

Курцева Л.Б., Вашук С.А.

### СКЛАДАННЯ РІВНЯНЬ ЕЙЛЕРА-ЛАГРАНЖА ДЛЯ КОЛИВАЛЬНОЇ ЛАНКИ

Теорія лінійних оптимальних систем управління є найбільш розробленим розділом технічної кібернетики. За останні роки ця теорія поповнилася новим змістом і пов'язана з оптимальними системами управління. Не дивлячись на величезну кількість робіт по теорії і практиці оптимальних лінійних і нелінійних систем управління в дисципліні «Моделювання та оптимізація АСУ», крім основних понять, розглядаються методи дослідження лінійних і нелінійних оптимальних систем. В тезисах розглянута динаміка коливальної ланки, яка описується системою рівнянь

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \omega_n^2 u$$

В якості критерію оптимізації вибраний функціонал

$$J = \int_0^T (\dot{x}^2 + x^2) dt$$

Відповідно до методу рішення задачі Ейлера–Лагранжа складений допоміжний функціонал

$$J^* = \int_0^T (\dot{x}^2 + x^2 + \lambda(\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x - \omega_n^2 u)) dt$$

Рівняння Ейлера-Лагранжа для функціонала мають вигляд

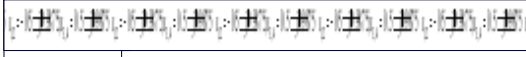
$$\begin{cases} \lambda = -2\dot{x} \\ 2\lambda = -2x \\ \lambda = 0 \end{cases}$$

Тоді характеристичне рівняння Ейлера-Лагранжа

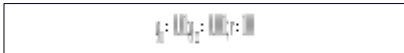
$$\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0$$

Складемо матрицю стану А, матрицю управління В і матрицю виходу С

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_n^2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Для визначення коефіцієнтів оптимального регулятора необхідно підібрати значення коефіцієнтів вагових матриць . За допомогою системи Matlab в командному вікні ведені значення: частоти ; коефіцієнту демпфування  $\zeta=0.05$ ; коефіцієнту посилення  $k=1$  і розраховані корені характеристичного рівняння оптимальної системи .



Таким чином, для оптимізації коливальної ланки в змісті квадратичного критерію якості, необхідно замкнути ланку негативним зворотним зв'язком по початковій координаті і її похідній з коефіцієнтами рівними .