Нечуйвітер О.П., Червона К.В.

ПРО ДЕЯКІ КУБАТУРНІ ФОРМУЛИ НАБЛИЖЕНОГО ОБЧИСЛЕННЯ ІНТЕГРАЛІВ ВІД ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНТЕРЛІНАЦІЇ

На даний час є математичні моделі, зокрема в комп'ютерній та сейсмічній томографії, в цифровій обробці сигналів, які використовують нові інформаційні оператори. Так в теорії наближеного обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій багатьох змінних побудовані кубатурні формули наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є з використанням інтерлінації функцій на класі Ліпшиця, Гьольдера, класі диференційованих функцій. В якості даних такі кубатурні формули використовують не лише значення функції у вузлових точках, а також сліди функції на лініях.

Для наближеного обчислення інтегралів від функцій двох змінних виду

$$J(\omega)=\int_0^1\int_0^1 \sin\omega g(x,y)dxdy,$$

у випадку, коли інформація про функцію $g(x,y)$ задана слідами на взаємно-перпендикулярних прямих

$$x_k=k\Delta-\Delta/2,\qquad y_j=j\Delta-\Delta/2,\quad k,j=\overline{1,\ell},\quad \Delta=1/\ell$$

в даній доповіді пропонуються до розгляду кубатурні формули

$$\Phi_1(\omega)=\int_0^1\int_0^1 \sin\left(\omega Eg(x,y)\right)dxdy,$$

$$\Phi_2(\omega)=\int_0^1\int_0^1 O\sin\omega g(x,y)dxdy,$$

де $O\sin\omega g(x,y)=E\sin\omega g(x,y)$,

$$Eg(x,y)=\sum_{k=1}^{\ell} g(x_k,y)h_{0k}(x)+\sum_{j=1}^{\ell} g(x,y_j)H_{0j}(y)-\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{j=1}^{\ell} g(x_k,y_j)h_{0k}(x)H_{0j}(y),$$

$$h_{0k}(x)=\begin{cases}1, x\in X_k\\ 0, x\notin X_k,\end{cases}\quad k=\overline{1,\ell};\qquad H_{0j}(y)=\begin{cases}1, y\in Y_j,\\ 0, y\notin Y_j,\end{cases}\quad j=\overline{1,\ell},$$

$$X_k=[x_{k-1/2},x_{k+1/2}],\ Y_j=\left[y_{j-1/2},y_{j+1/2}\right].$$

В першій кубатурній формулі функція $g(x,y)$ замінюється кусково-сталим інтерлінантом $Eg(x,y)$, в другій - кусково-сталим інтерлінантом замінюється вся підінтегральна функція.

Для кожної кубатурної формули отримана оцінка похибки наближення на класі диференційованих функцій, де

$$\left|g^{(1,0)}(x,y)\right|\le M_1,\quad \left|g^{(0,1)}(x,y)\right|\le M_2,\quad \left|g^{(1,1)}(x,y)\right|\le M.$$

Проведений чисельний експеримент в системі комп'ютерної математики Mathcad показав, що за кубатурною формулою $\Phi_2(\omega)$, де кусково-сталим інтерлінантом замінюється вся підінтегральна функція, обчислення є більш точними.