

УДК 539.3

**ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ ПІДЙОМНИХ КАНАТІВ
В ДИНАМІЦІ КРУТИЛЬНО-ПОЗДОВЖНІХ ПЕРЕМІЩЕНЬ**©Зеленська Т. С.¹, Даниліна Г. В.²*Дніпропетровський національний університет ім. О. Гончара¹**Криворізький коледж Національного авіаційного університету²*

Побудовано і обґрунтовано уточнену математичну модель багатоканатної шахтної установки. Досліджено динамічні процеси, що виникають у всіх її елементах, з метою підвищення міцності та довговічності підйомних канатів і канатів, що врівноважують. Приводяться результати розрахунків.

Ключові слова: крутильні та поздовжні коливання.

Зеленская Т. С., Данилина Г. В. «Исследование напряженно-деформированного состояния подъемных канатов в динамике крутильно-продольных перемещений».

Построено и обосновано уточненную математическую модель многоканатной шахтной установки. Исследованы динамические процессы, возникающие во всех ее элементах, с целью повышения прочности и долговечности подъемных канатов и канатов, которые уравновешивают. Приводятся результаты расчетов.

Ключевые слова: крутильные и продольные колебания.

Zelenskaya T. S., Danilina G. V. “Research intense the deformed condition of lifting ropes in dynamics of torsional and longitudinal movements”.

It is constructed and proved the specified mathematical model of multirope mine installation. The dynamic processes arising in all its elements, for the purpose of increase of durability and durability of lifting ropes and ropes which counterbalance are investigated. Results of calculations are given.

Key words: torsional and longitudinal movements.

1. Актуальність

За допомогою теоретичних та чисельно-практичних досліджень встановлені закономірності поздовжніх коливань головного каната при запобіжному коливанні та вплив пульсуючого характеру потоку руди при завантаженні на динамічні зусилля в підйомному канаті з числовим програмуванням математичної моделі підйомної установки, складеної за хвильовим та телеграфним рівняннями модифікованим методом продовження за експериментальними даними на діючій установці.

2. Вступ

В роботі розглядається математичне моделювання динаміки підйомної установки та дослідження процесів в багатоканатних гілках. Канати різноманітних вантажопідйомних машин працюють в режимах нестационарних навантажень, які викликають поздовжні-

крутильні коливання. Механізми підйому та опускання вантажів за допомогою канатів достатньо часто використовуються в інженерії. В якості прикладів можна навести ліфтові підйомники або пристрої для підйому клітей або списів в шахтах.

При конструюванні такого роду механізмів велика увага приділяється забезпеченню безпеки та безаварійної роботи, особливо в пристроях для перевезення людей. Тому проблемам поздовжніх пружних коливань канатів та методам розрахунку їх динамічної міцності присвячена велика кількість дослідів.

Однак загальною характерною рисою цих досліджень є той факт, що в них розглядалися тільки канати постійної довжини, а фактична зміна довжини каната враховувалась тільки опосередковано.

Подібна неточність в вихідній постановці задачі призводила до необхідності вводити підвищені значення коефіцієнтів запасу міцності. Наслідком такого підходу була значна завантаженість конструкції та підвищення розходу енергії на одиницю переміщеного вантажу. Застосування цих методів показує, що характер руху хвиль в середовищах змінної довжини має специфічні особливості та суттєво відрізняється від характеру руху хвиль в середовищах з нерухомими границями.

Особливо помітна ця відмінність проявляється при відображенні хвиль від рухомої границі. Основуючись на цьому можна стверджувати, що постановка та розв'язання крайових задач, що враховують математично точно зміну границь області інтегрування рівняння динамічного стану канатів, дозволить отримати більш близьку до реальної картини розповсюдження хвиль, а також розподілення динамічного поля напруг в канатах, а отже, зробити більш точний розрахунок міцності параметрів канату.

3. Фізична інтерпретація

Розглянемо варіанти постановки крайових задач для канатних механізмів, що здійснюють вертикальне переміщення вантажів. Для випадків похилого переміщення вантажів ця задача без великих труднощів може бути модифікована. Для дослідження коливальних процесів в канатах шахтної установки прийняті наступні припущення: головні та врівноважуючі канати розглядаються як пружні сталеві нитки змінної довжини; канати кожної гілки представлені одним еквівалентним канатом з перерізом та жорсткістю, що рівна сумі перерізів та жорсткостей окремих канатів гілки; поздовжні коливання врівноважених канатів не передаються з однієї гілки в іншу через петлю канатів; вважається, що в результаті деформації каната всі його точки в поперечному перерізі отримують одні і ті ж самі поздовжні коливання; нехтуємо впливом дуги ковзання в точці набігання каната на шків на процеси в канатах.

4. Побудова математичної моделі

Для аналітичного та чисельного обчислення показників впливу відображених та залишкових хвиль розглядаємо початково-крайову задачу у діючих виробничих шахтних умовах. Завдання про поздовжні коливання головного сталевого канату змінної довжини приводить до розв'язку одновимірного хвильового рівняння на інтервалі зі змінною

границю. А зміна в часі довжини інтервалу викликана силою, що діє в верхньому перетині каната, в точці дотику з барабаном. Представлення рівняння руху каната у формі хвильового рівняння з початково-крайовими умовами першого роду і змішаного типу приводять нас до використання модифікованого методу продовження і відображення, оскільки дозволяють врахувати характер відображених і залишкових хвиль від рухомого кінця. З цього випливає, що ми можемо досліджувати показники напружень в різних перетинах каната в певний момент часу, і спостерігати поведінку кривої напруження за весь період роботи системи.

До початку намотки головного каната на барабан, вантаж вже був підвішений до головного та допоміжного канатів, і в системі встановились статичне переміщення та напруження

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_i(x,t)}{\partial x^2} + k_1 E_1 F_1 \frac{\partial^2 \theta_i(x,t)}{\partial x^2} + \frac{q_1}{g} (g \pm v_c) \\ \frac{q_1 r_1^2}{g} \frac{\partial^2 \theta_i(x,t)}{\partial t^2} = k_1 E_1 F_1 \frac{\partial^2 u_i(x,t)}{\partial x^2} + (B + k_1^2 E_1 F_1) \frac{\partial^2 \theta_i(x,t)}{\partial x^2} \\ \frac{q_2}{g} \frac{\partial^2 \omega_i(x,t)}{\partial t^2} = E_2 F_2 \frac{\partial^2 \omega_i(x,t)}{\partial x^2} + \frac{q_2}{g} (g \pm v_c); \quad (i=1,2) \end{aligned}$$

Для функції переміщення крутильних коливань, початкові умови будуть мати вигляд:

$$\theta_i(x,0) = \varphi_i(x), \quad \frac{\partial \theta_i(x,0)}{\partial t} = \Phi_i(x),$$

де φ_i, Φ_i – відомі функції від змінної x , знайдені в умовах статичної рівноваги підйомної установки при $t = 0$.

В поперечних перерізах гілок канату граничні умови запишемо таким чином:

при

$$x = l_i(t),$$

$$\theta_i(l_i, t) = \int_0^t \frac{\partial \theta_i(l_i, t)}{\partial x} l_i dt \quad (i=1,2);$$

при

$$x = L_i,$$

$$\theta_i(L_i, t) = 0.$$

Функції u_i (поздовжні коливання висячого каната до зустрічі з барабаном намотування) знаходимо модифікованим методом продовження за допомогою суперпозиції такої суми:

$$u = u_1 + u_2 + u_3.$$

$$\begin{aligned} u_1 = \frac{\Phi(x+at) + \Phi(x-at)}{2} + \frac{1}{2a} \cdot \int_{x-at}^{x+at} \Psi(y) dy + M(T_0(x-at)) + M(T_0(2l-(x+at))) + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k M(T_0(\omega(\omega(\dots(\omega(x-at)))))) + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k M(T_0(\omega(\omega(\dots(\omega(2l-(x-at))))))), \end{aligned}$$

де функції Φ та Ψ періодичністю в $2l$, є продовженням початкових умов φ та ψ на всю вісь x .

$$u_1(x,0) = \varphi(x); \quad u_{1t}(x,0) = \psi(x), \quad 0 < x < l.$$

Тоді, функція u_2 буде виглядати наступним чином

$$u_2(x, t) = \int_l^{x+at} \Lambda\left(\frac{\xi-l}{a}\right) d\xi - \int_l^{v(T_0(x-at))+aT_0(x-at)} \Lambda\left(\frac{\xi-l}{a}\right) d\xi - \\ - \int_l^{v(T_0(2l-(x+at))+aT_0(2l-(x+at)))} \Lambda\left(\frac{\xi-l}{a}\right) d\xi + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \int_l^{v(T_0(\omega(\omega(\dots(\omega(x-at))))))+aT_0(\omega(\omega(\dots(\omega(x-at))))))} \Lambda\left(\frac{\xi-l}{a}\right) d\xi + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \int_l^{v(T_0(\omega(\omega(\dots(\omega(2l-(x+at))))))+aT_0(\omega(\omega(\dots(\omega(2l-(x+at))))))} \Lambda\left(\frac{\xi-l}{a}\right) d\xi,$$

де крайова умова $\beta = \gamma(-R\beta(t) + \frac{\partial^2 u_1(l, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u_2(l, t)}{\partial t^2})H(t)$;

$v(t)$ – функція зміни переміщення довільної точки висячого каната, тобто

$$v(t) < x < l, \quad t > 0.$$

Другу крайову умову, враховуючи положення головного каната, запишемо:

$$u(v(t), t) = -\gamma \left(g + \frac{\partial^2 u(l, t)}{\partial t^2} \right),$$

де $\gamma = \frac{m}{ES}$, m – маса вантажу, E – модуль пружності першого роду, S – площа поперечного перерізу головного каната.

Враховуючи параметри намотування каната на барабан, функція переміщення довільної точки подамо у вигляді:

$$v(t) = R \int_0^t \int_0^s \beta(\tau) d\tau ds + R\omega(0)t + v(t),$$

де $\omega(t)$ – кутова швидкість намотування, $\beta(t)$ – кутове прискорення.

Функція Λ є продовженням крайової умови β на всю вісь t :

$$\Lambda(t) = \begin{cases} \beta(t), & t > 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Продовження крайової умови $\mu(t) = u(v(t), t)$ на всю вісь t представлено, як:

$$M(t) = \begin{cases} \mu(t), & t > 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Тоді, перша крайова умова запишеться так

$$\chi(v(t) - at) = M(t).$$

Функція u_3 еквівалентна такому виразу

$$u_3(x, t) = \chi(x + at - l) - \chi(v(T_0(x - at)) + aT_0(x - at) - l) + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} (\chi_{2k}(x + at) - \chi_{2k}(v(T_0(x - at)) + aT_0(x - at))),$$

$$\chi_{2k}(x+at) = - \int_0^{x+at} \exp\left(\frac{s}{\gamma a^2}\right) \int_0^s \exp\left(-\frac{\xi}{\gamma a^2}\right) (\chi''_{2k-1}(2l-\xi) - \frac{1}{\gamma a^2} \chi'_{2k-1}(2l-\xi)) d\xi ds,$$

$$\chi_{2k-1}(x) = -\chi_{2(k-1)}(v(T_0(x)) + aT_0(x)),$$

$$\chi''_{2k}(x) - \frac{1}{\gamma a^2} \chi'_{2k}(x) = -\chi''_{2k-1}(2l-x) + \frac{1}{\gamma a^2} \chi'_{2k-1}(2l-x).$$

5. Постановка та розв'язок допоміжної крайової задачі

Аналогічним чином будується продовження і знаходиться розв'язок допоміжної задачі.

Розглядаємо випадок двоканатної підйомної установки, зі сконцентрованим навантаженням на головному канаті, коли кінцевий вантаж у вигляді навантаженого підйомного сосуда повністю впливає на головний канат, і таким чином визначає основну долю формуючого тягового зусилля.

На ділянці намотаного каната на барабан, маємо властивості телеграфного рівняння. Тому доцільним буде застосування такої крайової задачі. В області $0 < x - x_n < l; \quad t > t_n$ знайти розв'язок телеграфного рівняння

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + D \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + B \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + Cu(x,t) = 0,$$

де C, B, D – сталі величини;

яке задовольняє початковим умовам

$$u(x, t_n) = 0; \quad u_t(x, t_n) = 0; \quad 0 < x - x_n < l,$$

крайовим умовам

$$u(x_n, t) = q(t - t_n); \quad u(x_n + l, t) = 0, \quad t > t_n.$$

Отже, продовження функція $q(t)$ на всю вісь t будемо аналогічним способом:

$$Q(t - t_n) = \begin{cases} q(t - t_n), & t > t_n; \\ 0, & t < t_n. \end{cases}$$

Продовжуючи побудову відображених хвиль аналогічним способом, знаходимо розв'язок поставленої крайової задачі, який буде заданий наступною функцією

$$u(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ e^{\frac{-B(x-x_n)}{2}} e^{\frac{Da(x-x_n+2nl)}{2}} J_0(\psi_{mn}) \times \right. \\ \times \sum_{i=0}^{2n} (-1)^i \left(t - t_n - \frac{x - x_n + 2nl}{a} \right) - a e^{\frac{-B(x-x_n)}{2}} e^{\frac{-x-x_n+2nl}{a}} \int_0^a \left[-\frac{B}{2} J_0(\psi) - c \frac{x-x_n}{\psi} J_1(\psi) \right] \times \\ \times e^{\frac{Da^2(t-t_n-\eta)}{2}} \sum_{i=0}^n (-1)^i Q_i(\eta) d\eta \left. - \sum_{i=0}^{2n-1} (-1)^{i+1} Q_i \left(t - t_n + \frac{x - x_n - 2nl}{a} \right); \right.$$

де J_0, J_1 – функції Беселя нульового та першого порядку відповідно;

$$\psi = \sqrt{c[l^2 - a^2((t - t_n - \eta))^2]};$$

стала c знаходиться з такого співвідношення

$$c = C + \frac{D^2 a^2}{4} - \frac{B^2}{4}.$$

6. Практично-чисельна апробація результатів

Основний вплив на динамічні зусилля в пружних елементах підйомної установки в режимі пуску викликають особливості зовнішньої силової роботи, зокрема механічні характеристики двигуна. Так, характер динамічних ривків в режимі стабільних показників швидкості та гальмування такий же, як і для підйомної установки в холостому режимі; в цих режимах не спостерігається значних коливальних процесів.

В режимі гальмування динамічні зусилля в канаті досягають максимальних значень в перший період запобіжного гальмування, тобто до зупинки ведучого шківів.

В результаті чисельного дослідження отримані дані про величини найбільших поздовжніх та крутильних деформацій та напружень, що виникають в канаті.

Отримано значення перших частот поздовжніх коливань головного каната та поздовжніх коливань хвостового каната (з врахуванням змінної довжини канатів) та зроблені наступні висновки: на першу частоту вирішальний вплив роблять поздовжні коливання; друга частота поздовжніх коливань каната змінної довжини обумовлена в основному ривками шківів під дією вантажу.

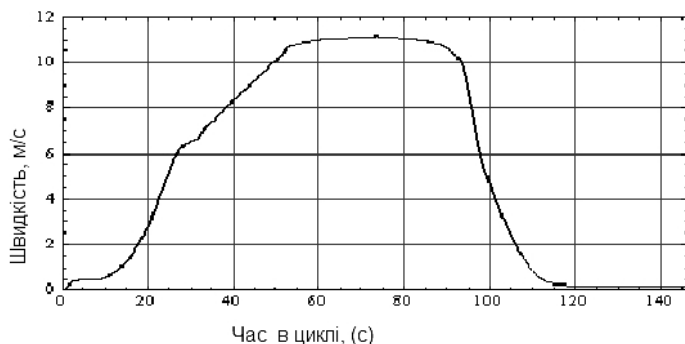


Рис. 1 – Виробнича швидкість намотування головного каната на барабан

динамічну міцність канатів та з'ясувати причину виникнення резонансу в режимах динамічних навантажень.

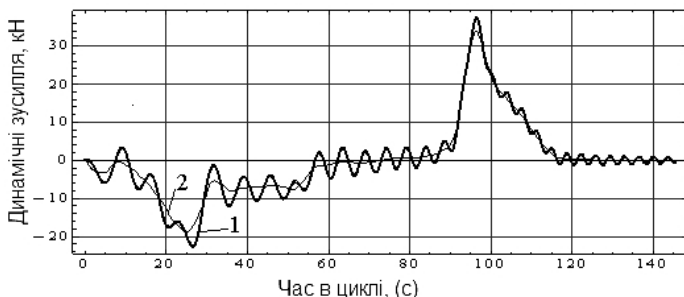


Рис. 2 – Порівняльна характеристика теоретичних розрахунків та чисельно-практичних розрахунків

підйомних канатах навантаженої гілки в верхньому крайньому положенні струни в стволі, а найменші еквівалентні напруження виникають в навантаженій гільці каната при знаходженні

На рис. 1 зображена виробнича швидкість намотування головного каната на барабан, як згладжена функція. На відміну від теоретичних розрахунків, які функцію швидкості представляють шестигранною трапецією, не дають змогу відобразити реальну картину зміни швидкості в циклі.

На основі одержаних результатів отримано показники частотних коливань, можна оцінити

На рис. 2 наведено порівняльну характеристику теоретичних розрахунків – 2, та чисельно-практичні дослідження – 1 з врахуванням поздовжніх залишкових хвиль від рухомого кінця головного каната.

Розрахунок напружень по всій довжині каната показав, що найбільші еквівалентні напруження виникають в

вантажу в нижньому крайньому положенні. Загальна картина розподілу напружень показує, що розсіяність напружень по довжині каната збільшується по мірі зменшення довжини каната.

Користуючись вихідними даними підйомної машини типу МК 5х4-16К, було визначено зусилля в головному канаті в точці підвісу вантажу та в точці набігання каната на барабан для рівномірного обертання барабана та дали числову результуючого запасу міцності головного каната, який виявився на 8 % меншим ніж статичний запас міцності. Застосувавши модифікований метод продовження для визначення динамічних напружень в перетинах каната в кожний момент часу роботи системи по трапецеїдальній тахограмі, було отримано аналітичний вид формули для визначення хвильового переміщення зафіксованих точок головного канату, у відповідності з виробничими показниками.

Перевірочний розрахунок запасу міцності підйомних головних канатів багатоканатної підйомної машини:

| № головного каната | Розривне зусилля сталевого каната, кН | Сумарне розривне зусилля, кН | Запас міцності канатів |
|--------------------|---------------------------------------|------------------------------|------------------------|
| 1 № 44243-05 | 1465,12 | 5885,1 | 10,12 |
| 2 № 44244-05 | 1456,98 | | |
| 3 № 44242-05 | 1477,78 | | |
| 4 № 44245-05 | 1485,82 | | |

Висновки

Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку динамічних характеристик канатів шахтних установок на стадії їх проектування та в умовах реальної експлуатації.

Застосування модифікованого методу продовження показало, що характер руху хвиль у середовищах змінної довжини має специфічні особливості і суттєво відрізняється від характеру руху хвиль у середовищах з нерухомими границями. Розв'язок отримано у вигляді суперпозиції початкової хвилі та хвиль відображених від рухомого кінця (точка дотику каната з барабаном). Необхідно відмітити, що форма розв'язку в точності відповідає природі розповсюдження хвиль в канаті, при навантаженні на нижньому кінці головного каната. Проведений практичний аналіз розрахункових формул хвильового та телеграфного рівняння для досліджуваного методу показали, що при даних статично-динамічних напруженнях головних та врівноважуючих канатів результуючий запас слабо залежить від глибини підйому, досить повільно збільшуючись з глибиною. Найбільше зусилля в канаті в точці набігання перевищує статичне навантаження в тій же точці не більш, ніж на 10 %, незалежно від глибини підйому.

Використання телеграфного рівняння дозволило врахувати реально існуючий опір та з'ясувати характер затухання хвиль, викликаного цими опорами. Так, як враховуючи сили

тертя між канатом та барабаном пружні переміщення в тій частині каната, яка намотана на барабан, описуються телеграфним рівнянням.

Список використаних джерел:

1. Горошко О. А. Введение в механику одномерных деформируемых тел переменной длины / О. А. Горошко, Г. Н. Савин. – К., 1971. – 224 с.
2. Лексина С. В. Система волновых уравнений с граничным управлением на двух концах / А. А. Андреев, С. В. Лексина // Вестник СамГУ : Естественнонаучная серия. – 2008. – № 8/1 (67). – С. 21–34.

Стаття надійшла до редакції 17 березня 2014 р.