

Литвин О.М., Лобанова Л.С., Нефьодова І.В.
ПРО ПОБУДОВУ ПОЛІНОМІВ, ЩО НАЙМЕНШЕ ВІДХИЛЯЮТЬСЯ ВІД НУЛЯ НА
ІНТЕРВАЛІ (-1,1), А НА ЙОГО КІНЦЯХ ПРИЙМАЮТЬ НУЛЬОВІ ЗНАЧЕННЯ

В роботі [1] запропоновано алгоритм побудови поліномів, які приймають нульові значення на кінцях відрізка $[-1,1]$ і найменше відхиляються від нуля на інтервалі $(-1,1)$, згідно з яким отримані парні поліноми з вказаними властивостями. Дана робота є продовженням роботи [1] і присвячена побудові непарних поліномів $P_{2m+2n+1}(x)$ з властивостями $P_{2m+2n+1}^{(s)}(\pm 1) = 0$, $s = \overline{0, m-1}$, які найменше відхиляються від нуля на інтервалі $(-1,1)$, що стало завершенням побудови повної системи поліномів з вказаними властивостями. Побудована система поліномів використовується при наближеному розв'язанні крайових задач, зокрема для звичайних диференціальних рівнянь 2-го порядку. В [2] наведені результати обчислювального експерименту, проведеного авторами, по визначенню оптимального вибору вузлів інтерполяції при розв'язанні крайових задач з використанням побудованої системи поліномів.

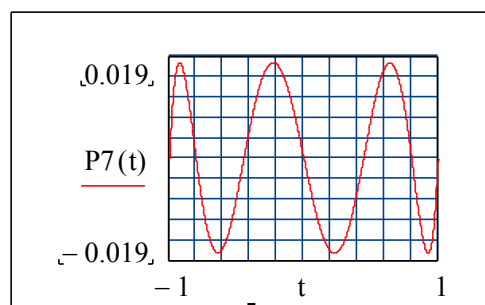
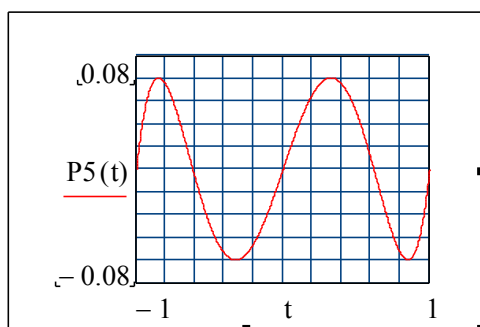
Будемо шукати непарні поліноми у вигляді

$$P_{2m+2n+1}(x) = (x^2 - 1)^m \left(x^{2n+1} + \sum_{k=0}^{n-1} a_{2k+1} x^{2k+1} \right).$$

Будемо вважати, що абсциси точок екстремуму полінома $P_{2m+2n+1}(x)$ розташовані симетрично відносно початку координат, і позначимо їх x_i , $i = \overline{1, 2n+2}$. Для знаходження невідомих коефіцієнтів a_{2k+1} , $k = \overline{0, n-1}$ скористаємося умовами

$P_{2m+2n+1}(x_i) = (-1)^{i-1} \varepsilon$, $i = \overline{1, n+1}$, де $\varepsilon = \max_{-1 < x < 1} |P_{2m+2n+1}(x)|$, які приводять до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів a_{2k+1} , $k = \overline{0, n-1}$ поліному та величини ε , розв'язуючи яку знаходимо їх як функції абсцис точок екстремуму, які потім знаходимо, використовуючи необхідну умову екстремуму. Як приклад, наведемо перші три непарних поліноми $P_3(x) = (x^2 - 1)x$, $P_5(x) = (x^2 - 1)(x^3 - 0,3819660113x)$, $P_7(x) = (x^2 - 1)(x^5 - 0,8411663963x^3 + 0,1273746605x)$.

та їх графічне зображення.



Література:

- Литвин О. М., Лобанова Л. С., Нефьодова І.В. Про побудову поліномів $P_{2n+2m}(x)$ з властивостями $P_{2n+2m}^{(s)} = 0$, $s = \overline{0, m-1}$, які найменше відхиляються від нуля на відрізку $[-1,1]$.- Тезиси докл. междунар. конф. 'Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях'. 17-22 апреля 2011г. С.226-227.
- Литвин О.М., Лобанова Л.С., Нефьодова І.В. Вибір вузлів інтерполяційних поліномів у варіаційному методі розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння 2-го порядку. Матеріали II Всеукраїнської науково-практичної конференції "Інформатика та системні науки (ІСН-2011)".-Полтава, 17-19 березня 2011.- С. 171-174.