Ревенко А.А.

ТОНКОСТЕНННЫЕ СТЕРЖНИ ЗАМКНУТОГО ПРОФИЛЯ, РАБОТАЮЩИЕ НА КРУЧЕНИЕ

Рассмотрим цилиндрический стержень, поперечное сечение которого представлено на рис. 1. Толщину стенки δ будем считать плавно изменяющейся вдоль линии контура, так что концентрацию напряжений можно не учитывать.

Геометрическое место точек, равноотстоящих от внешнего и внутреннего контуров поперечного сечения, называется средней линией сечения.

Ввиду незначительной толщины стенки можно принять, что возникающие при кручении касательные напряжения будут равномерно распределены по толщине стенки и направлены по касательной к средней линии сечения.

Можно показать также, что произведение касательного напряжения в какой-либо точке стенки на ее толщину есть величина, постоянная для всех точек осевой линии контура сечения, т.е. $\tau\delta = \mathrm{const}.$

Для этого достаточно рассмотреть условие равновесия какого-либо элемента стержня, например элемента 1234.

В продольном сечении 1-4 действует парное касательное напряжение τ_1 , в сечении 2-3 - парное касательное напряжение τ_2.

Спроектировав силы, действующие на элемент, на направление оси стержня, получим. $\tau_1 \delta_1 dz = \tau_2 \delta_2 dz$

Сила, действующая на элементарную площадь δds, равна, очевидно, $\tau\delta ds$, а крутящий момент этой элементарной силы относительно произвольной точки O, лежащей в плоскости сечения, равен $\tau\delta ds\rho$, относительно точки O.

Сумма моментов относительно оси, параллельной образующей стержня и проходящей через точку O, равна крутящему моменту $T_K = \int\limits_S \tau\delta\rho dS$, где интегрирование распространяется на всю длину контура *S*; но произведение *pdS* равно удвоенной площади треугольника Oab; *pdS = 2dA*. Следовательно, $T_K = \int\limits_A \tau\delta 2dA$.

Произведение $2\tau\delta$, как величину постоянную, можно вынести за знак интеграла. Под интегралом остается выражение $\int\limits_A dA$, что представляет собой площадь сплошного сечения, ограниченного средней линией сечения.

Тогда $T_K = \tau\delta 2A$, откуда $\tau = T_K/(\delta 2A)$.

Наибольшее напряжение будет в том месте, где толщина стенки минимальна $\tau_{\max} = T_K/(2A\delta_{\min})$.

Вычислим теперь потенциальную энергию деформации, численно равную работе внутренних сил.

$$U = \frac{T_K^2 l}{8GA^2} \int_0^S \frac{dS}{\delta}.$$

Учитывая, что потенциальная энергия U численно равна работе W внешнего момента, получим *Тк = Т*

$$\varphi = \frac{Tl}{4GA^2} \int_0^S \frac{dS}{\delta}.$$

Работа выполнена под руководством доц. кафедры СМ и ТМ Евсюковой Л.А.