Владимиров Э. А., к. т. н., доц. каф ЭМС

О ПРИМЕНЕНИИ ПРАВИЛА РЫЧАГА ПРИ РАСЧЁТЕ МЕХАНИЗМОВ

Под простейшим рычагом следует понимать твёрдое тело, которое может поворачиваться вокруг неподвижной оси. Степень подвижности рычага W=1.

Условие равновесия рычага может быть записано в форме:

$$\sum_{i=1}^{n} M_o\left(\vec{F_i}\right) = 0$$

, (1)

то есть алгебраическая сумма моментов сил, действующих на рычаг, равна нулю. Момент силы относительно оси рычага равен произведению силы на плечо, равное расстоянию от оси рычага до линии действия соответствующей силы. С правилом рычага связано так называемое «золотое правило механики»: выигрываешь в силе – проигрываешь в расстоянии и наоборот.

Уравнение равновесия рычага (1) может быть использовано для определения силы, уравновешивающей заданную систему сил. Задача усложняется для сложного рычага, состоящего из нескольких связанных между собой подвижно звеньев. Простейшим примером такой системы является,например, кривошипно-ползунный механизм двигателя внутреннего сгорания.

Рассмотрим условие равновесия такой системы, содержащей n подвижных звеньев и имеющей подвижность W=1, то есть при заданном положении одного из подвижных звеньев остальные будут занимать определённые положения. В курсе теоретической механики эта задача решается на основании фундаментального принципа возможных перемещений иначе принципа Лагранжа. Этот принцип справедлив для систем с идеальными связями между элементами рычага (по крайней мере , когда можно пренебречь силами трения в связях). Он может быть сформулирован следующим образом: система сил ,приложенных к рычагу, находится в равновесии, если сумма элементарных работ внешних сил на возможных перемещениях равна нулю.

Для частного случая, когда W=1, а число подвижных звеньев равно n , причём к каждому i-му звену приложена сила F_i , заданная проекциями F_{ix} и F_{iy} , в точке с координатами X_i и Y_i , и момент M_i, принцип Лагранжа может быть представлен в виде:

$$\sum_{i=1}^{n}(F_{ix}\cdot\delta X_i+F_{iy}\cdot\delta Y_i+M_i\delta\varphi_i)=0$$

(2)

δY_i

где и - возможные изменения координат точки приложения силы F_i;

$\delta\varphi_i$

- возможное угловое перемещение i-го звена.

Рассмотрим технику определения силы , уравновешивающую заданную систему сил, по уравнению (2) в курсе теоретической механики. Обычно используется графо-аналитический метод. Сначала вычерчивается схема рычажного механизма или системы тел.Исходя из геометрических соотношений все возможные перемещения выражаются через какое-либо, выбранное из условия целесообразности, После подстановки этих соотношений в уравнение (2) и соответствующих сокращений может быть определена искомая уравновешивающая сила или момент. Обычно в задачах на эту тему схемы механизмов достаточно просты и решение не вызывает особых затруднений. Следует отметить , что этот очень важный материал читается в заключительной части курса и часто недостаточно усваивается студентами. В связи с этим весьма актуальным для студентов-механиков является закрепление этого материала в последующих курсах.

Действительно,этот материал используется в курсе теории механизмов и машин при расчёте рычажного механизма в рамках курсового проекта. Здесь также используется графо- аналитический метод, однако из-за сложности схем механизмов прибегают к несколько иной его интерпретации.

δt

Если слагаемые в уравнении (2) разделить на бесконечно малый промежуток времени ,то в качестве пределов отношения бесконечно малых получим мгновенные скорости элементов системы, а произведения являются мгновенными мощностями приложенных сил. В курсе ТММ эта задача решается построением плана скоростей и рассмотрением его равновесия под действием повёрнутых на 90° внешних сил. Это решение носит название «рычага Жуковского». К сожалению, зачастую при этом не акцентируется внимание студентов на его связи с классической интерпретацией принципа Лагранжа и многие не знают этого.

В связи с этим рассмотрим чисто аналитический метод решения этой задачи. Для этого одну из координат элемента механизма выберем в качестве обобщённой ,например ϕ_1, и все слагаемые в уравнении (2) разделим на $\delta\phi_1$.

Заменяя возможные перемещения действительными, но бесконечно малыми, получим

$$\sum_{i=1}^{n}(F_{ix}\cdot X_i' + F_{iy}\cdot Y_i' + M_i\varphi_i') = 0$$

, (3)

где первые производные от линейных и угловых координат звеньев по обобщённой координате носят название передаточных функций первого порядка (ПФ1).

Назовём произведение силы (или момента) на ПФ1 координат точки приложения (или звена приложения) приведённым к начальному звену соответствующего силового фактора. Тогда принцип Лагранжа для сложного рычага может быть сформулирован так: система сил, приложенных к рычагу, находится в равновесии, если сумма приведённых моментов всех внешних сил равна нулю. И в этом случае уравнение равновесия может быть записано в форме (1), однако моменты имеют уже более глубокий физический смысл.

В настоящее время при изучении курса ТММ на кафедре ЭМС мы используем компьютерные программы для расчёта рычажных механизмов, позволяющие определить ПФ1 любых элементов рычажных механизмов произвольной структуры, что существенно упрощает решение подобных задач.