

УДК 621.876:531.3

## **ДИНАМИКА ПОДЪЕМНОЙ УСТАНОВКИ С УЧЕТОМ УПРУГОСТИ КАНАТА**

**©Осипова Т. Н., Хорошилов О. Н., Писарцов А. С.**

*Українська інженерно-педагогічна академія*

### **Інформація про авторів:**

**Осипова Тетяна Миколаївна:** ORCID: 0000-0002-1915-4734; tanya\_338@gmail.com; асистент кафедри металоріжучого обладнання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Хорошилов Олег Миколайович:** ORCID: 0000-0003-2048-6311; horol@i.ua; доктор технічних наук; професор кафедри металоріжучого обладнання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Писарцов Олександр Сергійович:** ORCID: 0000-0003-4661-5441; alex.pisartsov@gmail.com; старший викладач кафедри металоріжучого обладнання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська 16, м. Харків, 61003, Україна.

Проведен анализ литературных источников по изучению динамического подхода к теории расчета подъемных канатов. Сначала рассматривали канат с распределенной массой при внезапной остановке верхнего конца как гибкую упругую нить с грузом на конце; позднее подъемные установки привели к многомассовым механическим системам с невесомыми упругими звеньями

Приведены конструкции шахтных подъемных установок, их расчетные динамические схемы с учетом и без учета упругости подъемного каната и математическое описание динамических процессов колебательного характера в канатах подъемников при силовых переходных процессах.

Получено математическое описание динамических процессов колебательного характера в канатах одноконцевой и двухконцевой подъемных установок при силовых переходных процессах в виде аналитического дифференциального уравнения.

**Ключевые слова:** подъемная установка; динамика; математическая модель; дифференциальное уравнение.

**Осипова Т. М., Хорошилов О. М., Писарцов О. С.** «Динаміка підйомної установки з урахуванням пружності каната».

Проведено аналіз літературних джерел по вивченню динамічного підходу до теорії розрахунку піднімальних канатів. Спочатку розглядали канат з розподіленою масою при раптовій зупинці верхнього кінця як гнучку пружну нитку з вантажем на кінці; пізніше підйомні установки привели до багатомасових механічних систем з невагомими пружними ланками.

Наведено конструкції шахтних підйомних установок, їх розрахункові динамічні схеми з обліком та без обліку пружності підйомного каната й математичний опис динамічних процесів коливального характеру в канатах підйомників при силових перехідних процесах.

Отримано математичний опис динамічних процесів коливального характеру в канатах однокінцевої й двохкінцевої підйомних установок при силових перехідних процесах у вигляді аналітичного диференціального рівняння.

**Ключові слова:** підйомна установка; динаміка; математична модель; диференціальне рівняння.

*Osypova T., Khoroshylov O., Pysartsov O.* “Dynamics of lifting installation with regard to the elasticity of the rope”.

The analysis of literature sources on the study of the dynamic approach to the theory of calculation of lifting ropes is carried out. First, a rope with distributed mass was considered when the upper end was suddenly stopped as a flexible elastic thread with a load at the end; Later lifting equipment led to multi-mass mechanical systems with weightless elastic links

The designs of mine hoisting installations, their design dynamic schemes with and without considering the elasticity of the lifting rope, and a mathematical description of the dynamic processes of oscillatory character in ropes of hoists during power transient processes are given.

A mathematical description of dynamical processes of oscillatory character in the ropes of one-end and two-terminal elevating systems for power transients in the form of an analytical differential equation is obtained.

**Key words:** lifting installation; dynamics; mathematical model; differential equation.

## 1. Введение

В процессе эксплуатации подъемных установок возникают вертикальные колебания концевых грузов на канатах в результате пуска и остановки электродвигателя, рабочего и экстренного торможений барабана механическими тормозами, посадки и снятия концевых грузов с жесткого основания. Колебательные процессы в канатах подъемных установок увеличивают их динамические нагрузки и уменьшают коэффициент запаса прочности канатов.

## 2. Анализ литературных данных

Проблема снижения динамических нагрузок на канат активно изучается с момента начала применения электрического привода для шахтных подъемных установок. Колебания подъемных сосудов связаны с упругими свойствами головных канатов и возникают при любом изменении тягового усилия в канате (включение и отключение двигателя, отключение очередной ступени роторных сопротивлений во время разгона машины, появление тормозного усилия).

Теоретические основы шахтных подъемных установок были заложены в работах М. М. Федорова [1, 2] и А. П. Германа [3]. Развитие теории шахтного подъема получило в трудах А. С. Ильичева, Г. М. Еланчика, Ф. Н. Шклярского, Н. Г. Картавого, З. М. Федоровой, В. Б. Уманского. Основоположителем динамического подхода к теории расчета подъемных канатов является акад. А. Н. Динник. Он в отличие от иностранных ученых (А. Ляв, Дж. Перри, И. Ричардсон) наиболее полно решил задачу о динамических напряжениях в одном канате с распределенной массой постоянной длины и сечения, возникающих при внезапной остановке верхнего конца каната [4] и рассмотрел решение этой задачи на основе волновой теории, а проволочный канат принял за гибкую упругую нить. А. Н. Динником выполнено большое число экспериментальных и теоретических исследований прочности, долговечности, упругости каната.

Значительный вклад в исследования динамики шахтного подъемного каната привнесли работы А. Ш. Локшина, Н. П. Неронова, Ф. В. Флоринского, Г. Н. Савина и др. В самом начале подъемный канат рассматривался как упругая нить. Затем в работах

## **Динаміка та міцність машин**

---

Ф. В. Флоринского рассматривается упруго-вязкий стержень с учетом внутренних сил сопротивления каната [5] с грузом на нижнем конце и с различными граничными условиями, если верхний конец его имеет ускорение.

Г. Н. Савиным рассмотрены динамические напряжения, возникающие в подъемном канате при различных режимах работы и различные методы расчета канатов для шахтного подъема [6]. Автор выясняет величину динамического запаса прочности каната, учитывая явления усталости. На основании динамической теории даны коэффициенты запаса прочности для расчета канатов. Первое исследование подъемной установки как многомассовой механической системы с упругими звеньями было выполнено А. Н. Голубенцевым на примере однобарабанной и двухбарабанной подъемных машин, описываемых системой из пяти или шести дифференциальных уравнений, исследование которых представляло значительные трудности с точки зрения математики [7].

С. Н. Кожевников [8] составил расчетные схемы динамических нагрузок в упругих звеньях многомассовых систем, где за обобщенные координаты приняты моменты сил упругости, развиваемые в звеньях во время переходного процесса; рассмотрел метод приведения распределенных масс валов к дискретным массам и стационарное упругое состояние вала.

Также вопросам снижения динамических нагрузок и безопасности работы шахтных подъемных установок посвящены работы А. Г. Степанова, М. В. Корнякова, И. Н. Латыпова, В. И. Дворникова, А. П. Нестерова, В. С. Ловейкина и др.

### **3. Цель и задачи исследования**

Целью данной работы является изучение динамических процессов в канатах шахтных подъемных установок без учета и с учетом упругости каната.

Для достижения поставленной цели необходимо построить динамические схемы шахтных подъемных установок и получить математическое описание динамических процессов колебательного характера в канатах подъемников.

### **4. Динамика подъемной установки без учета упругости звеньев**

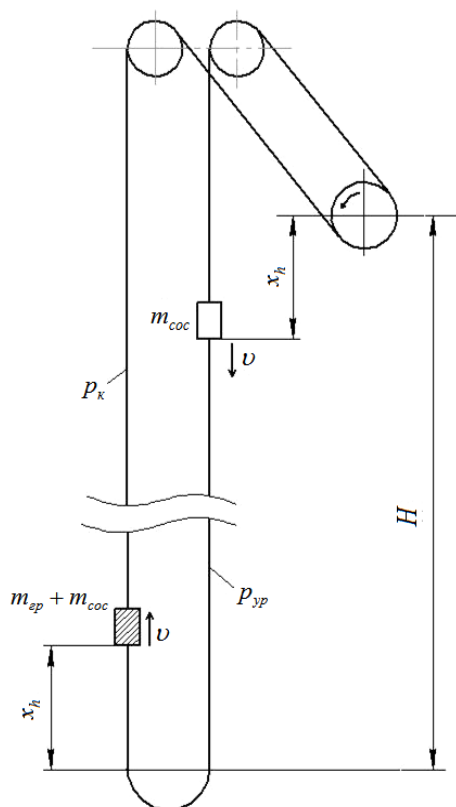
Подъемную установку без учета упругости звеньев можно рассматривать как одномассовую систему.

На рис. 1 представлена схема шахтной подъемной установки с уравновешивающим канатом.

При расчете движущего динамического усилия  $F_{\text{дв}}$  на радиусе обода органа навивки уравнение для такой системы получено академиком М. М. Федоровым и имеет вид [1]:

$$M \frac{d^2 x_h}{dt^2} - (p_{yp} - p_k)(H - 2x_h)g + km_{cp}g = F_{\text{дв}} \quad (1)$$

где  $k$  – коэффициент сопротивления движению подъемных сосудов в стволе шахты;  $m_{cp}$  – вес полезного поднимаемого груза;  $H$  – высота подъема;  $x_h$  – путь, который прошел сосуд от приемной площадки;  $M$  – приведенная масса подъемной установки;  $(d^2 x_h / dt^2)$  – ускорение (замедление) системы подъема;  $g$  – ускорение свободного падения.



**Рис. 1** – Схема шахтної підйомної установки:  $H$  – висота підйому, м;  $m_{ep}$  – маса полезного груза, кг;  $x_h$  – путь, пройденный подъемным сосудом от конечной точки его остановки, м;  $p_k$  – погонная масса 1 м подъемного каната, кг/м;  $p_{yp}$  – погонная масса 1 м уравновешивающего каната кг/м;  $v$  – скорость подъемной машины, м/с

На практике данное уравнение рассматривается не как дифференциальное уравнение, а как формула для вычисления движущего усилия привода  $F_{дв}$  при заданной функции перемещения сосудов  $x_h = x_h(t)$ .

Используя данное уравнение, можно рассчитать только статические усилия в канате в разные периоды работы подъемной установки. Однако, для определения динамических нагрузок, действующих на элементы подъемной установки необходимо учитывать упругие свойства стального каната и рассматривать шахтную подъемную установку как многомассовую систему.

### 5. Динамика подъемной установки с учетом упругости каната

Шахтная подъемная установка в реальности состоит из сосредоточенных масс (сосудов, барабанов, вращающихся частей редуктора, ротора двигателя) и распределенных – канатов. Так как нас интересуют только динамические усилия, возникающие в канате, будем воспринимать элементы подъемной машины как единое целое, приведенные к радиусу обода приводного барабана.

Одноконцевая подъемная установка при невесомом канате состоит из двух масс. Подъемная машина обычно приводится к поступательно перемещающейся массе, на которую не действует ее собственный вес, а после стопорения подъемной

машины (см. рис. 2) движение сосуда описывается также как для груза на пружине.

Движение двухмассовой системы при невесомом канате описывается системой уравнений [9]:

$$\left. \begin{aligned} m_{н.м} x'' &= \mp S - F_m; \\ (m_{ep} + m_{coc}) y'' &= \pm S \mp (m_{ep} + m_{coc}) g, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $F_m$  – тормозное усилие на приводном барабане, Н;

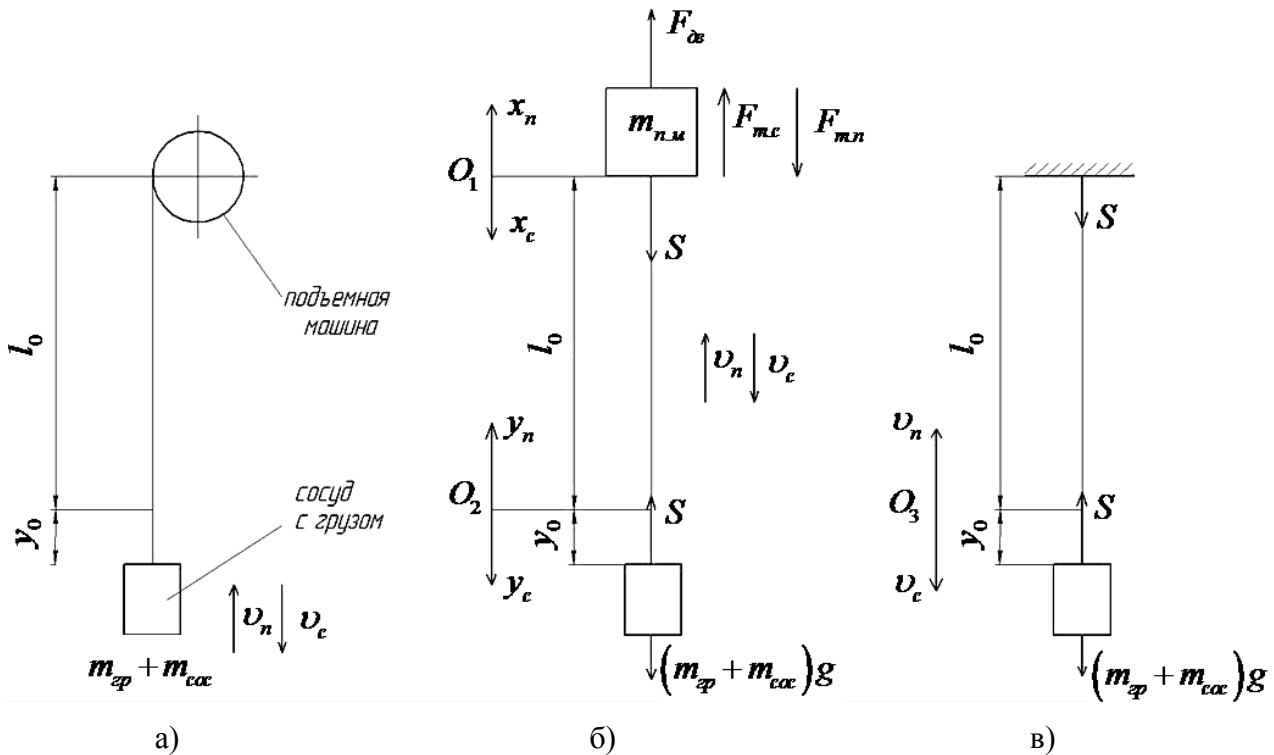
$x''$  и  $y''$  – ускорение соответственно подъемной машины и концевого груза, м/с<sup>2</sup> (здесь верхние знаки – режим подъема, нижние – спуска).

В расчетной схеме одноконцевого шахтного подъемника (см. рис. 2) длину каната во время силового переходного процесса считаем постоянной. Пренебрегая затуханием колебаний, усилие в канате можно записать:

## Динаміка та міцність машин

$$S = \pm c_k \cdot (x - y), \quad (3)$$

где  $c_k = \frac{E \cdot F_k}{l_0}$  – жесткость каната, Н/м,  $E$  – модуль упругости каната, Н/м<sup>2</sup>;  $F_k$  – поперечное сечение каната, м<sup>2</sup>;  $x$  – перемещение массы  $m_{н.м}$ , м;  $y$  – перемещение массы  $m_{зр} + m_{сос}$ , м.



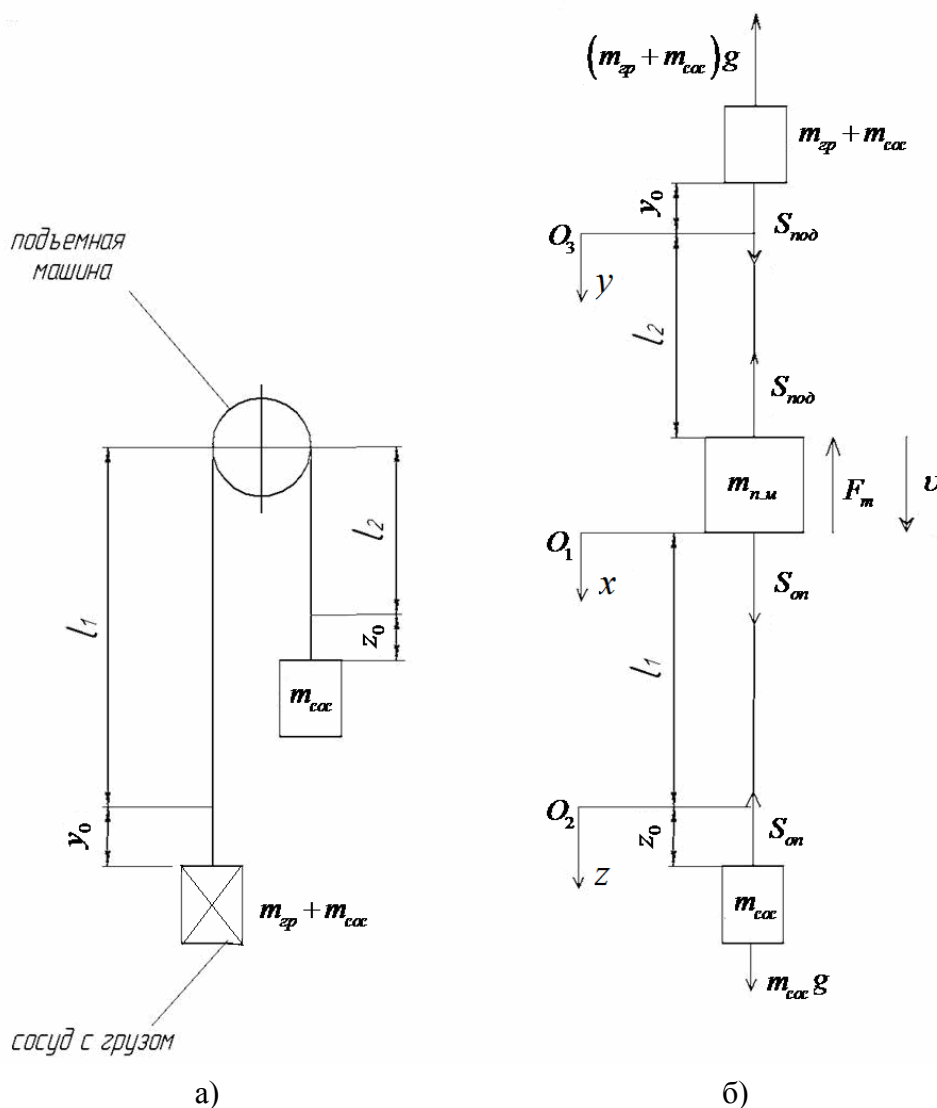
**Рис. 2** – Расчетные схемы одноконцевой шахтной подъемной установки при невесомом канате: а) действительная расчетная схема; б) упрощенная расчетная схема; в) расчетная схема после полной остановки подъемной машины:  $m_{н.м}$  – приведенная масса подъемной машины, кг;  $m_{сос}$ ,  $m_{зр}$  – соответственно массы сосуда и концевго груза, кг;  $x_n$  и  $x_c$  – перемещения массы  $m_{н.м}$  соответственно при подъеме и спуске, м;  $y_n$  и  $y_c$  – перемещения массы  $m_{зр} + m_{сос}$  соответственно при подъеме и спуске, м;  $y_0$  – удлинение каната под действием веса сосуда с грузом, м;  $S$  – усилие в канате, Н;  $v_n$  и  $v_c$  – скорость сосуда соответственно при подъеме и спуске до момента торможения, м/с;  $l_0$  – начальная (нерастянутая) длина каната, м;  $F_{м.с}$  и  $F_{м.п}$  – сила торможения при спуске и при подъеме, Н

С учетом (3) система уравнений (2) будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} m_{н.м} x'' &= -c_k \cdot (x - y) - F_m; \\ (m_{зр} + m_{сос}) y'' &= c_k \cdot (x - y) \mp (m_{зр} + m_{сос}) g. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Данная система уравнений справедлива при мгновенном отключении двигателя и возникающем постоянном тормозном усилии  $F_m$  [9].

В данное время горнодобывающей промышленности в основном используются двухконцевые подъемные установки. На рис. 3 приведена трехмассовая расчетная схема двухконцевой установки при подъеме груза, где по аналогии с расчетными схемами одноконцевого подъемника подъемная машина приведена к массе  $m_{н.м}$ , на которую не действует собственный вес.



**Рис. 3** – Расчетные схемы двухконцевой подъемной установки при невесомом канате: а) действительная расчетная схема, б) упрощенная расчетная схема:  $S_{под}$  и  $S_{он}$  – усилие в поднимающейся и опускающейся ветви каната, Н;  $l_1$  и  $l_2$  – нерастянутые длины канатов опускающейся и поднимающейся ветви, м;  $z_0$  – удлинение опускающейся ветви каната под действием порожнего сосуда, м

Движение трехмассовой системы двухконцевого подъемника при невесомом канате описывается системой уравнений [9]:

$$\left. \begin{aligned} m_{н.м.} x'' &= c_k \cdot (z - x) - c_k \cdot (x - y) - F_m; \\ (m_{сп} + m_{сос}) y'' &= c_k \cdot (x - y) \mp (m_{сп} + m_{сос}) g; \\ m_{сос} z'' &= m_{сос} g - c_k \cdot (z - x), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $x$ ,  $z$  и  $y$  – перемещения масс соответственно  $m_{н.м.}$ ,  $m_{сп} + m_{сос}$  и  $m_{сос}$ , отсчитываемые от начальных точек в пространстве  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$ .

Описанные системы дифференциальных уравнений можно использовать для анализа предохранительного торможения и для расчета динамических нагрузок при небольшой глубине подъема (до 150 м) [10].

**Динаміка та міцність машин****Выводы**

Рассмотрены динамические процессы в канатах шахтных подъемных установок без учета и с учетом упругости каната. Динамика подъемной установки без учета упругости звеньев рассмотрена на двухконцевом подъемнике с уравнивающими канатами, а без учета сил упругости каната – на неуравновешенных одноконцевой и двухконцевой установках. Построены динамические схемы подъемников и получено математическое описание динамических процессов колебательного характера в канатах подъемников при силовых переходных процессах.

**Список использованных источников:**

1. Федоров М. М. Методология динамической теории расчета подъемного каната вертикальных шахт / Михаил Михайлович Федоров // Записки института горной механики. АН УССР. – 1936. – С. 235-239.
2. Федоров М. М. Теория и расчет гармонического рудничного подъема / М. М. Федоров // Избранные труды : в 2-х т. – К. : Изд-во АН УССР, 1957. – Т.1. – С. 51-128.
3. Герман А. П. Рудничные подъемные установки : учеб. для горных вузов / А. П. Герман, Ф. Н. Шклярский. – М. ; Л. : Углетехиздат, 1947. – 534 с.
4. Динник А. Н. Динамические напряжения в подъемном канате при внезапной остановке верхнего конца / А. Н. Динник // Южный инженер. – 1917. – № 3-4.
5. Флоринский Ф. В. Динамика шахтного подъемного каната / Федор Валентинович Флоринский. – М. : Углетехиздат, 1955. – 238 с.
6. Савин Г. Н. Динамическая теория расчета шахтных подъемных канатов / Г. Н. Савин. – К. : Из-во АН УССР, 1949. – 238 с.
7. Голубенцев А. Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами / А. Н. Голубенцев. – М. : Машгиз, 1959. – 146 с.
8. Кожевников С. Н. Динамика машин с упругими звеньями / Сергей Николаевич Кожевников. – К. : Из-во АН УССР, 1961. – 160 с.
9. Траубе Е. С. Тормозные устройства и безопасность шахтных подъемных машин / Е. С. Траубе, И. С. Найденко. – М. : Недра, 1980. – 256 с.
10. Федорова З. М. Подъемники : учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов / З. М. Федорова, И. Ф. Лукин, А. П. Нестеров. – К. : Вища шк., 1976. – 294 с.

**References**

1. Fedorov, M 1936, 'Metodologiya dinamicheskoy teorii rascheta podyemnogo kanata vertikalnykh shakht, *Zapiski instituta gornoj mekhaniki AN USSR*, no. 1, pp. 235-239.
2. Fedorov, M 1957, 'Teoriya i raschet garmonicheskogo rudnichnogo podyema', *Izbrannyye trudy*, vol. 1, *Izdatelstvo AN USSR*, Kyiv.
3. German, A & Shklyarskiy, F 1947, *Rudnichnyye podyemnyye ustanovki*, Ugletekhizdat, Moskva, Leningrad.
4. Dinnik, A 1917, 'Dinamicheskkiye napryazheniya v podyemnom kanate pri vnezapnoy ostanovke verkhnego kontsa', *Yuzhnyy inzhener*, no. 3-4.
5. Florinskiy, F 1955, *Dinamika shakhtnogo podyemnogo kanata*, Ugletekhizdat, Moskva.
6. Savin, G 1949, *Dinamicheskaya teoriya rascheta shakhtnykh podyemnykh kanatov*, Izdatelstvo AN USSR, Kyiv.
7. Golubentsev, A 1959 *Dinamika perekhodnykh protsessov v mashinakh so mnogimi massami*, Mashgiz, Moskva.
8. Kozhevnikov, S 1961, *Dinamika mashin s uprugimi zvenyami*, Izdatelstvo AN USSR, Kyiv.
9. Traube, E & Naydenko, I 1980, *Tormoznyye ustroystva i bezopasnost shakhtnykh podyemnykh mashin*, Nedra, Moskva.
10. Fedorova, Z, Lukin, I & Nesterov, A 1976, *Podyemniki*, Vyshcha shkola, Kyiv.

Стаття надійшла до редакції 19 травня 2017 р.