантажу [4].

Висновки

1. Отримано системи диференціальних рівнянь, що описують рух крана з вантажем на просторових підвісах по двом схемам. Рівняння дозволяють досліджувати рух крана при спільній роботі механізмів підйому, повороту та зміни вильоту, при спільній роботі механізмів повороту і підйому і тільки механізму повороту.

2. Отримані вирази для розрахунку навантажень на кран від вантажу, який розгойдується на канатах, які враховують схему підвісу вантажу і його інерційні характеристики.

3. При коливаннях вантажу на підвісі за схемою 1 відбувається перерозподіл натягів в канатах, і при відповідних умовах може відбутися ослаблення одного з них.

Список використаних джерел:

1. Казаков Н. И. Уменьшение раскачиваний груза на пространственном канатном подвесе при работе механизма поворота стреловых кранов / Н. И. Казаков // Труды Ленингр. политех., ин-та. Ленинград: 1984. – С. 42-68.
2. Аграновский Ю. В. Оптимизация пусковых режимов электромеханических систем поворота порталных кранов / Ю. В. Аграновский, Л. А. Алейнер // Труды Ленинградского института водного транспорта. – Ленинград, 1973. – Вып. 141. – С. 46-53.
3. Математические модели и уравнения движения порталных и мостовых кранов / Ю. М. Айнбиндер, А. И. Воробьев, И. Д. Маричев, И. М. Редкина // Труды Воронежского политехнического института. – Воронеж, 1973. – Вып. 4. – С. 78-88.
4. Аксенов Л. В. Синтез оптимальной системы для подавления раскачиваний груза / Л. В. Аксенов, Г. Й. Гниломедов, А. Н. Орлов // Труды Ленинградского института водного транспорта. – Ленинград, 1976. – Вып. 155. – С. 25-31.

References

1. Kazakov, N 1984 'Umensheniye raskachivaniy gruzha na prostranstvennom kanatnom podvese pri rabote mekhanizma povorota strelovykh kranov', *Trudy Leningradskogo instituta vodnogo transporta*, pp. 42-68.
2. Agranovskiy, Yu & Aleyner, L 1973 'Optimizatsiya puskovykh rezhimov elektromekhanicheskikh sistem povorota portalnykh kranov', *Trudy Leningradskogo instituta vodnogo transporta*, iss. 141, pp. 46-53.
3. Aynbinder, Yu, Vorobyev, A, Marichev, I & Redkina, I 1973, 'Matematicheskiye modeli i uravneniya dvizheniya portalnykh i mostovykh kranov', *Trudy Leningradskogo instituta vodnogo transporta*, iss. 4, pp. 78-88.
4. Aksenov, L, Gnilomedov, G & Orlov, A 1976, 'Sintez optimalnoy sistemy dlya podavleniya raskachivaniy gruzha', *Trudy Leningradskogo instituta vodnogo transporta*, iss. 155, pp. 25-31.

Стаття надійшла до редакції 31 березня 2017 р.