Кианпур Х.

СПИРАЛЬНЫЕ КРИВЫЕ ЛИНИИ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ТЕХНИКЕ

В технике широко используются спиральные кривые линии – синусоидальные, логарифмические, спираль Архимеда.

I. Семейство синусоидальных кривых линий выражается в полярной системе координат уравнениями:

$$\rho^m = a^m \cdot \sin m\varphi \quad \rho^m = a^m \sin m\varphi \tag{1}$$

$$\rho^m = a^m \cos m\varphi . \tag{2}$$

Различные значения индекса “m” дают возможность получить различные кривые линии с большим разнообразием форм и свойств.

Исследуем свойства некоторых кривых семейства синусоидальных спиралей в зависимости от индекса m по уравнению (2).

1. $m > 0$. Кривая проходит через полюс, не выходя за пределы круга радиуса a, при изменении $0 \le \varphi \le 2\pi$ кривая будет иметь m - лепестков, каждый внутри угла π/m.

2. $m < 0$. Кривая не проходит через полюс, имеет бесконечные ветви, каждая из них касается базисной окружности и асимптотически приближается к лучам, угол между которыми π/m.

3. $m = 1$. Уравнение имеет вид: $\rho = a\cos\varphi$ $\rho = a\cos\varphi$. Это уравнение окружности.

4. $m = -1$. Уравнение имеет вид: $\rho = a/\cos\varphi$. Это кривая – эвольвента.

5. $m = 2$. Уравнение имеет вид: $\rho^2 = a^2\cos 2\varphi$.$\rho^2 = a^2 \cos2\varphi$. Кривая – лемниската Бернулли.

6. $m = -2$. Уравнение имеет вид: $\rho^2 = a^2/\cos 2\varphi$. Кривая – равносторонняя гипербола.

Гипербола – орбита космического аппарата, уходящего в бесконечность с остаточной скоростью.

II. Спираль Архимеда может быть представлена как траектория движения точки, равномерно удаляющейся по прямой от центра равномерного вращения этой прямой. Уравнение спирали Архимеда в полярных координатах: $\rho = a\varphi$. Спираль Архимеда находит применение в кулачковых механизмах. Например, по спирали Архимеда расположены лопасти насосов, в часовых механизмах применяются пружины, изготовленные по спирали Архимеда.

Работа выполнена под руководством приват-доцента кафедры ВПМ Бедрицкой Н.Ф.