

УДК 621.873

**ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ НАВАНТАЖЕННЯ ПІДВІСКИ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ  
ПРИ ОПУСКАННІ ВАНТАЖУ**

**©Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Голдун В. А.**

*Національний університет біоресурсів і природокористування України*

**Інформація про авторів:**

**Ловейкін Вячеслав Сергійович:** ORCID: 0000-0003-4259-3900; vloveykin@mail.ru; доктор технічних наук; завідувач кафедри конструювання машин; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна.

**Ромасевич Юрій Олександрович:** ORCID: 0000-0001-5069-5929; d.um@mail.ru; доктор технічних наук; доцент кафедри конструювання машин; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна.

**Голдун Василь Анатолійович:** ORCID: 0000-0003-0779-4918; goldun1984@mail.ru; здобувач кафедри конструювання машин; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна.

Розраховано динамічні навантаження у підвісці транспортного засобу під час опускання вантажу на його поверхню.

Дослідження приведені із врахуванням припущення, щодо незмінності швидкості збігання канату з барабану. Для опису динаміки руху зведених мас транспортного засобу та вантажу протягом етапу навантаження підвіски та її вільних коливань використано диференціальне рівняння другого порядку зі змінними коефіцієнтами.

Знайдено аналітичний розв'язок диференціального рівняння, що дало змогу встановити момент часу переходу між етапами, а також залежність, яка описує коефіцієнт динамічності підвіски транспортного засобу від маси вантажу і швидкості збігання канату з барабану.

Знайдена залежність може бути використана для обґрунтування величини швидкості збігання канату з барабану на етапі навантаження підвіски транспортного засобу з метою зниження динамічних навантажень в ній.

**Ключові слова:** вантаж; опускання; аналіз; підвіска; навантаження.

**Ловейкин В. С., Ромасевич Ю. А., Голдун В. А.** «Динамический анализ нагрузки подвески транспортного средства при опускании груза».

Рассчитаны динамические нагрузки в подвеске транспортного средства во время опускания груза на его поверхность.

Исследования приведены с учетом предположения о неизменности скорости сбега каната с барабана. Для описания динамики движения приведенных масс транспортного средства и груза в течение этапа нагрузки подвески и ее свободных колебаний использовано дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами.

Найдено аналитическое решение дифференциального уравнения, что позволило установить момент времени перехода между этапами, а также зависимость, которая описывает коэффициент динамичности подвески транспортного средства от массы груза и скорости сбега каната с барабана.

Найденная зависимость может быть использована для обоснования величины скорости сбегания каната с барабана на этапе нагрузки подвески транспортного средства с целью снижения динамических нагрузок в ней.

**Ключевые слова:** груз; опускание; анализ; подвеска; нагрузка.

*Loveikin V., Romasevych Yu., Goldun A.* “Dynamic analysis of a suspension vehicle load during cargo lowering”.

The dynamic loads in the suspension of a vehicle during a cargo lowering have been calculated.

Studies have been carried out with the assumption of the immutability of the speed of the running-off rope from the drum. To describe the dynamics of movement of the mass of the vehicle and cargo during loading phase and the phase of suspension free oscillations used second order differential equation with variable coefficients.

An analytic solution of a differential equation has been found. It allowed find a transition moment between phases, as well as the dependence that describes the dynamic factor of the vehicle suspension by weight of the cargo and speed of the rope running-off from the drum.

The obtained dependence can be used to study the speed of the rope running-off from the drum on the phase of the vehicle suspension loading to reduce the dynamic loads in it.

**Keywords:** cargo; lowering; analysis; suspension; load.

## **1. Постановка проблеми**

Навантажувально-розвантажувальні операції на транспортні засоби є невід’ємною частиною багатьох технологічних процесів у промисловості, будівництві та сільському господарстві. При посадці вантажу на транспортний засіб у його підвісці виникають значні динамічні навантаження, які є небажаними. Зниження рівня навантажень у підвісці транспортного засобу вимагає зниження швидкості посадки вантажу. Однак при цьому процес опускання вантажу затягується, що веде до зниження продуктивності роботи механізму підйому вантажу. Тому, проведення динамічного аналізу, який дає змогу встановити доцільне зниження швидкості посадки вантажу на транспортний засіб, є актуальною задачею.

## **2. Аналіз останніх досліджень і публікацій**

У роботі М.С. Комарова [1] для визначення динамічних зусиль у гнучкому підвісі вантажу та мості крана використана тримасова модель. У своїх дослідженнях автор розвинув підходи до визначення максимальних зусиль у вказаних елементах, які ґрунтуються на аналітичному інтегруванні диференціальних рівнянь руху окремих зведених мас системи. Це дало змогу отримати аналітичні залежності максимальних зусиль від параметрів системи (зведених мас, жорсткостей тощо) та режимних параметрів (наприклад, швидкості опускання вантажу на гнучку опору). При цьому використані певні припущення, наприклад, не врахована маса гнучкої опори, на яку виконується посадка вантажу. У випадку, коли такою опорою є транспортний засіб, то отримані автором результати використовуються лише в якості першого наближення.

## Піднімально-транспортні машини

---

У книзі [2] С. А. Казак виконав достатньо детальні розрахунки механізму підйому вантажу для різних режимів перехідних режимів. В основі розрахунків лежали певні припущення, які дали змогу отримати аналітичні залежності максимальних навантажень від параметрів механізму підйому вантажу. Для ілюстрації розроблених методик С. А. Казак виконав чисельні розрахунки, які порівняв із вже відомими теоретичними та експериментальними результатами.

В дослідженні [3] М. М. Гохберг вказав основні динамічні фактори, які впливають на виникнення максимумів навантажень у крановому мості та гнучкому підвісі вантажу. Знайдені залежності, які дозволяють визначити максимальні зусилля у елементах крана, підтверджені експериментальними даними.

Ряд закордонних дослідників динаміки вантажопідйомних кранів (М. Шеффлер, Х. Дресінг та Ф. Курт) у роботі [4] на основі двомасової динамічної моделі знайшли залежності, які описують коефіцієнти динамічності каната та кранового моста. Також проведено порівняльний аналіз результатів із вже відомими методиками розрахунку максимальних зусиль у елементах крана.

Для режиму посадки вантажу на основу В. Ф. Гайдамака у роботі [5] розробив багатоетапну математичну модель руху двомасової динамічної системи механізму підйому вантажу. Прийняті дослідником припущення вказують на те, що отримані ним результати можна використовувати лише у якості першого наближення динамічних розрахунків динаміки підйому та опускання вантажу.

У книзі [6] М. А. Лобов виконав аналіз динамічних навантажень на основі аналітичного інтегрування диференціальних рівнянь руху окремих мас системи. Порівняння отриманих результатів із експериментальними даними показує їх збіг. На основі виконаних розрахунків автор запропонував конструкції пристроїв для збільшення демпфуючої здатності кранової конструкції.

Суттєвою особливістю робіт [2–6] є те, що їх автори залишили поза увагою динамічні властивості основи, на яку опускається вантаж. Це не дає змогу визначити зусилля, які в ній виникають, а також вносить похибки у розрахунки зусиль у гнучкому підвісі та крановому мості.

### 3. Виклад основного матеріалу

Для встановлення аналітичної залежності зусилля у підвісі транспортного засобу від часу необхідно знайти розв'язки диференціальних рівнянь для етапу навантаження транспортного засобу вагою вантажу (перший етап) та етапу вільних коливань транспортного засобу із вантажем (другий етап). Для цього припустимо, що швидкість збігання канату з барабану протягом другого етапу незмінна і рівна номінальній швидкості  $v$ . При цьому не враховуються коливання зведеної маси кранового моста. Ці припущення не вносять суттєвих похибок у розрахунки, особливо для випадку значної зведеної жорсткості кранових балок.

На основі цього припущення встановлено, що рух мас вантажу та транспортного засобу на досліджуваних етапах опускання вантажу описується диференціальним рівнянням:

$$(\ddot{x}_g + g)(m_g + m_{m.z.}) + \dot{x}_g B + x_g C = D, \quad (1)$$

де  $x_g$  – узагальнена координата зведених мас вантажу та транспортного засобу, які на обох етапах рухаються синхронно;  $B$ ,  $C$  та  $D$  – коефіцієнти, які визначаються окремо для кожного етапу:

**Піднімально-транспортні машини**

$$B = \begin{cases} b_{m.з.} + b_{\kappa}, & \text{для першого етапу;} \\ b_{m.з.}, & \text{для другого етапу;} \end{cases} \quad (2)$$

$$C = \begin{cases} c_{m.з.} + c_{\kappa}, & \text{для першого етапу;} \\ c_{m.з.}, & \text{для другого етапу;} \end{cases} \quad (3)$$

$$D = \begin{cases} -\frac{c_{\kappa} m_{m.з.} g}{c_{m.з.}} - c_{\kappa} v t - b_{\kappa} v, & \text{для першого етапу;} \\ 0, & \text{для другого етапу.} \end{cases} \quad (4)$$

Крапка над символом означає диференціювання за часом. Враховуючи вирази (2)-(4) розв'язок диференціального рівняння (1) записується так:

$$x_{\kappa} = C^{-1} \left( D - g(m_{\kappa} + m_{m.з.}) + C e^{\frac{\tilde{t}(B + \sqrt{B^2 - 4C(m_{\kappa} + m_{m.з.}))}{2(m_{\kappa} + m_{m.з.})}} \times \right. \\ \left. \times (A_1 + A_2 e^{\frac{\tilde{t} \sqrt{B^2 - 4C(m_{\kappa} + m_{m.з.})}}{m_{\kappa} + m_{m.з.}}}) \right), \quad (5)$$

де  $\tilde{t}$  – відносний час, який визначається для етапу навантаження підвіски транспортного засобу визначається так:  $\tilde{t} = t - t_1$ , а для етапу вільних коливань транспортного засобу та вантажу  $\tilde{t} = t$ ;  $t_1$  – момент закінчення першого етапу руху зведених мас вантажу та транспортного засобу;  $A_1$  та  $A_2$  – постійні інтегрування, які для першого етапу визначаються з початкових умов руху системи:

$$\begin{cases} x_{\kappa}(0) = \frac{-m_{m.з.} g}{c_{m.з.}}; \\ x_{\kappa}'(0) = -v. \end{cases} \quad (6)$$

Не будемо наводити вирази постійних інтегрування, оскільки вони мають значний об'єм. Надалі знайдемо вираз, який описує залежність зусилля у канаті від часу. Він також має значний об'єм і ми його не наводимо. Зазначимо те, що даний вираз включає тригонометричні функції, тому знайти розв'язок рівняння:

$$F_{\kappa}(t_1) = 0 \quad (7)$$

відносно моменту часу  $t_1$  неможливо. Важливість рівняння (7) полягає у тому, що воно дає змогу визначити момент закінчення етапу «передачі» ваги вантажу на підвіску транспортного засобу. Для того, щоб отримати наближений розв'язок рівняння (7) розкладемо вираз  $F_{\kappa}$  у ряд в околі моменту часу  $\frac{m_{\kappa} g}{v c_{m.з.}}$ . Вибір такого моменту часу дає лише наближену оцінку моменту закінчення першого та початку другого етапу руху системи.

Оцінка тривалості першого етапу  $\frac{m_{\kappa} g}{v c_{m.з.}}$  не враховує вплив натягу канату на реальну величину тривалості другого етапу, яка буде більшою в результаті дії натягу канату. Однак, запропонована оцінка дає достатнє наближення для того, щоб у подальшому знайти більш точне значення тривалості першого етапу руху системи.

**Піднімально-транспортні машини**

Розклад виразу  $F_k$  виконаємо до четвертого члену ряду включно:

$$F_k \approx \sum_{i=0}^4 E_i t^i, \quad (8)$$

де  $E_i$  – коефіцієнт  $i$ -того члену ряду, які визначаються з таких виразів:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_0 = gm_g; \\ E_1 = (m_g + m_{m.з.})^{-1} b_k (-2gm_g + vb_{m.з.}); \\ E_2 = 2(m_g + m_{m.з.})^{-2} (-c_k (m_g + m_{m.з.})(2gm_g + vb_{m.з.}) + \\ + b_k (c_{m.з.} (m_g + m_{m.з.})v + (b_{m.з.} + b_k)(2gm_g - vb_{m.з.})); \\ E_3 = 6(m_g + m_{m.з.})^{-3} (c_k (m_g + m_{m.з.})(c_k (m_g + m_{m.з.})v + \\ + (2b_k + b_{m.з.})(2gm_g - vb_{m.з.})) - b_k (b_k + b_{m.з.})^2 (2gm_g - vb_{m.з.}) - \\ - c_{m.з.} (m_g + m_{m.з.})(2gm_g - v(b_k + 2b_{m.з.}))); \\ E_4 = 24(m_g + m_{m.з.})^{-4} (c_k^2 (m_g + m_{m.з.})^2 (2gm_g - vb_{m.з.}) + c_k \times \\ \times (m_g + m_{m.з.})((b_k + b_{m.з.})(3b_k + b_{m.з.})(-2gm_g + vb_{m.з.}) + 2c_{m.з.} \times \\ \times (m_g + m_{m.з.})(gm_g - v(b_k + b_{m.з.}))) - b_k (c_{m.з.}^2 (m_g + m_{m.з.})^2 v + \\ + (b_k + b_{m.з.})^3 (-2gm_g + vb_{m.з.}) + c_{m.з.} (m_g + m_{m.з.})(b_k + b_{m.з.}) \times \\ \times (-4gm_g - v(b_k + 3b_{m.з.}))). \end{array} \right. \quad (9)$$

Оскільки тривалість другого етапу незначна, то розклад виразу  $F_k$  у околі моменту часу  $\frac{m_g g}{vc_{m.з.}}$  досить точно відображає значення функції  $F_k$  у момент часу  $t_1$ , що буде показано у подальших дослідженнях.

Корені алгебраїчного рівняння четвертої степені, яке отримано прирівнюванням виразу (8) до нуля, знайшли методом Ейлер-Декарта [7]. Надалі з чотирьох коренів обрали дійсний додатний, який відповідає фізичним умовам закінчення першого та початку другого етапу опускання вантажу.

Забігаючи наперед, скажемо, що розраховане значення моменту часу  $t_2$  відрізняється від точного значення, яке отримане шляхом чисельного інтегрування математичної моделі системи, лише на  $-1,2...+4,3\%$ .

Розрахунок значення  $t_1$  дає змогу встановити початкові умови руху зведених мас транспортного засобу та вантажу на початку третього етапу. Для цього необхідно на основі виразу (5) знайти швидкість опускання вантажу. Потім у формули положення (5) та швидкості опускання вантажу підставити замість поточного часу  $t$  розрахований вираз для моменту часу  $t_1$ . Оскільки розв'язок диференціального рівняння (1) вже знайдено (5), то визначення закону руху зведених мас вантажу та транспортного засобу на другому етапі зводиться до відшукування постійних інтегрування, які справедливі для початку другого етапу опускання вантажу. Не будемо наводити методику їх розрахунку, а також самі вирази постійних інтегрування, оскільки вони мають значний об'єм.

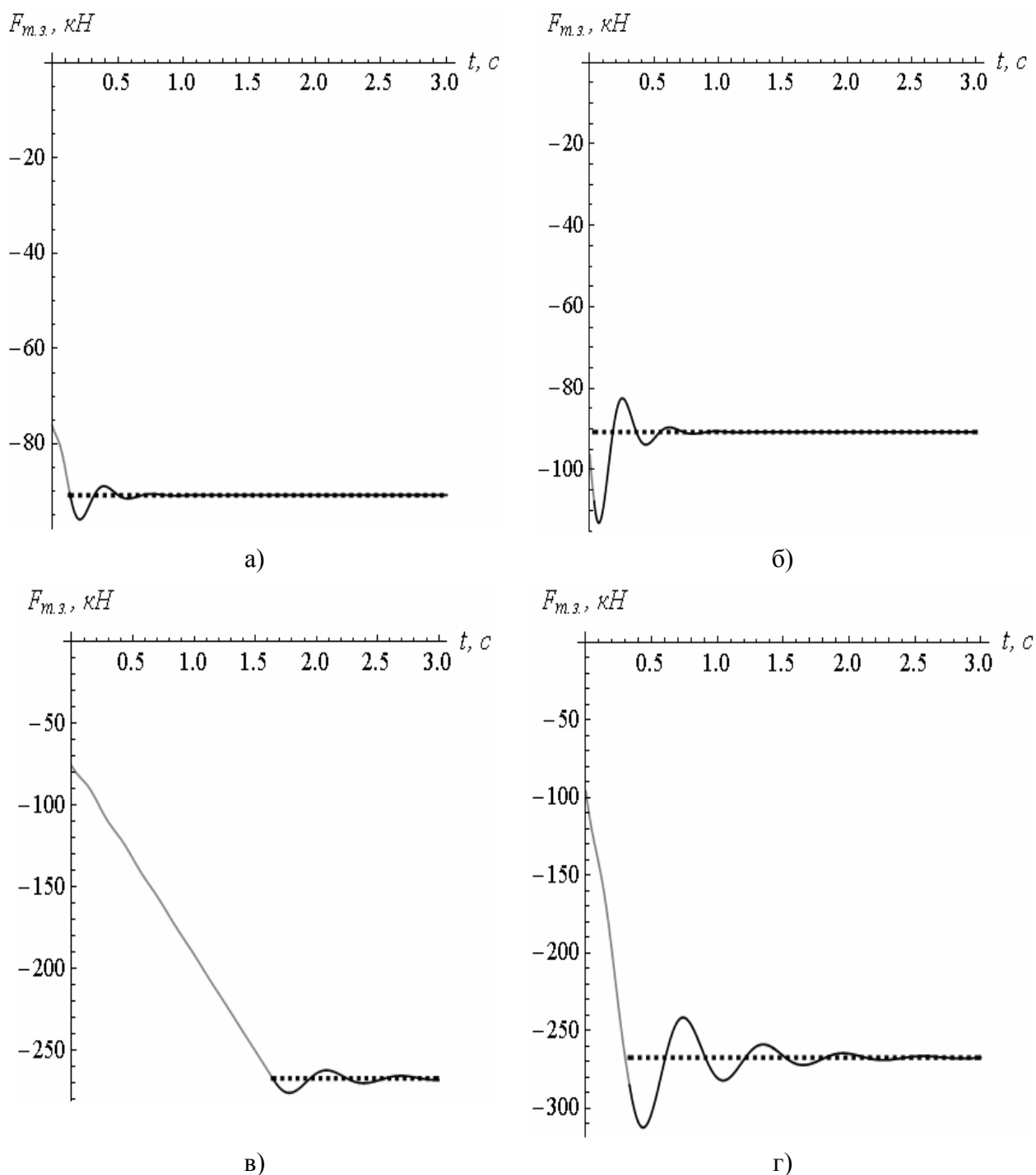
На основі знайденого закону руху зведених мас транспортного засобу та вантажу на другому етапі опускання вантажу визначимо зусилля у підвісці транспортного засобу:

$$F_{m.з.} = \dot{x}_g b_{m.з.} + x_g c_{m.з.} \quad (10)$$

**Піднімально-транспортні машини**

Перевірка отриманого виразу  $F_{m.z.}$  з результатами чисельного інтегрування диференціального рівняння руху зведених мас вантажу та транспортного засобу показує практично їх повний збіг.

Таким чином, знайдено аналітичний вираз, який дає змогу визначити зусилля у підвісці транспортного засобу при опусканні вантажу. Для графічної оцінки отриманих результатів наведемо графіки функцій  $F_{m.z.}$  для різних зведених мас вантажу  $m_e$  та швидкостей збігання канату з барабану (рис. 1).



**Рис. 1** – Графік зміни зусилля у підвісці транспортного засобу з залежності від маси вантажу та швидкості збігання канату з барабану при: а)  $v=0,05$  м/с та  $m_e=2$  т; б)  $v=0,25$  м/с та  $m_e=2$  т; в)  $v=0,05$  м/с та  $m_e=20$  т; г)  $v=0,25$  м/с та  $m_e=20$  т

## Піднімально-транспортні машини

На рис. 1 штриховою лінією показано статичне навантаження на підвіску транспортного засобу (сума ваги зведених мас вантажу і транспортного засобу).

При аналізі графіків, які наведені на рис. 1, видно, що найбільше навантаження виникає у першій хвилі коливань транспортного засобу. Тому нас цікавить максимальне значення функції  $F_{m.з.}$ . Для його визначення необхідно розв'язати трансцендентне рівняння:

$$\frac{dF_{m.з.}}{dt} = 0, \quad (11)$$

що є складною задачею.

Для чисельної оцінки коефіцієнта динамічності підвіски транспортного засобу  $F_{m.з.}^{\max} = \frac{\max F_{m.з.}}{(m_e + m_{m.з.})g}$  в залежності від маси вантажу та швидкості збігання канату з барабану виконано розрахунки, результати яких наведено у таблиці 1.

**Таблиця 1** – Коефіцієнт динамічності підвіски транспортного засобу

$m_e, \text{ T}$	$v, \text{ M/c}$				
	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25
2	1,06	1,10	1,17	1,22	1,27
4	1,07	1,11	1,15	1,19	1,25
6	1,05	1,10	1,15	1,19	1,24
8	1,05	1,09	1,15	1,19	1,24
10	1,05	1,11	1,15	1,21	1,24
12	1,05	1,10	1,15	1,21	1,26
14	1,04	1,08	1,12	1,19	1,25
16	1,04	1,07	1,12	1,16	1,24
18	1,04	1,08	1,14	1,18	1,24
20	1,04	1,09	1,14	1,18	1,21

На основі регресійного аналізу [8] знайдено вираз, який описує залежність коефіцієнта динамічності  $F_{m.з.}^{\max}$  від параметрів  $m_e$  та  $v$ :

$$F_{m.з.}^{\max} = 1,015 + 1,624 \cdot 10^{-6} m_e + 9,780 \cdot 10^{-1} v. \quad (12)$$

Регресійна функція (12) перевірена за статистичними показниками: коефіцієнт детермінації рівний 0,978; коефіцієнти Стюдента для всіх коефіцієнтів виразу (12) більші, аніж табличне значення, яке для даної кількості степенів вільності складає 3,58 [9]; стандартні похибки коефіцієнтів виразу (12) на два порядки менші, ніж значення самих коефіцієнтів; оцінка дисперсії рівна  $1,1 \cdot 10^{-4}$ . Всі розрахунки проведені для довірчого рівня 0,99. Результати проведеного аналізу показують статистичну значимість виразу (12).

### Висновки

Таким чином, вираз (12) дає змогу встановити величину зниження динамічних навантажень у підвісці транспортного засобу, що ґрунтується на зниженні швидкості збігання канату з барабану на етапі взаємодії вантажу та транспортного засобу. Практична

**Піднімально-транспортні машини**

реалізація цього способу полягає у зниженні швидкості опускання вантажу напередодні дотикання вантажу до поверхні транспортного засобу.

**Список використаних джерел:**

1. Комаров М. С. Динамика грузоподъемных машин / М. С. Комаров. – М.: Машиностроение, 1969. – 206 с.
2. Казак С. А. Динамика мостовых кранов / С. А. Казак. – М.: Машиностроение, 1968. – 331 с.
3. Гохберг М. М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин / М. М. Гохберг. – М.: Машиностроение, 1969. – 520 с.
4. Грузоподъемные краны. Кн. 2 / М. Шеффлер, Х. Дресиг, Ф. Курт; [пер. с нем. М. М. Рунов, В. Н. Федосеев]; под ред. М. П. Александрова. – М.: Машиностроение, 1981. – 287 с.
5. Гайдамака В. Ф. Грузоподъемные машины / В. Ф. Гайдамака. – К.: Выща школа, 1989. – 328 с.
6. Лобов Н. А. Динамика грузоподъемных кранов / Н. А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
7. Корн Г. Справочник по высшей математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1973. – 832 с.
8. Демиденко Е. З. Линейная и нелинейная регрессии / Е. З. Демиденко. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 303 с.
9. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. – М.: Физматлит, 2006. – 816 с.

**References**

1. Komarov, M 1969, *Dinamika gruzopodyemnykh mashin*, Mashinostroyeniye, Moskva.
2. Kazak, S 1968, *Dinamika mostovykh kranov*, Mashinostroyeniye, Moskva.
3. Gokhberg, M 1969, *Metallicheskiye konstruksii podyemno-transportnykh mashin*, Mashinostroyeniye, Moskva.
4. Sheffler, M, Dresig, Kh & Kurt, F 1981, *Gruzopodyemnyye krany. Kn. 2*, Mashynostroyeniye, Moskow.
5. Haidamaka, V 1989, *Gruzopodyemnyye krany*, Vyshcha shkola, Kyiv.
6. Lobov, N 1987, *Dinamika gruzopodyemnykh kranov*, Mashinostroyeniye, Moskva.
7. Korn, G & Korn, T 1973, *Spravochnik po vysshey matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov*, Nauka, Moskva.
8. Demidenko, Ye 1981, *Lineynaya i nelineynaya regressii*, Finansy i statistika, Moskva.
9. Kobzar, A 2006, *Prikladnaya matematicheskaya statistika. Dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov*, Fizmatlit, Moskva.

Стаття надійшла до редакції 02 вересня 2015 р.