

УДК 621.863.2

ДАВЛЕНИЕ ВИТКОВ КАНАТА НА ОБОЛОЧКУ БАРАБАНА

©Фидровская Н. Н., Ломакин А. А.

Українська інженерно-педагогічна академія

Інформація про авторів:

Фідровська Наталія Миколаївна: ORCID: 0000-0002-5248-273X; mot@uipa.edu.ua; доктор технічних наук; професор кафедри металоріжучого обладнання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Ломакін Андрій Олександрович: ORCID 0000-0001-6729-3168; delgado@bk.ru; аспірант кафедри металоріжучого обладнання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

В статье рассмотрено поведение оболочки барабана под влиянием витков каната. Для этого оболочка была разбита на элементарные участки и представлена нагруженной, сосредоточенными кольцевыми нагрузками от действия витков каната.

Проведен анализ 8 литературных источников по вопросу давления витков каната на оболочку барабана. Поэтапно описано выведение расчетной формулы для коэффициента снижения натяжения каната. Сделано сравнение результатов, полученных из расчетных формул и данных из экспериментов М. П. Артеменко. Введен поправочный коэффициент в расчетную формулу для более точного решения. Построена эпюра давления витков каната на оболочку барабана.

Введенный поправочный коэффициент дал возможность более точно определять коэффициент снижения натяжения для *i*-того витка каната. Построенная эпюра показала, что максимальное давление возникает на середине пролета между лобовинами и кольцом жесткости, а своё минимальное значение давление приобретает возле лобовин и кольца жесткости.

Ключевые слова: натяжение витков каната; оболочка барабана; кольцо жесткости; лобовина; витки каната; прогиб оболочки.

Фідровська Н. М., Ломакін А. О. «Тиск витків каната на оболонку барабана».

У статті розглянуто поведінку оболонки барабана під впливом витків канату. Для цього оболонка була розбита на елементарні ділянки і представлена навантаженою, зосередженими кільцевими навантаженнями від дії виток каната.

Проведено аналіз 8 літературних джерел з питання тиску витків канату на оболонку барабана. Поетапно описано виведення розрахункової формули для коефіцієнта зниження натягу канату. Зроблено порівняння результатів, отриманих з розрахункових формул і даних з експериментів М. П. Артеменко. Введено поправочний коефіцієнт в розрахункову формулу для більш точного рішення. Побудована епюра тиску витків канату на оболонку барабана.

Введений поправочний коефіцієнт надав можливість більш точно визначати коефіцієнт зниження натягу канату для *i*-того витка канату. Побудована епюра показала, що максимальний тиск виникає на середині прольоту між лобовиною і кільцем жорсткості, а свого мінімального значення тиск набуває біля лобовини і кільця жорсткості.

Ключові слова: натяг витків канату; оболонка барабану; кільце жорсткості; лобовина; витки каната; прогин оболонки.

Fidrovsk N., Lomakin A. “Pressure of turn’s wire rope on the drum shell”.

The paper considers the behavior of the shell of the drum under the influence of turns of the rope. To do this, the shell was divided into elementary sections and presented loaded concentrated loads from the action of the ring coil of rope. The analysis of 8 references on pressure coils of rope on the drum shell. Phased elimination described calculation formula for the coefficient of reduction of tension of the rope. Made a comparison of the results obtained from the calculation formulas and data from experiments M. P. Artemenko. Introduced a correction coefficient in the calculation formula for a more accurate solution. Built diagram of pressure coils of rope on the drum shell.

Introduced by the correction factor given the opportunity to more accurately determine the coefficient for reducing the tension of the *i*th wirerope wrap. Built diagram showed that the maximum pressure occurs at the midspan between forehead and ring stiffness, and its minimum value near forehead and stiffening ring.

Keywords: tension turns of rope; the shell of the drum; the ring stiffness; forehead; turns of rope; deflection of the shell.

1. Введение

Канат под влиянием действующей нагрузки растягивается и в таком состоянии навивается на оболочку барабана. Если оболочка абсолютно жесткая, что имеет место при литых барабанах, то в навившемся канате сохраняется первоначальное натяжение, так как конец его жестко закреплен на барабане и удлинение каната не может изменить своей первоначальной величины.

При навивке каната на упругую оболочку сварного или комбинированного барабана оболочка, от действия витков каната, деформируется не только под вновь навивающимся витком, но и под витками навитыми ранее. Вследствие деформации уменьшаются первоначальный радиус оболочки и длина витков каната, навитых на нее, что ведет к уменьшению первоначальной деформации каната, полученной им от действия нагрузки, и уменьшению натяжения, с которым канат навился на барабан.

2. Анализ литературных источников

Вопросам определения влияния упругих деформаций оболочки барабана на натяжение витков каната, а следовательно, на величину давления их на оболочку посвящены теоретические исследования ряда авторов [1–5].

Все они исходят из общего положения теории оболочек: элементарную полосу шириной в 1 см, вырезанную вдоль образующей цилиндрической оболочки, можно рассматривать как балку, лежащую на упругом основании [6]. Основанием здесь является отброшенная часть оболочки.

Рассматривая оболочку бесконечной длины или принимая определенные граничные условия на ее концах, авторы получают различного вида дифференциальные уравнения изменения давления каната или прогиба оболочки вдоль образующей барабана, решение которых получается в громоздкой форме, неудобной для практического использования.

Авторы [2], [3] также находят уравнение прогиба оболочки от действия витков каната и устанавливают по прогибу величину снижения натяжения каната, навитого на барабан. Второе решение является более простым и дает результаты, мало отличающиеся от первого.

В настоящее время получило экспериментальное подтверждение только исследование, проведенное Б. А. Морозовым [2].

Піднімально-транспортні машини**3. Основная часть**

Вырежем из оболочки барабана элементарную дугу (рис. 1) с центральным углом $d\varphi$, на которую навит виток каната с натяжением T .

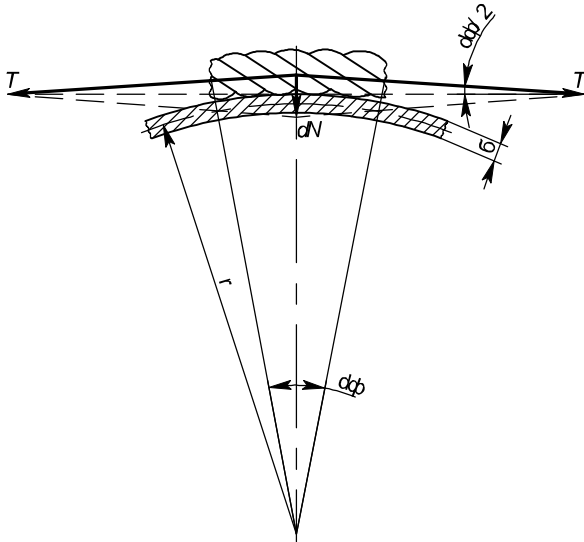


Рис. 1 – Элементарная дуга барабана с навитым на нее канатом

Переносим силы T по линии их действия в одну точку и складывая их геометрически, получим равнодействующую dN давления каната на барабан, направленную радиально. При геометрическом сложении сил, равных по величине, получается ромб.

Углы, образованные направлением сил натяжения каната с горизонтальной диагональю, будут $d\varphi/2$, а величина радиального давления каната dN определится выражением

$$dN = 2T \sin \frac{d\varphi}{2}$$

Ввиду малости угла $\frac{d\varphi}{2}$ можно принять $\sin \frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2}$, тогда

$$dN = Td\varphi$$

Удельное давление витка каната на барабан на дуге длиной $rd\varphi$ будет

$$p = \frac{dN}{rd\varphi} = \frac{T}{r} \quad (1)$$

где r – радиус оболочки барабана.

Таким образом, действие витков каната, навитых на оболочку литого барабана, можно представить в виде сосредоточенной кольцевой нагрузки с удельным давлением p и с расстоянием между кольцами, равным шагу навивки каната $t = d + \varepsilon$.

Дифференциальное уравнение балки, лежащей на упругом основании, нагруженной равномерно распределенным давлением q , будет [6].

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{k}{EI} y = \frac{q}{EI}, \quad (2)$$

где k – реакция на единицу длины балки при прогибе, равном единице;

EI — жесткость балки, кг·см².

Это уравнение, решенное для случая прогиба балки значительной длины, имеет вид

$$y = \frac{qdx}{8\beta^3 EI} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x), \quad (3)$$

где $\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$ – коэффициент упругого основания балки;

x – расстояние от точки приложения силы до места определения прогиба, см.

Піднімально-транспортні машини

Если оболочку представить нагруженной сосредоточенными кольцевыми нагрузками от действия витков каната, в уравнение (3) вместо распределенной нагрузки pdx нужно подставить сосредоточенную нагрузку p на единицу длины оболочки

$$y = \frac{P}{8\beta^3 EI} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x), \text{ см.} \quad (4)$$

По закону Гука, напряжение сжатия элемента оболочки шириной 1 см под действием натяжения каната T будет

$$\sigma = \frac{T}{\delta} = E\varepsilon_{об} = E \frac{y}{r}, \text{ кг/см}^2,$$

где δ - толщина оболочки, см;

$\varepsilon_{об} = \frac{y}{r}$ - относительное сжатие оболочки под действием витков каната.

Подставляя вместо T его выражение из формулы (1) и решая относительно p , получим

$$p = E \frac{y}{r^2} \delta, \text{ кг/см.} \quad (5)$$

При $y=1$ реакция k от давления p будет

$$k = E \frac{\delta}{r^2}, \text{ кг/см.} \quad (6)$$

При определении жесткости элементарной балки шириной 1 см, вырезанной вдоль образующей оболочки, нужно иметь в виду, что поперечное сечение элементарной полоски не искажается при изгибе благодаря присутствию соседних частей изгибаемой оболочки, то есть, растяжение и сжатие не сопровождаются поперечной деформацией. В таком случае вместо модуля упругости E нужно принимать $\frac{E}{1-\mu^2}$ (где μ - коэффициент Пуассона).

Момент инерции сечения элементарной полоски толщиной δ и шириной 1 см будет $I = \frac{1\delta^3}{12} \text{ см}^4$.

Таким образом, жесткость элементарной полоски, вырезанной вдоль образующей барабана, называемая цилиндрической жесткостью, будет

$$D = EI = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$$

или при значении $\mu=0,3$

$$D = EI = \frac{E\delta^3}{10,9}. \quad (7)$$

Подставляя значение k и $EI=D$ в выражение для p и учитывая, что $\mu=0,3$ получим

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{12E\delta(1-\mu^2)}{4r^2E\delta^3}} = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{r^2\delta^3}} = \frac{1,285}{\sqrt{r\delta}}. \quad (8)$$

При подстановке значения β и $EI=D$ в уравнение (4) и после соответствующих преобразований получим выражение

Піднімально-транспортні машини

$$y = 0,64 \frac{P}{E} \left(\frac{r}{\delta} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x). \quad (9)$$

Обозначим $y = e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) = \eta_1(\beta x)$, тогда

$$y = 0,64 \frac{P}{E} \left(\frac{r}{\delta} \right)^{\frac{3}{2}} \eta_1(\beta x). \quad (10)$$

Прогиб y будет равен нулю при $\eta_1(\beta x) = 0$, что может иметь место при значении $x = x_0 = \frac{3\pi}{4\beta}$, то есть когда $\cos \frac{3}{4}\pi = -0,707$ и $\sin \frac{3}{4}\pi = +0,707$, откуда

$$x_0 = \frac{3\pi}{4\beta} = \frac{3\pi\sqrt{r\delta}}{4 \cdot 1,285} = 1,83\sqrt{r\delta}. \quad (11)$$

Далее, меняя знак, прогиб y будет уменьшаться, так как при увеличении x , $e^{-\beta x} \rightarrow \approx$.

Вторично прогиб y будет равен нулю при значении $x = x_0' = \frac{7\pi}{4\beta}$ и т.д.

При навивке на оболочку нескольких витков каната каждый из них будет прогибаться ее (рис. 2), при этом прогибы соседних витков, уместающихся на участке длиной x_0 , будут складываться. Суммарный прогиб под первым витком будет

$$y_1 = 0,64 \frac{P}{E} \left(\frac{r}{\delta} \right)^{\frac{3}{2}} [p_1 \eta_1(\beta x_1) + p_2 \eta_2(\beta x_2) + \dots + p_n \eta_n(\beta x_n)],$$

где $n = \frac{x_0}{t}$ - число витков, уменьшающихся на участке длиной x_0 при навивке с шагом t ;

x_1, x_2, \dots, x_n - расстояние витков каната от первого витка.

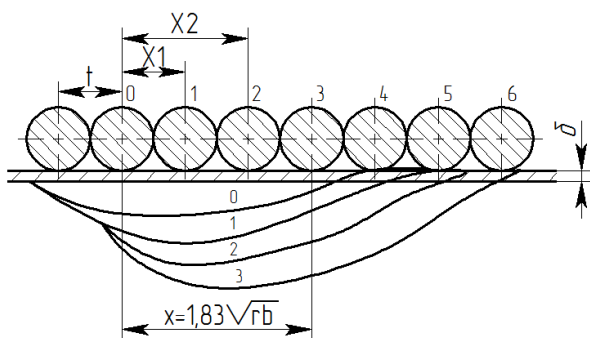


Рис. 2 – Прогиб оболочки при навивке каната

Под влиянием суммарных прогибов оболочка сжимается, радиус ее уменьшается и канат, навитый первоначально с определенным растяжением, ослабляется, то есть натяжение в нем падает.

В первом приближении пренебрегаем уменьшением натяжения каната, считая, что

$p_1 = p_2 = p_3 = p_n = p$, тогда завышенный

$$y_1 = 0,64 \frac{P}{E} \left(\frac{r}{\delta} \right)^{\frac{3}{2}} \sum_1^n \eta_i(\beta x_i), \quad (12)$$

где $\sum_1^n \eta_i(\beta x_i) = e^{-\beta x_1} (\cos \beta x_1 + \sin \beta x_1) + e^{-\beta x_2} (\cos \beta x_2 + \sin \beta x_2) + \dots$;

$x_1 = t$; $x_2 = 2t$; ...; $x_n = nt$;

$t = d + \varepsilon$ - шаг навивки каната;

β – коэффициент упругого основания, определяемый по формуле (8).

Значение $\eta_i(\beta x_i)$ находится при помощи таблиц [8].

Исходя из того, что уменьшение относительного удлинения каната равно относительному сжатию оболочки при навивке последующих витков, относительная величина оставшегося натяжения в навитом канате, определяемая коэффициентом снижения натяжения каната C , будет

$$C = \frac{\varepsilon_{кн} - \varepsilon_{об}}{\varepsilon_{кн}} = 1 - \frac{\varepsilon_{об}}{\varepsilon_{кн}}, \quad (13)$$

где $\varepsilon_{кн}$ – относительное удлинение каната при растяжении силой T ;

$\varepsilon_{об} = \frac{y}{r}$ - относительное сжатие оболочки под действием каната.

При абсолютно жесткой оболочке $\varepsilon_{об} = 0$, снижение натяжения каната $C = 1$, то есть в канате останется то натяжение, с которым он навивался на барабан.

При упругости оболочки, равной упругости каната $\varepsilon_{об} = \varepsilon_{кн}$, коэффициент снижения натяжения $C = 0$, то есть в канате не останется никакого натяжения.

Относительное удлинение каната можно найти из закона Гука $\sigma = E_{кн} \varepsilon_{кн}$ (где напряжение каната $\sigma = \frac{T}{F_{кн}}$), откуда $\varepsilon_{кн} = \frac{T}{F_{кн} E_{кн}}$ (где $E_{кн}$ – модуль упругости каната; $F_{кн}$ – площадь сечения проволок).

Подставляя выражение для $\varepsilon_{об}$ и $\varepsilon_{кн}$ в формулу (13) получим

$$C = 1 - \frac{y E_{кн} F_{кн}}{r T}. \quad (14)$$

Из формулы (14) можно определить прогиб оболочки y

$$y = \frac{r T}{E_{кн} F_{кн}} (1 - C). \quad (15)$$

Применяя формулу (14) для первого витка и подставляя вместо y_1 его выражение из формулы (12), получим приближенную величину снижения натяжения каната под первым витком

$$C_1 = 1 - 0,64 \frac{p}{E} \left(\frac{r}{\delta} \right)^2 \sum_1^n \eta_i(\beta x_i) \frac{E_{кн} F_{кн}}{r T},$$

где $p = \frac{T}{r}$,

откуда, преобразовывая формулу, получим

$$C_1 = 1 - 0,64 \frac{E_{кн} F_{кн}}{E \sqrt{r \delta^3}} \sum_1^n \eta_i(\beta x_i). \quad (16)$$

Введем поправку к первому приближению, учитывая, что прогиб под первым витком, определяемый формулой (12), имеет завышенную величину, так как не учитывает снижения

Піднімально-транспортні машини

натяжения каната, тогда действительный прогиб под каким угодно витком каната, с учетом снижения его натяжения будет

$$y = Cy_1, \quad (17)$$

где C - истинная величина коэффициента снижения натяжения каната.

Подставляя в формулу (17) выражения для y и y_1 , на основании формулы (15) получим

$$\frac{rT}{E_{кн}F_{кн}}(1-C) = C \frac{rT}{E_{кн}F_{кн}}(1-C),$$

откуда, решая относительно C , будем иметь

$$C = \frac{1}{2 - C_1}.$$

Подставляя значение C_1 из формулы (16) и произведя соответствующие преобразования, получим выражение для C под любым витком

$$C = \frac{1}{1 + 0,64 \frac{E_{кн}F_{кн}}{E\sqrt{r\delta^3}} \sum_1^n \eta_i(\beta x_i)}. \quad (18)$$

4. Интерпретация результатов

Сравним данные полученные при расчете по формуле (18) и полученные экспериментальным путем [7], [9] (рис. 3).

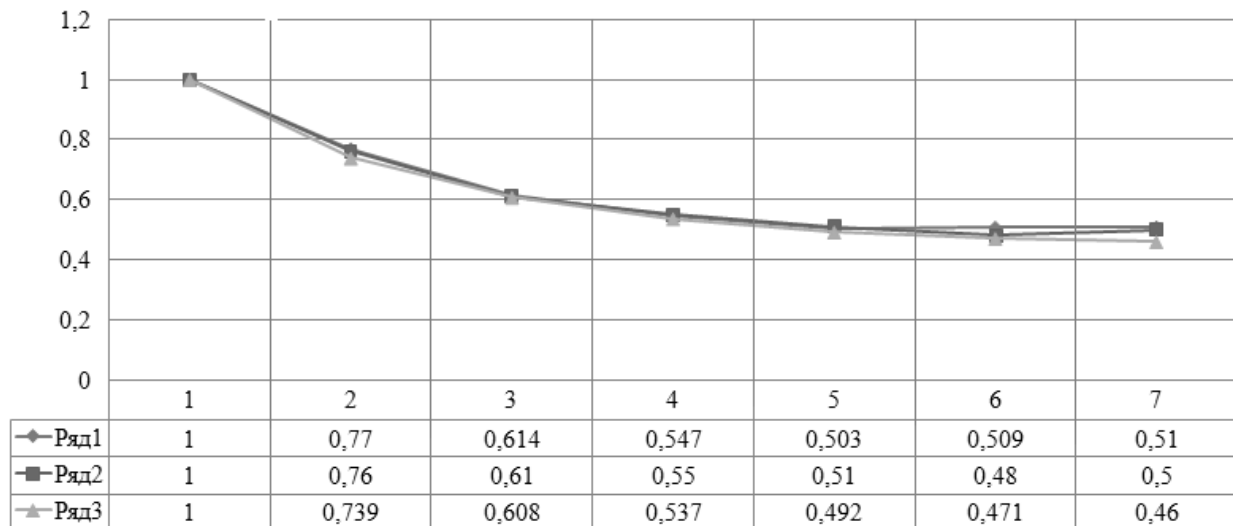


Рис. 3 – График изменения натяжения в витках каната:

Ряд 1 - данные полученные экспериментальным путем М. П. Артеменко,

Ряд 2 - данные полученные экспериментальным путем,

Ряд 3 - данные полученные расчетом по формуле (18).

Как видим, результаты, полученные по расчетной формуле (18) приближены к данным полученным экспериментальным путем. Для получения более точных результатов введем поправочный коэффициент в формулу (18).

Піднімально-транспортні машини

$$C = \frac{1}{1 + 0,64 \frac{E_{кл} F_{кл}}{E \sqrt{r} \delta^3} \sum_1^n \eta_i(\beta x_i)} \cdot 1,05 \quad (19)$$

Сравним данные полученные при расчете по формулам (18), (19) и полученные экспериментальным путем [7], [9] (рис. 4).

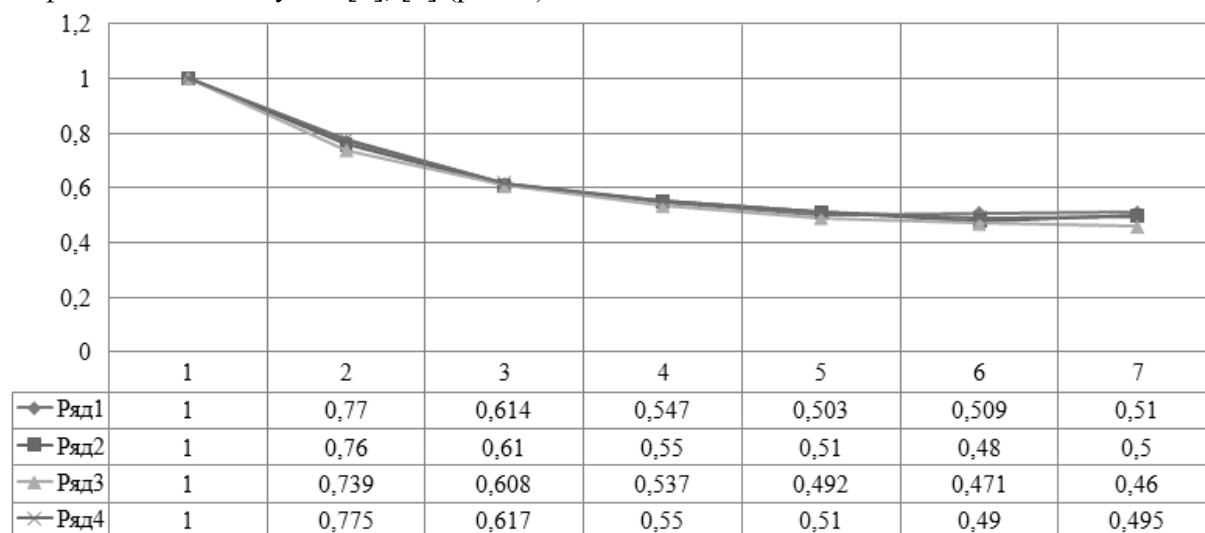


Рис. 4 – График изменения натяжения в витках каната:

Ряд 1 - данные полученные экспериментальным путем М. П. Артеменко,

Ряд 2 - данные полученные экспериментальным путем,

Ряд 3 - данные полученные расчетом по формуле (18),

Ряд 4 - данные полученные расчетом по формуле (19).

У мест заделки лобовин и колец жесткости прогиб оболочки будет меньше, чем в свободном пролете, поэтому коэффициент снижения натяжения каната на соответствующих участках барабана будет иметь большую величину.

В витке, лежащем у самой лобовины, прогиб оболочки равен нулю, и поэтому снижения натяжения каната там не происходит, то есть $C = 1$. На участке между лобовиной и свободной оболочкой приближенно можно принимать величину снижения натяжения каната

$$C_{лб} = \frac{C+1}{2} \quad (20)$$

Кольца, подпирающие оболочку, нельзя принимать абсолютно жесткими, поэтому коэффициент снижения натяжения каната у кольца будет

$$C_{кл} = C + k_{кл}(1 - C), \quad (21)$$

где $k_{кл}$ — коэффициент жесткости кольца.

Действительное натяжение каната, навитого на упругую оболочку барабана, будет в свободном пролете $T_{об} = CT$, навитого у лобовины $T_{лб} = C_{лб}T$ и навитого над кольцом жесткости $T_{кл} = C_{кл}T$.

При наличии на барабане футеровки, сжатие оболочки под давлением витков каната не изменится, так как футеровка, состоящая из отдельных частей, не будет сжиматься вместе с ней. Футеровка будет только способствовать более равномерной передаче давления на

Піднімально-транспортні машини

оболочки. Поэтому оболочки барабанов, имеющих футеровку, можно считать находящимися под действием распределенной нагрузки, интенсивностью q (кг/см²).

Давление каната на единицу поверхности барабана на основании формулы (1) будет

$$q = \frac{P}{t} = \frac{T_{об}}{rt} \quad (22)$$

Учитывая снижение натяжения каната на различных участках барабана, давление на единицу поверхности в свободном пространстве будет $qC = \frac{T}{rt}$, у лобовин $qC_{лб} = \frac{T_{лб}}{rt}$ и под

кольцами жесткости $qC_{кл} = \frac{T_{кл}}{rt}$.

Эпюра давлений каната на оболочку барабана, подпертую двумя жесткими лобовинами по краям и одним кольцом посередине, имеет вид, представленный на рис. 5.

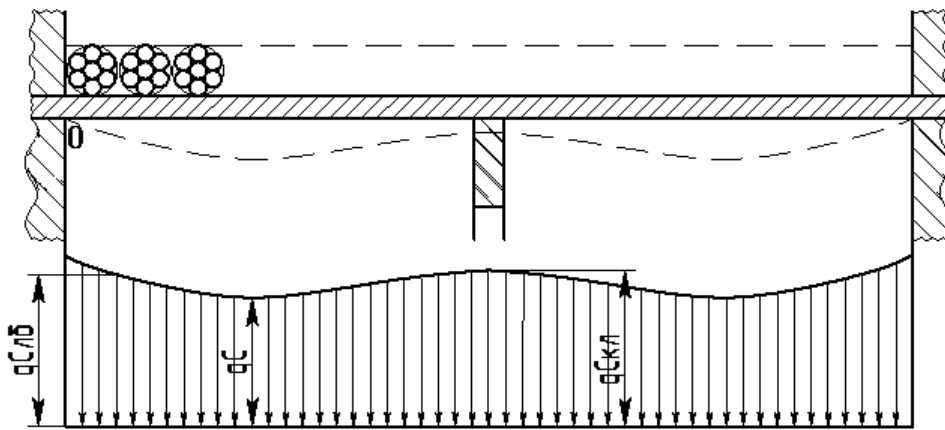


Рис. 5 – Эпюра давления витков каната на оболочку барабана

Выводы

Как видим, результаты, полученные по расчетной формуле (18) приближены к данным полученным экспериментальным путем. Но при увеличении количества витков навитых на барабан разбежности увеличиваются, возникает необходимость введения в формулу поправочных коэффициентов. Был введен поправочный коэффициент, который дал возможность более точно определять коэффициент снижения натяжения каната для i -того витка каната.

Из построенной эпюры давления витков каната на оболочку барабана видно, что своё максимальное значение давление принимает на середине пролета между лобовинами и кольцом жесткости, а своё минимальное значение возле лобовин и кольца жесткости.

Список использованных источников:

1. Давыдов Б. Л. Расчет и конструирование шахтных подъемных машин / Б. Л. Давыдов. – М. : Углетехиздат, 1949. – 298 с.
2. Морозов Б. А. Исследование прочности барабанов грузоподъемных машин / Б. А. Морозов ; ЦНИИТМАШ. – М. :Машгиз, 1949. – Кн. 27. – С. 14–15.
3. Ковальский Б. С. Нагрузка барабана подъемной машины витками каната / Б. С. Ковальский // Доклады АН СССР. – 1950. – Т. 75, № 6. – С. 779–782.
4. Волькович И. Б. Распределение давлений на стенки бесконечного барабана при навивке каната. / И. Б. Волькович // Научные труды Харьковского горного института. – Харьков, 1952. – Т. 1.

5. Фідровська Н. М. Вплив геометричних і жорсткісних параметрів каната і барабана на навантаження обичайки / Н. М. Фідровська // *Машинобудування* : зб. наук. пр. / Укр. інж.-пед. акад. – Харків, 2013. – № 12. – С. 44–48.
6. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки = *Theory of plates and shells* / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер: пер. с англ. – М. : Наука, 1966. – 636 с.
7. Артеменко Н. П. Напряжение в стенке кранового барабана: дис. ... канд. техн. наук: 05.05.05 / Николай Петрович Артеменко ; Харьк. авиац. ин-т. – Харьков, 1947. – 92 с.
8. Федорова З. М. Рудничные подъемные машины: учеб. пособие для студ. спец. "Горные машины" / З. М. Федорова. – М.: Углетехиздат, 1958. – 543с.: ил.
9. Ломакин А. А. Изменение напряжений в витках каната при навивке на барабан / А. А. Ломакин // *Машинобудування* : зб. наук. пр. / Укр. інж.-пед. акад. – Харків, 2014. – № 13. – С. 24–29.

Reference

1. Davydov, B 1949, *Raschet i konstruirovaniye shakhtnykh podemnykh mashin*, Ugletekhizdat, Moskva.
2. Morozov, B 1949, 'Issledovanie prochnosti barabanov gruzopodemnykh mashin', *TSNIITMASH*, no. 27, pp. 14-15.
3. Kovalskiy, B 1950, 'Nagruzka barabana podemnoy mashiny vitkami kanata', *Doklady AN SSSR*, vol. 75, no. 6, pp. 779-782.
4. Volkovich, I 1952, 'Raspredelenie davleniy na stenki beskonechnogo barabana pri navivke kanata', *Nauchnye trudy Kharkovskogo gornogo institutva*, vol. 1.
5. Fidrovskaya, N 2013, 'Influence of geometrical and hard parameters of rope and drum on the loading wall', *Mashynobuduvannia*, no. 12, pp. 44-48.
6. Timoshenko, S & Voynovskiy-Kriger, S 1966, *Theory of plates and shells*, Nauka, Moskva.
7. Artemenko, N 1947, 'Napryazhenie v stenke kranovogo barabana', *Kand.tekh.n. thesis*, Khar'kovskiy aviatsionnyy institut, Kharkiv.
8. Fedorova, Z 1958, *Rudnichnye podemnye mashiny*, Ugletekhizdat, Moskva.
9. Lomakin, A 2014, 'Tension changes in a steel rope turns during winding on the drum', *Mashynobuduvannia*, no. 13, pp. 24-29.

Стаття надійшла до редакції 2 грудня 2014 р.