

Трыков Д.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАЗЛИЧИИ ФОКУСА И ЦЕНТРА

Для случая, когда корни характеристического уравнения являются чисто мнимыми, вопрос о различии фокуса и центра сводится к интегрированию уравнения

$$\frac{d\rho}{d\varphi} = \rho^2 \sum_{k=0}^{\infty} S_k(\varphi) \rho^k \frac{d\rho}{d\varphi} = \rho^2 \sum_{k=0}^{\infty} S_k(\varphi) \rho^k, \quad (1)$$

Где ρ, φ - полярные координаты, а $S_k(\varphi)$ EMBED Equation.DSMT4 $S_k(\varphi)$ - известные многочлены от $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$. Методом Ляпунова решение уравнения (1) ищется в виде ряда по степеням произвольной постоянной c

$$\rho = \sum_{k=0}^{\infty} h_k(\varphi) c^k, \quad h_0(\varphi) = 1, \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), используя формулу подстановки ряда в ряд (2) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях, получаем бесконечную систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dh_{k+2}}{d\varphi} = \sum_{m=0}^k \left(\sum_{n=0}^{k-m} h_{k-m-n+1} h_{n+1} \right) \times$$

$$\times \left(\sum_{\ell_1+2\ell_2+\dots+m\ell_m=m} \frac{|\ell|!}{\ell_1! + \ell_2! + \dots + \ell_m!} S_{|\ell|}(\varphi) h_1^{\ell_1}(\varphi) h_2^{\ell_2}(\varphi) \dots h_m^{\ell_m}(\varphi) \right), \quad (3)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, \quad |\ell| = \ell_1 + \ell_2 + \dots + \ell_m,$$

из которых последовательно находятся все коэффициенты $h_k(\varphi)$ $h_k(\varphi)$. Полученная система уравнений (3) позволяет использовать систему Maple для нахождения коэффициентов $h_k(\varphi)$ и решении задачи различения фокуса и центра.

Работа выполнена под руководством ст. препод. кафедры ВПМ Чекановой Н. Н.