Нечуйвітер О.П.

ПРО ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЙ ДВОХ ТА ТРЬОХ ЗМІННИХ ПРИ ТЕСТУВАННІ ЯКОСТІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНТЕРЛІНАЦІЇ ТА ІНТЕРФЛЕТАЦІЇ ФУНКЦІЙ

При тестуванні якості обчислювальних алгоритмів [1] перш за все враховують, до якого класу F належать функції. Такої процедури дотримуються і при тестуванні кубатурних формул наближеного обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій двох змінних виду

$$\int_a^b\int_a^b f(x,y)\sin\omega x\sin\omega y dxdy, \quad \int_a^b\int_a^b f(x,y)\cos\omega x\cos\omega y dxdy,$$

в області $D=[a,b]^2$, які побудовані на основі використання теорії інтерлінації функцій [2].

Однак, можна виділити такі функції, на яких незалежно від того до якого класу належить функція, обчислювальний алгоритм, що побудований з використанням операторів інтерлінації (в даному випадку кубатурна формула) буде точним. Така властивість випливає з наступної теореми.

Теорема 1. Якщо функція $f(x,y)=g(x)+h(y)$, $(x,y)\in D$, то $f(x,y)-f(x_1,y)-f(x,y_1)+f(x_1,y_1)=0$, де $(x_1,y_1)\in D$.

Доведення випливає з безпосередньої перевірки:

$$f(x,y)-f(x_1,y)-f(x,y_1)+f(x_1,y_1)=$$

$$=g(x)+h(y)-g(x_1)-h(y)-g(x)-h(y_1)+g(x_1)+h(x_1)=0\,.$$

Аналогічна властивість буде виконуватись для обчислювальних алгоритмів, що використовують в своїй побудові оператори інтерфлетації [2]. Тобто, кубатурні формули наближеного обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій трьох змінних виду

$$\int_a^b\int_a^b\int_a^b f(x,y,z)\sin\omega x\sin\omega y\sin\omega z dxdydz, \quad \int_a^b\int_a^b\int_a^b f(x,y,z)\cos\omega x\cos\omega y\cos\omega z dxdydz,$$

в області $G=[a,b]^3$, які побудовані на основі використання теорії інтерфлетації функцій будуть точними на функціях виду $f(x,y,z)=u(x)+v(y)+w(z)$. Це випливає з наступної теореми.

Теорема 2. Якщо функція $f(x,y,z)=u(x)+v(y)+w(z)$, $(x,y,z)\in G$, то

$$f(x,y,z)-f(x_1,y,z)-f(x,y_1,z)-f(x,y,z_1)+$$
$$f(x_1,y_1,z)+f(x_1,y,z_1)+f(x,y_1,z_1)-f(x_1,y_1,z_1)=0,$$

де $(x_1,y_1,z_1)\in G$.

Доведення теореми також відбувається безпосередньою перевіркою:

$$f(x,y,z)-f(x_1,y,z)-f(x,y_1,z)-f(x,y,z_1)+$$
$$f(x_1,y_1,z)+f(x_1,y,z_1)+f(x,y_1,z_1)-f(x_1,y_1,z_1)=$$

$$=u(x)+v(y)+w(z)-u(x_1)-v(y)-w(z)-u(x)-v(y_1)-w(z)-u(x)-v(y)-w(z_1)+$$

$$+u(x_1)+v(y_1)+w(z)+u(x_1)+v(y)+w(z_1)+u(x)+v(y_1)+w(z_1)-u(x\ )-v(y_1)-w(z_1)=0.$$

Література:

1. Задирака В.К., Мельникова С.С. Цифровая обработка сигналов -Киев. Наукова Думка. - 1993. -294 с.

Литвин О.М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування. -Харків.: Основа, 2002. -544 с.