Литвин О.М., Лобанова Л.С., Мірошниченко Г.А.

ПРО ЧИСЕЛЬНУ РЕАЛІЗАЦІЮ НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ ЛІНІЙНИХ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Задача управління диференціальними рівняннями та їх системами є однією з важливих задач теорії оптимального управління. Авторами досліджується наближення вектор-функцій однієї змінної в нормі $W_2^1[0,1]$ і його результати використовуються для наближеного розв'язання задачі управління системою лінійних звичайних диференціальних рівнянь.

Нехай рух об'єкта описується системою лінійних диференціальних рівнянь

$$\frac{dx_i}{d\tau}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}x_k+\sum_{l=1}^{r}b_{il}u_l \ \ i=\overline{1,n},$$

де $x=x(t)$ - n вимірний вектор координат стану об'єкта, $u=u(t)$- r вимірний вектор управління.

Потрібно знайти управління $u(t)$ і відповідну йому траєкторію $x(t)$, на яких мінімізується критерій якості управління

$$J(x,u)=\int_0^{\infty}\left(\sum_{i=1}^{n}q_i x_i^{\,2}+\sum_{j=1}^{r}r_j u_j^{\,2}\right)d\tau$$

при граничних умовах $x_i(0)=x_{i,0};\ x_i(\infty)=x_{i,1},\ q_i\geq 0,\ r_j>0;\ i=\overline{1,n};\ j=\overline{1,r}.$

На координати вектора стану об'єкта $x(\tau)$ і вектора управління $u(\tau)$ обмеження не накладаються. Застосуємо метод розв'язання задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь на нескінченному проміжку, запропонованих в [1]. Введемо нову змінну $t=\dfrac{\tau}{1+\tau}$, яка приймає значення на проміжку $[0,1)$.

Будемо апроксимувати фазові координати $\tilde{x}_i(\tau),\ i=\overline{1,n}$ і координати вектора управління $\tilde{u}_j(\tau),\ j=\overline{1,r}$ сплайнами першого порядку.

Нехай

$$\tilde{x}_i(\tau)=\sum_{p=1}^{M_1} C_{i,p} h_p(\tau);\ \tilde{u}_j(\tau)=\sum_{q=1}^{M_2} d_{j,q} h_q(\tau),$$

де

$$h(\tau)=\frac{1}{2}\left(|\tau-1|-2|\tau|+|\tau+1|\right), h_p(\tau)=h\left(M_1\tau-p\right);\ h_q(\tau)=h\left(M_2\tau-q\right).$$

Коефіцієнти $C_{i,p}\left(i=\overline{1,n},\ p=\overline{1,M_1}\right), d_{j,q}\left(j=\overline{1,r},\ q=\overline{1,M_2}\right)$ знайдемо, мінімізуючи функціонал

$$J\left(\tilde{x},\tilde{u}\right)=\gamma_1\int_0^1\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\left(1-t^2\right)\tilde{x}_i'(t)-\sum_{k=1}^{n}a_{ik}\tilde{x}_k(t)+\sum_{l=1}^{r}b_{il}\tilde{u}_l(t)\right)^2\right]dt+$$

$$+\int_0^1\left(\int_0^t\sum_{i=1}^{n}\left[\left(1-\tau^2\right)\tilde{x}_i'(\tau)-\sum_{k=1}^{n}a_{ik}\tilde{x}_k(t)+\sum_{l=1}^{r}b_{il}\tilde{u}_l(t)\right]d\tau\right)dt+\gamma_2\int_0^1\left(\sum_{i=1}^{n}q_i\tilde{x}_i^2+\sum_{j=1}^{r}r_j\tilde{u}_j^2\right)dt,$$

де $\gamma_1>0, \gamma_2>0$ – деякі параметри, $\gamma_1+\gamma_2=1$.

Метод дозволяє використовувати для компонент вектора управління $\tilde{u}_j(\tau),\ j=\overline{1,r}$ також інші сплайни (зокрема кусково-сталі сплайни).