

**В'юн О.В.**

## **ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА**

Основне рівняння динаміки обертового руху твердого тіла з моментом інерції  $J$  навколо нерухливої осі  $z$  має вигляд  $\varepsilon = \frac{M}{J}$  (1), де  $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$  - кутове прискорення,  $M$  – повний момент зовнішніх сил. Оскільки величина  $\varepsilon$  є функцією двох змінні, то вивчення закону динаміки обертового руху твердого тіла виконується шляхом роздільного дослідження двох залежностей: 1) залежності кутового прискорення від моменту сили при постійнім значенні моменту інерції ( $J = \text{const}$ ) і 2) залежності кутового прискорення від моменту інерції при постійнім значенні моменту сили ( $M = \text{const}$ ).

(2) Повний момент зовнішніх сил рівний  $M = M_n - M_{mp}$ ,

Звідси, основне рівняння динаміки обертового руху ухвалює вид лінійної залежності моменту сили натягу  $M_n$  від  $\varepsilon$ .  $M_n = J\varepsilon + M_{mp}$ . (3)

Для експериментального доказу цього співвідношення використовували маятник Обербека. За допомогою вантажу маси  $m$ , прикріпленого до кінця нитки, намотаної на шків, маятник може приводитися в обертання. Визначаючи тривалість  $t$  руху й переміщення  $h$  вантажу, визначили прискорення його поступального руху та кутове прискорення хрестовини:

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (4) \quad \varepsilon = \frac{a}{R} = \frac{2h}{Rt^2} \quad (5)$$

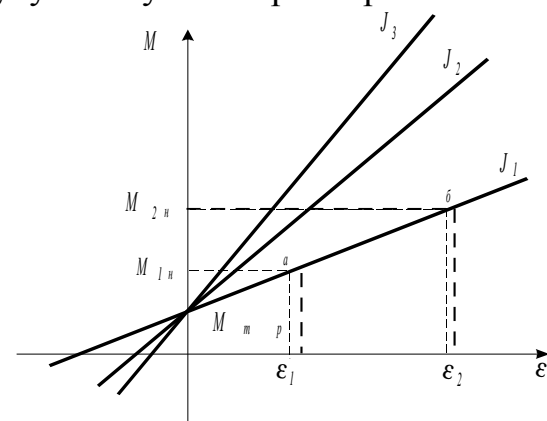
Момент сили натягу  $T$  нитки рівний

$$M_n = TR \quad (6)$$

Силу  $T$  визначаємо із другого закону Ньютона для поступального руху, яка у проєкціях на вісь  $OY$  дає  $ma = mg - T$ , (7)

Таким чином, момент сил натягу нитки

$$M_n = mR(g - a) \quad (8)$$



**Рис. 1 - Залежність моменту сили натягнення нитки від кутового прискорення**

Згідно (3)  $M_n$  лінійна функція  $\varepsilon$ . На рис. 1 цих залежностей для різних значень моментів інерції системи зображені у вигляді графіків, кутові коефіцієнти яких рівні  $J$ . Ці графіки відсікають від осі  $M_n$  відрізки, рівні моменту сили тертя  $M_{mp}$ . Оскільки  $M_{mp}$  однаковий у всіх дослідах, то всі графіки повинні перетинатися в одній крапці. Функція (3) вірна для будь-яких двох моментів сил, тому:

$$\begin{cases} M_{1H} = \varepsilon_1 J + M_{mp} \\ M_{2H} = \varepsilon_2 J + M_{tp} \end{cases} \quad (9). \quad \text{Звідки} \quad J = \frac{M_{2H} - M_{1H}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \quad (10)$$

Таким чином, величина  $J$  може бути виміряна, або розрахована, виходячи з мас і геометричних розмірів деталей установки Обербека. Момент інерції  $J$  маятника обчислюється з умови адитивності моменту інерції і дорівнює сумі моментів інерції шківів, хрестовини і циліндрових вантажів, що обертаються довкола осі, що не проходить через їх середини. Графіки дозволяють також визначити момент сили тертя  $M_{mp}$ , що діє в системі.

---

Робота виконана під керівництвом ас. кафедри ОМ і ТМ Писарцова О.С.

