Мамедов С.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЛИПСА И ГИПЕРБОЛЫ

Возможен другой способ задания линии. Представим линию как траекторию движущейся точки. Тогда в каждый момент t положение точки задаётся её координатами как функциями от t : $x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$.

При параметрическом задании можно получить координаты точек эллипса и гиперболы как однозначные функции параметра.

Простейшее параметрическое задание эллипса имеет вид:

$$\begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases}$$ QUOTE $\begin{cases} x = a\ cost \\ y = b\ sint \end{cases}$ (1)

Параметрическое задание удобно использовать для задания эллипса.

Для задания гиперболы можно использовать тождество: $1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; Тогда:

$$\begin{cases} x = a/\cos t \\ y = btgt \end{cases}$$ QUOTE $\begin{cases} x = \dfrac{a}{\cos t} \\ y = b\ tgt \end{cases}$ (2)

будут параметрическими уравнениями гиперболы. Часто используется другое задание: $x = a\dfrac{e^t + e^{-t}}{2}$, $y = b\dfrac{e^t + e^{-t}}{2}$

Комбинацию $\dfrac{e^t + e^{-t}}{2} = cht$ $\dfrac{e^t + e^{-t}}{2} = cht$ называют гиперболическим косинусом, а комбинацию $\dfrac{e^t - e^{-t}}{2} = sht$ QUOTE $\dfrac{e^t + e^{-t}}{2}$ называют гиперболическим синусом, и уравнение записывают так:

$$\begin{cases} x = a\ cht \\ y = b\ sht \end{cases} \begin{cases} x = a\,\mathrm{c}ht \\ y = b\,\mathrm{s}ht \end{cases} \quad (3)$$

Геометрическая интерпретация параметра t. Подобно тому, что параметр t в уравнениях эллипса (1) пропорционален площади сектора круга с центральным углом t, точно так же параметр t в уравнении (3) пропорционален площади сектора, тсекаемого прямой, проведённой из начала координат под углом t от равнобочной гиперболы.

Работа выполнена под руководством приват-доцента кафедры ВПМ Бедрицкой Н.Ф.