

УДК 621.863

**ВИЗНАЧЕННЯ КОНТАКТНИХ НАПРУЖЕНЬ  
В ЗОНІ ДІЇ КАНАТА ТА ГЛАДКОГО БАРАБАНА**  
©Фідровська Н. М.<sup>1</sup>, Ругаєв Р. С.<sup>2</sup>, Лесовицький К. Ю.<sup>1</sup>

*Українська інженерно-педагогічна академія<sup>1</sup>*

*ДП завод «Електроважмаш»<sup>2</sup>*

**Інформація про авторів:**

**Фідровська Наталія Миколаївна:** ORCID: 0000-0002-5248-273X; mot@uipa.edu.ua; доктор технічних наук; професор кафедри металоріжучого обладнання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Ругаєв Руслан Сергійович:** ORCID: 0000-0001-5663-0261; ruslan-rugaev3@mail.ru; інженер-механік; ДП завод «Електроважмаш»; пр-т Московський, 299, м. Харків, 61089, Україна.

**Лесовицький Костянтин Юрійович:** ORCID: 0000-0002-3358-6664; skif085@mail.ru; аспірант кафедри металоріжучого обладнання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

В статті розглянута контактна задача взаємодії двох циліндрів, один з яких є канат, а інший – канатний барабан. Також були розглянуті наукові дослідження Г. Герца якому вдалося отримати загальне рівняння контактної задачі. В якій показав, що розміри площини дотику залежать від навантаження і пружних властивостей матеріалів. Форма контактної площини визначається геометрією тіл дотику. У дослідженнях М. Н. Беляєва було значно спрощене рішення для багатьох технічних задач та приводить його до більш прийняттого вигляду. В розглянутій схемі барабан прийнятий гладким, без нарізки гвинтової канавки, що суттєво змінює розрахунок. Визначені рішення контактуючих поверхонь і переміщень точок контакту.

На підставі розглянутих досягнень Г. Герца та М. Н. Беляєва були отримані рівняння для контактуючих поверхонь каната і барабана і прогину в точці контакту, що дало можливість уточнити розрахунки контактних напружень каната і барабана.

**Ключові слова:** гладкий барабан; напруження; канат; контактна задача; циліндрична поверхня; прогин; зона контакту.

**Фидровская Н. Н., Ругаев Р. С., Лесовицкий К. Ю.** «Определение контактных напряжений в зоне контакта каната и гладкого барабана».

В статье рассмотрена контактная задача взаимодействия двух цилиндров, один из них канат, а другой – канатный барабан. Так же были рассмотрены научные исследования Г. Герца которому удалось получить общее уравнение контактной задачи. В котором показал, что размеры площади прикосновения зависят от нагрузки и упругих свойств материалов. Форма контактной площади определяется геометрией тел прикосновения. В исследованиях М. Н. Беляева было значительно упрощено решение для многих технических задач и приводит его к более приемлемому виду. В рассмотренной схеме барабан принят гладким, без нарезки винтовой канавки, которая существенно изменяет расчёт. Определённые решения контактирующих поверхностей и перемещений точек контакта.

На основании рассмотренных достижений Г. Герца и М. Н. Беляева были получены уравнения для контактирующих поверхностей каната и барабана и прогиба в точке контакта, что дало возможность уточнить расчёты контактных напряжений каната и барабана.

**Ключевые слова:** гладкий барабан, напряжения, канат, контактная задача, цилиндрическая поверхность, прогиб, зона контакта.

**Fidrovskа N., Rugaev R., Liesovytskyi K.** “Define of contact strain in zone act of rope and smooth drum”.

In the article the contact problem of interaction between two cylinders, one of them a rope, and the other - the rope drum. Also we considered research H. Hertz who managed to get a general equation of the contact problem. Which shows that the size of the touch area depend on the load and the elastic properties of the materials. The shape of the contact area is defined by the geometry of the body touches. In studies, M. N. Belyaev has been greatly simplified solution for many of the technical problems and led him to a more acceptable form. The considered scheme adopted smooth drum, without cutting helical groove, which substantially alters the calculation. Certain decisions of the contacting surfaces and the displacement of the contact points.

Based on reviewing the achievements of H. Hertz and M. N. Belyaev equations were derived for the contacting surfaces of the rope and the drum and the deflection at the point of contact, which made it possible to clarify the calculations of contact stresses and rope drum.

**Keywords:** smooth drum; strain; rope; contact problem; cylindrical surface; sag; zone of act.

## 1. Вступ

Задача міцності матеріалу в умовах контактних напружень з часом набуває все більшого значення. Це пояснюється з одного боку значним розповсюдженням видів деталей, міцність яких в значній мірі визначається контактними напруженнями (зубчасті колеса, підшипники, ходові колеса і таке інше), з другого - тим фактом, що сучасні знання законів міцності матеріалу дозволяють підійти до вирішення цієї проблеми більш обґрунтовано.

Механіка контактної взаємодії являється актуальною областю деформованого твердого тіла. Її розвиток стимулюється проблемами машинобудування, видобувної та переробної галузей промисловості, але в першу чергу питаннями трибології.

## 2. Постановка задачі

Одним з перших дослідників, кому вдалося отримати загальне рішення контактної задачі, був Г. Герц [1]. Він розглядав контакт двох пружних тіл з криволінійними поверхнями, які навантажені силами, діючими поперечно до площини контакту.

При цьому Г. Герц приймав наступні припущення:

- 1) тіла абсолютно пружні, ізотропні та однорідні,
- 2) матеріали обох тіл підкоряються закону Гука,
- 3) стискаюча сила нормальна до площини контакту,
- 4) тиск, який розподілений на поверхні дотику, нормальний до цієї поверхні в будь-якій з її точок,
- 5) лінійні розміри поверхонь дотику дуже незначні в порівнянні з радіусами кривизни контактуючих поверхонь.

**Піднімально-транспортні машини****3. Основний матеріал**

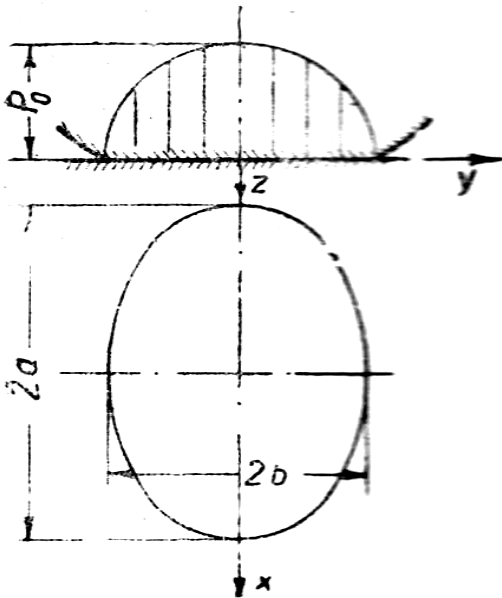
Г. Герц показав, що для випадку попереднього дотику в точці об'ємна епюра тиску на поверхні контакту представляє півеліпсоїд (рис. 1). В цьому випадку тиск для кожної точки площини контакту можна визначити по формулі

$$p = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, \quad (1)$$

де  $a$  і  $b$  – півосі еліптичної площини дотику;

$x$  і  $y$  – координатні точки на площині дотику;

$p_0$  – максимальний тиск на площині дотику (в центрі).



**Рис. 1** – Епюра тиску на поверхні контакту

більш прийняттого вигляду.

Викладення основного матеріалу. Дуже часто канатні барабани не профільовані, наприклад барабани для багатошарової навивки, в цьому випадку контакті напруження визначаються з деякими відмінностями.

Для не профільованого барабану кривизни будуть мати наступний вигляд

$$K_{11} = \frac{1}{\infty} = 0; \quad K_{12} = \frac{1}{R}; \quad K_{21} = \frac{1}{r_k}; \quad K_{22} = \frac{1}{R}, \quad (3)$$

тоді система (3) прийме вигляд

$$\begin{cases} 2(A + B) = \frac{2}{R} + \frac{1}{r_k} \\ 2(A - B) = \frac{1}{r_k} + \frac{1}{R} (\cos 2\gamma_2 - \cos 2\gamma_1) \end{cases} \quad (4)$$

Вирішуючи систему (4) отримуємо

$$A = \frac{1}{2R} \left( 1 + \frac{\cos 2\gamma_2}{2} - \frac{\cos 2\gamma_1}{2} \right) + \frac{1}{4r_k} (1 + \cos 2\gamma_1),$$

$$B = \frac{1}{2R} \left( 1 + \frac{\cos 2\gamma_2}{2} - \frac{\cos 2\gamma_1}{2} \right) + \frac{1}{4} (1 - \cos 2\gamma_1).$$

Використовуємо рівняння [3] для визначення кутів  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$ .

Враховуємо, що кут  $\gamma = \beta$ , де  $\beta$  – кут девіації [4].

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{-(r_k - R) \sin 2\beta}{\infty - r_k + (r_k - R) \cos 2\beta} = 0,$$

тому маємо  $\gamma_1 = 0$ , тоді отримаємо  $\gamma_2 = \beta$ .

Коефіцієнти А і В будуть тоді мати вигляд

$$A = \frac{1}{4R} \cos 2\beta + \frac{1}{2r_k},$$

$$B = \frac{1}{4R} \cos 2\beta.$$

Тоді рівняння приймає вигляд

$$Z_1 + Z_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R} \cos 2\beta + \frac{1}{r_k} \right) X^2 + \frac{1}{4R} \cos 2\beta,$$

$$\begin{cases} Z_1 = \frac{1}{4R} \cos 2\beta \left( X^2 + \frac{1}{2} Y^2 \right) \\ Z_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r_k} + \frac{1}{2R} \cos 2\beta \right) X^2 + \frac{1}{8R} \cos 2\beta Y^2 \end{cases}$$

Переміщення точок по осі z буде визначатися

$$w_1 = w_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{R} \cos 2\beta + \frac{1}{r_k} \right) X^2 + \frac{1}{8R} \cos 2\beta Y^2.$$

## Висновки

В статті отримані рівняння для контактуючих поверхонь каната і барабана і прогину в точці контакту, що дає можливість уточнити розрахунки каната і барабана.

## Список використаних джерел:

1. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper / H. Hertz // *Gesammelte Werke* / P. Lenard (ed.). – Leipzig, 1895. – Bd. 1. – S. 155–173. – (first published in *Journal für reine und angewandte Mathematik (Crelle)*. – 1881. – Bd. 92. – S. 156–171).
2. Беляев Н.М. Вычисление наибольших расчетных напряжений при сжатии соприкасающихся тел / Н. М. Беляев // *Сб. Ленинград. ин-та инженеров путей сообщения (ИИПС)*. – 1929. – Вып. 102.
3. Фидровская Н.Н. Влияние контактной задачи при навивке каната на барабан / Н. Н. Фидровская // *Зб. наук. праць Укр. держ. акад. заліз. трансп. (УДАЗТ)*. – Харків, 2006. – Вип. 73. – С. 152–158.
4. Фідровська Н. М. Канатні барабани : монографія / Н. М. Фідровська. – Харків : НТНТ, 2012. – 195 с.

## References

1. Hertz, H 1881, 'Über die Berührung fester elastischer Körper', *Journal für reine und angewandte Mathematik (Crelle)*, vol. 1, pp. 156-171.
2. Belyaev, N 1929, 'Vychisleniye naibolshikh raschetnykh napryazheniy pri szhatii soprikasayushchikhsya tel', *Sbornik Leningradskogo instituta inzhenerov putey soobshcheniya*, iss. 102.
3. Fidrovska, N 2006, 'Vliyaniye kontaktnoy zadachi pri navivke kanata na baraban', *Zbirnyk naukovykh prats Ukrainkoj derzhavnoj akademii zaliznychnoho transportu*, iss. 73, pp. 152-158.
4. Fidrovska, N 2012, *Kanatni barabany*, NTNT, Kharkiv.

Стаття надійшла до редакції 30 листопада 2015 р.