

## **ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ГЕОМЕТРИИ ФОРМЫ НА ПРОЧНОСТЬ СОЕДИНЕНИЙ С НАТЯГОМ**

**А.В. Куприянов, Н.К.Резниченко, Украинская инженерно-педагогическая академия**

Исследовано влияние погрешности геометрии формы на прочность цилиндрического соединения с натягом. Прочность соединения с идеальной цилиндрической геометрией сравнивалась с прочностью соединения при наличии конусообразности, седлообразности, бочкообразности, овальности. Расчет проведен двумя способами. Установлено, что прочность цилиндрического соединения с натягом при наличии погрешности геометрии формы меняется незначительно, поэтому погрешности нецелесообразно дополнительно нормировать.

### **1. Введение**

В промышленности широко используются соединения с натягом, которые сравнительно просто технологически реализуются, и, как правило, относятся к неразъемным. Они обеспечивают высокую прочность соединений на осевой сдвиг и проворачивание. Посадка с натягом имеет допуск изготовления, складывающийся из допусков вала и втулки, причем при расчете прочности соединения в расчет принимается наименьший допустимый натяг, а наибольший допустимый необходим для проверки прочности сопрягаемых деталей.

Такие авторы, как Андреев Г.Я., Бобровников Г.Я., Арпентьев Б.М., Зенкин А.С., исследовали влияние различных геометрических и технологических параметров на прочность соединения с натягом. Известно, что наибольшее влияние на прочность такого соединения оказывает величина натяга. К другим параметрам, оказывающим существенное влияние, относятся:

- материал и характеристики поверхностного слоя сопрягаемых деталей;
- микрогеометрия посадочных поверхностей – шероховатость и ее направление;
- наличие промежуточных сред – смазки, клеевых прослоек.

Целенаправленных экспериментальных исследований влияния макрогеометрических показателей сопрягаемых поверхностей на прочность, таких как погрешность геометрии формы, авторам не известно. Это можно объяснить тем, что специальное проведение таких исследований требует механической обработки деталей с прецизионной точностью. Не найдено также теоретических расчетов в данном направлении.

Использование компьютерного моделирования методом конечных элементов позволяет провести сравнительный анализ прочности соединений с натягом для различных макрогеометрических погрешностей геометрии.

**Целью исследования** является определение существенности и величины влияния погрешности геометрии формы на прочность соединения с натягом.

## 2. Основное содержание и результаты работы

### 2.1. Постановка задачи

В данной работе исследуются цилиндрические соединения с натягом. В ГОСТ 24642-81 нормируются совокупность отклонений всей поверхности (допуск цилиндричности), отдельных ее сечений либо отдельных геометрических элементов, независимо от формы реальной поверхности. С целью исследования влияния формы реальной поверхности в данной работе исследовалось влияние на прочность соединения применявшихся ранее частных видов отклонений формы. К ним относятся отклонения профиля поперечного сечения: конусообразность, бочкообразность, седлообразность и отклонения от круглости: овальность.

Относительная геометрическая точность формы может составлять от 60% поля допуска для нормальной (А) до менее 25% для особо высокой геометрической точности [1]. Если при сборке с натягом погрешность геометрии формы деталей не нормируется, то ее величина может соответствовать нормальной геометрической точности.

Для сравнительных расчетов была выбрана посадка  $\text{Ø}60 \text{ H}8/\text{u}8$ , как одна из достаточно грубых из применяемых для соединений с натягом. Для 8-го качества нормальная (А) относительная геометрическая точность соответствует 7-й степени точности. Для  $\text{Ø}60$  допуск погрешности геометрии формы 16 мм на сторону, 32 мм на диаметр. С целью усилить влияние погрешностей геометрии формы при моделировании принимался минимальный натяг в соединении – 0,04 мм.

Экспериментальные образцы показаны на рис. 1, погрешности геометрии формы графически увеличены для наглядности. Втулки были приняты цилиндрическими (рис. 1а), а погрешность геометрии формы моделировалась на валах. Цилиндрический вал (рис. 1б) сравнивался с имеющими конусообразность, седлообразность, бочкообразность и овальность (рис. 1в – 1е). На прочность соединения влияет геометрия только посадочной поверхности, тем не менее для валов предусматривались хвостовики, которые при проведении практической экспериментальной проверки упростят выпрессовывание.

Расчет статической прочности пресового соединения на осевой сдвиг по формулам, основанным на решении плоской осесимметричной задачи теории упругости (задача Ляме – Гадолина [2]), дает прочность соединения 273,9 кН. Материал деталей был принят сталь 45. Характеристики материала: модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа; коэффициенты Пуассона  $\nu = 0,3$ ; приняты одинаковыми для вала и втулки. Коэффициент трения был принят  $f = 0,426$ ; для корректности сравнения с полученные ниже результатами.

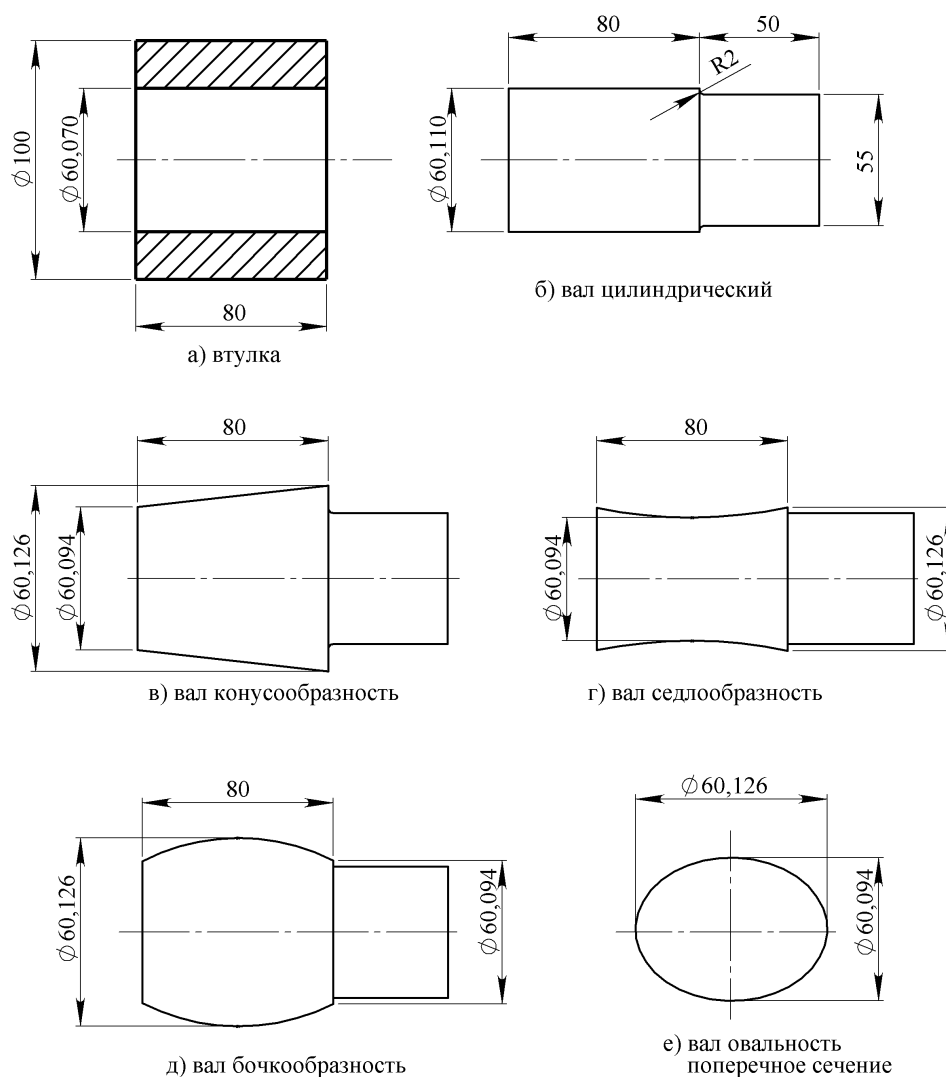


Рис. 1. Отклонения формы цилиндрических поверхностей, которые исследовались

## 2.2. Решение методом конечных элементов

Выполним решение задачи прочности соединения на осевой сдвиг. Решение проведем в плоской постановке в осевом сечении для половины изделия (на радиус). Согласно точному решению [3] напряжения в бесконечном сплошном валу (с радиусами  $a_1 = 0$ ;  $b_1 = 0,03$  м) при посадке на него бесконечной втулки (с радиусами  $a_2 = 0,03$  м;  $b_2 = 0,05$  м) находим по формулам:

$$\sigma_r = \frac{a^2 b^2 (P_b - P_a)}{(b^2 - a^2) r^2} + \frac{(P_a a^2 - P_b b^2)}{b^2 - a^2},$$

$$\sigma_\theta = -\frac{a^2 b^2 (P_b - P_a)}{(b^2 - a^2) r^2} + \frac{(P_a a^2 - P_b b^2)}{b^2 - a^2};$$
(1)

где  $P$  – контактное давление соответственно.

Радиальные перемещения  $u$ :

$$u = r (\sigma_\theta - \nu \sigma_r) / E.$$
(2)

Граничные условия имеют вид:

$$P_{a1} = 0; P_{b1} = P_{a2}; P_{b2} = 0; u_{/r=a2} - u_{/r=b1} = \delta, \quad (3)$$

откуда

$$P_{b1} = P_{a2} = \frac{E \delta (b_1^2 - a_1^2) (b_2^2 - a_2^2)}{2b_1^3 (b_2^2 - a_1^2)}. \quad (4)$$

Радиальный натяг  $\delta = 0,02 \cdot 10^{-3}$  м.

Контактное давление в соответствии с (4):

$$P = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,020 \cdot 10^{-3} \cdot 0,03^2 \cdot (0,05^2 - 0,03^2)}{2 \cdot 0,03^3 \cdot 0,05^2} = 42,67 \text{ МПа.}$$

Коэффициент трения принят меняющимся в зависимости от контактного давления, причем с ростом давления он снижается. Данные получены из работ Андреева Г.Я., а также в результате собственных экспериментов:  $f/P = 60 \text{ МПа} = 0,4$ ;  $f/P = 120 \text{ МПа} = 0,3$ , то есть:

$$f = 0,5 - 0,00167 \cdot P, \quad (5)$$

где давление  $P$  задается в МПа.

Радиальный натяг при цилиндрическом вале

$$\delta = (60,110 \cdot 10^{-3} - 60,070 \cdot 10^{-3})/2 = 0,020 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Радиальный натяг при погрешностях геометрии формы:

$$\delta = ([60,126 \cdot 10^{-3} \dots 60,094 \cdot 10^{-3}] - 60,070 \cdot 10^{-3})/2 = 0,028 \cdot 10^{-3} \dots 0,012 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Седлообразность и бочкообразность имитировались с помощью синусоиды.

Седлообразность:

$$\delta = 0,028 \cdot 10^{-3} - 0,016 \cdot 10^{-3} \cdot \sin \alpha,$$

причем торцам детали ( $l = 0$  м и  $l = 0,08$  м) соответствует  $\alpha = 0; 180^\circ$ , середине –  $\alpha = 90$ .

$Z$  – осевая координата:  $Z = 0 \dots 0,08$  м.

Разбиение соединения на конечные элементы показано на рис. 2.

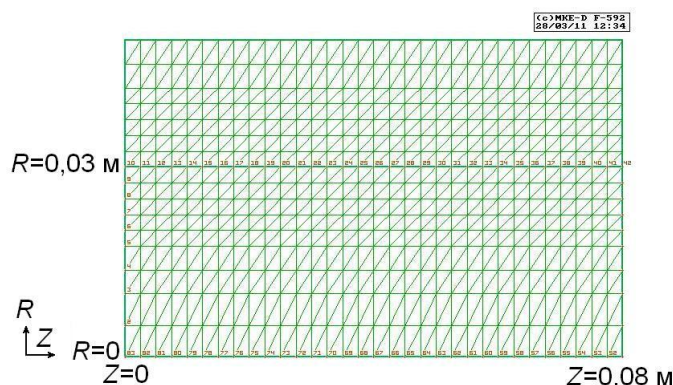


Рис. 2. Схема разбиения соединений на конечные элементы

В расчете использовались следующие обозначения и формулы:  $Z$  – осевая координата, м;  $\sigma_r$  – радиальные напряжения в зоне контакта, МПа;  $F_{rG}$  – сила сжатия в контактном

конечном элементе (на 1 контактный конечный элемент, кроме торцевых, приходится по  $l_G = 0,0025$  м длины втулки, на торцевой конечный элемент приходится  $l_{G1} = 0,0025/2 = 0,00125$  м длины втулки), МН;  $\sigma_{1G}$  – сжимающие напряжения в зоне контакта:

$$\sigma_{1G} = F_{rG} / S \quad (6)$$

$S$  – площадь поверхности, приходящаяся на 1 контактный КЭ:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot b_1 \cdot l_G = 471 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2, \quad (7)$$

для торцевых контактных конечных элементов –  $S = 2 \cdot \pi \cdot b_1 \cdot l_{G1} = 236 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ ;

$\sigma_{2G}$  – сдвигающие напряжения в зоне контакта:

$$\sigma_{2G} = F_{zG} / S, \quad (8)$$

где  $F_{zG}$  – сдвигающая сила в контактном конечном элементе.  $f_{tr}$  – расчетный коэффициент трения в контактном конечном элементе, полученный по формуле (5), в качестве давления берется  $\sigma_{1G}$  (6):

$$f_{tr} = 0,5 - 0,00167 \cdot \sigma_{1G}; \quad (9)$$

$\sigma_{II}$  – минимальное значение сдвигающих напряжений, при котором начинает происходить проскальзывание в зоне данного контактного конечного элемента:

$$\sigma_{II} = f_{tr} \cdot \sigma_{1G}. \quad (10)$$

Сила, при которой начинает происходить проскальзывание в зоне данного контактного конечного элемента:

$$F_{II} = \sigma_{II} \cdot S, \quad (11)$$

$S$  – площадь поверхности, приходящаяся на 1 контактный КЭ (7),

$$F_{II} = f_{tr} \cdot \sigma_{1G} \cdot S, \quad (12)$$

или

$$F_{II} = f_{tr} \cdot F_{rG}, \quad (13)$$

Таким образом, для сдвига детали нужно приложить усилие

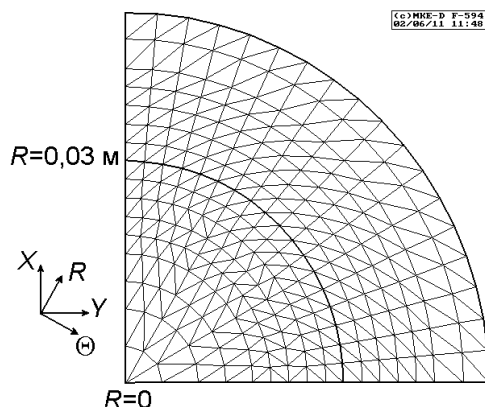
$$F_{\Sigma} = \Sigma F_{II} = \Sigma (f_{tr} \cdot F_{rG}) \quad (14)$$

или приблизительно

$$F_{\Sigma} = f_{tr} \cdot \sigma_r \cdot S_{\Sigma}, \quad (15)$$

где  $S_{\Sigma}$  – суммарная площадь поверхности контакта всех контактных элементов.

Для расчета напряженно-деформированного состояния соединения вала овальной формы с втулкой использованы формулы для плоской деформации, то есть задача сводится к двумерной путем рассмотрения поперечного сечения конструкции (рис. 3). Это предполагает, что деформация в осевом направлении отсутствует, что не совсем соответствует действительности, так как от сил сжатия при натяге вал стремится растянуться, а втулка стремится укоротиться под действием сил растяжения от натяга. Такое допущение вносит некоторую погрешность в расчет.



**Рис. 3. Конечные элементы при расчете прочности для вала с наличием овальности**

Плоская деформация предполагает равенство нулю осевых перемещений и осевых деформаций. В этом случае осевые напряжения находятся по формуле:

$$\sigma_y = \nu (\sigma_r + \sigma_\theta), \quad (16)$$

где  $\sigma_r$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_\theta$  – радиальные, осевые, окружные напряжения,  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Расчет напряженно-деформированного состояния сечения производится в декартовой системе координат и для получения данных в полярной системе координат необходим перерасчет напряжений и сил в зоне контакта по формуле:

$$F_r = F_x \cdot \cos \alpha + F_y \cdot \cos (90 - \alpha); \quad (17)$$

$$F_\theta = -F_x \cdot \cos (90 - \alpha) + F_y \cdot \cos (\alpha). \quad (18)$$

Радиальный натяг при цилиндрическом вале

$$\delta = (60,110 \cdot 10^{-3} - 60,070 \cdot 10^{-3})/2 = 0,020 \cdot 10^{-3} \text{ м}. \quad (19)$$

Натяг в соединении при наличии овальности задается по формуле:

$$\delta = 0,020 \cdot 10^{-3} + 0,008 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 2\alpha, \quad (20)$$

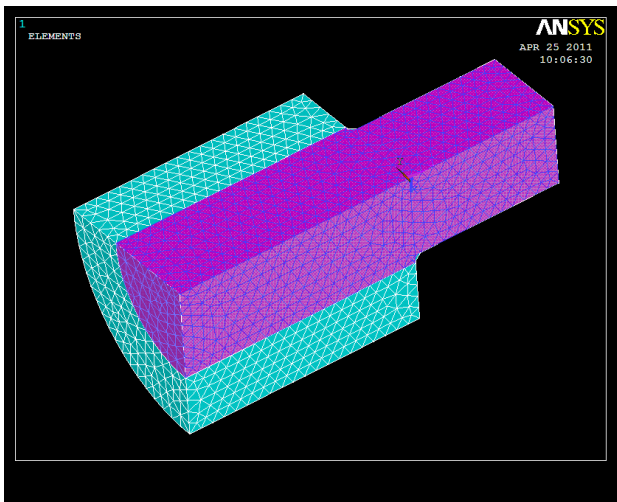
причем  $\alpha = 0$  соответствует оси X на рис. 3 (натяг равен  $0,028 \cdot 10^{-3}$  м),  $\alpha = 90^\circ$  – оси Y (натяг равен  $0,012 \cdot 10^{-3}$  м).

Результаты расчетов в приведены в таблице 1.

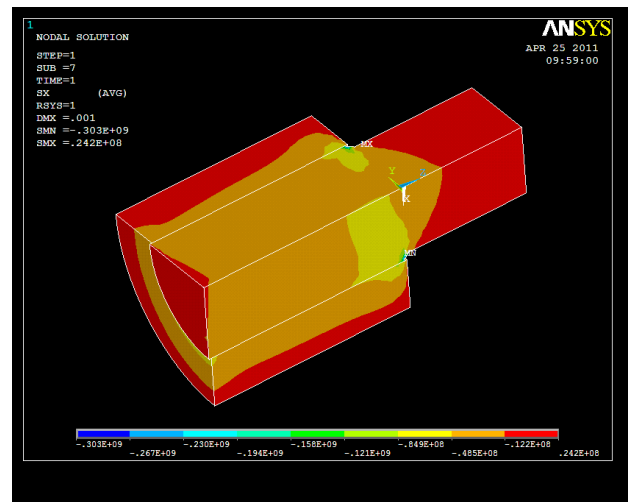
### 2.3. Решение методом конечных элементов в Ansys

Моделирование прочности цилиндрического соединения с натягом для тех же исходных данных было проведено также средствами популярного пакета Ansys v.12.

Для случая цилиндричности, конусообразности, седлообразности и бочкообразности задача решалась в плоской постановке, овальность – в объемной, для четверти конструкции. На рис.4 а) показана сетка конечных элементов, на рисунке рис.4 б) радиальные напряжения для задачи овальности вала. Другие случаи погрешности геометрии формы для экономии места здесь не приведены.



а)



б)

**Рис. 4. Моделирование прочности цилиндрического соединения для случая овальности в Ansys**

При моделировании в Ansys нет возможности задавать переменный коэффициент трения в зависимости от контактного давления. Поэтому для каждого случая коэффициент трения принимался равным полученному при расчетах по формулам подраздела 2.2. При расчете прочности свободному краю хвостовика вала задавалось смещение 1 мм, а противоположный край втулки закреплялся в осевом направлении. После расчета выводилась сила, которая вызывала такое смещение. Результаты расчета также приведены в таблице 1.

#### 2.4. Сравнительные результаты расчета

Проведенные двумя способами расчеты показали практически полную идентичность результатов (таблица 1). Максимальное расхождение 4,5% в случае конусообразности, в случае седлообразности оно равно 2,5%, в остальных трех случаях оно в пределах одного процента. Это свидетельствует о правильности обоих расчетов.

**Таблица 1.**

**Сравнительные результаты прочности соединения с натягом при наличии погрешности геометрии формы**

Наличие и вид погрешности	Коэффициент трения	Прочность при расчете МКЭ, кН	Прочность при расчете МКЭ Ansys, кН	Относительная прочность к цилиндрическому соединению	Относительная прочность к Ansys
Цилиндричность	0,426	285,4	282,6	1	1,01
Конусообразность	0,414	282,8	270,6	0,99	1,045
Седлообразность	0,42	249,9	243,5	0,88	1,026
Бочкообразность	0,406	304	304,3	1,07	0,999
Овальность	0,421	281,1	277,1	0,98	1,014

Из анализа полученных результатов можно сделать вывод, что прочность цилиндрического соединения с натягом при наличии погрешности геометрии формы меняется незначительно. Наличие конусообразности и овальности уменьшает прочность не

более чем на 2%. Седлообразность уменьшает прочность соединения на 12%, бочкообразность увеличивает на 7%. Поэтому дополнительное нормирование погрешности геометрии формы при изготовлении деталей для соединений с натягом нецелесообразно.

### **3. Выводы**

1. Проведенный двумя способами расчет прочности цилиндрического соединения с натягом с учетом погрешности геометрии формы дал идентичные результаты, что свидетельствует о его правильности.
2. Наличие погрешности геометрии формы оказывает незначительное влияние на прочность прессового соединения. Из всех погрешностей не следует допускать седлообразности, которая снижает прочность более чем на 10 %.
3. Дополнительного нормирования погрешности геометрии формы для обычных соединений с натягом не требуется.

### **Литература**

1. Допуски и посадки. Справочник. В 2-х ч./ В.Д.Мягков, М.А.Палей, А.Б.Романов, В.А.Брагинский. – 6-е изд, перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, 1982. Ч. 1. -543 с.
2. Балацкий Л.Т. Прочность прессовых соединений. – К.: Техніка, 1982. – 151 с.
3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.