

ПРО ТЕСТУВАННЯ НОВИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Залужна Г.В., ст. викладач кафедри ЕМС
ННППІ УІПА

В роботі пропонується аналіз результатів обчислювального експерименту, проведеного авторами за допомогою створеної ними програми при розв'язанні прикладу в областях, складених з прямокутників. В цьому прикладі розв'язувалась тестова крайова задача, в якій був відомий точний розв'язок, побудований з використанням методики, викладеної в роботі [1], відповідним чином перенесеної на випадок нестационарної задачі теплопровідності.

В статті [2] розглянуто більш детально структура наближеного розв'язку, коли областю є прямокутник. В даній роботі досліджуються його можливості для випадку областей, складених з прямокутників. Зокрема, ідея цього методу використовується для побудови точного розв'язку нестационарної задачі теплопровідності, що належить класу $C^{2,2,1}(\bar{D} \times (0, +\infty))$.

Розглядається задача нестационарної теплопровідності в області, яка має форму швелера.

Наближений розв'язок задачі шукаємо у вигляді:

$$u(x, y, t) = \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{\ell=1}^{n_1-1} C_{k\ell}(t) h_k(x) H_\ell(y) + \sum_{k=1}^{m_1-1} \sum_{\ell=n_1}^{n-1} C_{k\ell}(t) h_k(x) H_\ell(y) + \sum_{k=m_2+1}^{m-1} \sum_{\ell=n_1}^{n-1} C_{k\ell}(t) h_k(x) H_\ell(y),$$

де $(x, y) \in D$, $t \geq 0$.

Функції $C_{k\ell}(t)$ знаходимо, мінімізуючи вираз $J(u)$ з використанням методу локального потенціалу:

$$J(u) = \iint_D \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} - f(x, y, t) \right) u \right) dx dy.$$

Це приводить до системи лінійних диференціальних рівнянь відносно $C_{k\ell}(t)$.

При побудові точного розв'язку задачі для тестового прикладу необхідно враховувати, щоб точний розв'язок належав до класу функцій, які мають неперервну похідну по t і неперервні другі похідні u''_{xx} , u''_{yy} . Для цього шукаємо точний розв'язок тестового прикладу у вигляді 5-ти різних формул у 5-ти різних підобластях.

Запропонований в роботі метод побудови точних розв'язків нестационарної задачі теплопровідності в областях, складених з прямокутників, дозволяє використовувати ці розв'язки для випадків, коли $u(x, y, t) \in C^{2,2,1}(\bar{D} \times (0, +\infty))$.

Література

1. Литвин О.М., Лобанова Л.С. Про один метод побудови точних розв'язків крайової задачі для диференціальних рівнянь еліптичного типу в областях складної форми // Доповіді НАНУ. 2011, №7.

2. Литвин О.М., Лобанова Л.С. Залужна Г.В. Про один метод побудови точного розв'язку початково-крайової задачі для рівняння нестационарної теплопровідності в області складної форми. Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки : зб. наук. праць / Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка – Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. – Вип. 4. – С. 132-138.