

Линнік П.М.

ТРАЄКТОРІЇ ШТУЧНИХ СУПУТНИКІВ ЗЕМЛІ

Рівняння траєкторії в полярних координатах має вигляд

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}.$$

З аналітичної геометрії відомо, що є рівнянням конічного перетину в полярних координатах з полюсом у фокусі, з фокальним параметром p і з ексцентриситетом e . Кут θ – кут між віссю симетрії конічного перетину і радіусом – вектором матеріальної точки. Отже, матеріальна точка описує конічний перетин, який є симетричним відносно вектора Лапласа.

Отже, отримано перший закон Кеплера: матеріальна точка рухається по відношенню до центру, що притягує, по конічному перетину (еліпсу гіперболі або параболі), в одному з фокусів якого знаходиться центр, що притягує.

Фокальний параметр визначає розміри траєкторії. Справді, з рівняння випливає, що якщо у одного з конічних перетині з однаковими параметрами e параметр p у декілька раз більше ніж у другого, то при кожному значенні кута θ величина радіуса – вектора, який описує вказаний конічний перетин, буде у стільки ж разів більше величини радіуса – вектора другого конічного перетину.

Ексцентриситет e визначає форму траєкторії: якщо $e = 0$ то траєкторією є коло; якщо $0 < e < 1$ то траєкторією буде еліпс; якщо $e = 1$, то траєкторією буде парабола; якщо $e > 1$, то траєкторією буде гіпербола, точніше одна з її гілок, яка обернена увігнутістю до центру, що притягує.

Якщо припустити, що в початковий момент часу t_0 вектори \vec{r}_0 і абсолютна величина швидкості \vec{V}_0 , яка дорівнює:

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_\theta^2} = \sqrt{\frac{\mu}{p} \sqrt{1 + e^2 + 2e \cos \theta}}$$

не колінеарні, то траєкторія точки не є прямою лінією, а буде являти собою еліпс, гіперболу або параболу, причому вид траєкторії повністю визначається величинами r_0 і V_0 , отримаємо вираз:

$$e = \sqrt{1 + h \frac{c^2}{\mu^2}} = \sqrt{1 + \frac{c^2}{\mu^2} \left(V_0^2 - \frac{2\mu}{r_0} \right)} \quad (1)$$

З формули (1) випливає, що

- 1) якщо $V_0^2 < \frac{2\mu}{r_0}$, тобто $h < 0$, то $e < 1$ траєкторією буде еліпс;
- 2) якщо $V_0^2 = \frac{2\mu}{r_0}$, тобто $h = 0$, то $e = 1$ траєкторією буде парабола;

якщо $V_0^2 > \frac{2\mu}{r_0}$, тобто $h > 0$, то $e > 1$ траєкторією буде гіпербола.

Робота виконана під керівництвом ст. викл. каф. ОМ і ТМ Седова І.Б.