

Литвин О.М., Лобанова Л.С., Залужна Г.В.

ПРО ДОСЛІДЖЕННЯ ІНТЕРЛІНАЦІЙНИМ МСЕ ВПЛИВУ ТОЧКОВИХ ДЖЕРЕЛ НА РОЗПОДІЛ ТЕПЛА В ПЛАСТИНІ

Застосуванню інтерлінаційного методу скінченних елементів, побудованого на основі використання сплайн-інтерлінації, до дослідження розподілу тепла в пластині автори присвятили ряд робіт [1-3]. В даній роботі вперше застосовується інтерлінаційний МСЕ у випадку, коли в окремих точках $(x_k, y_k), k = \overline{1, p}$ пластини відбувається генерація тепла із заданою інтенсивністю.

Розглядається наступна задача

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u(x, y) + f(x, y, t), (x, y) \in G, t > 0$$

$$u(x, y, 0) = \varphi(x, y), (x, y) \in G,$$

$$u(x, y, t) = 0, (x, y) \in \partial G,$$

$$\partial G = \{(x, y) : x = 0, x = 1, 0 \leq y \leq 1; y = 0, y = 1, 0 \leq x \leq 1\}.$$

Сумарний ефект при наявності p точкових джерел тепла враховується функцією

$$f(x, y) = \sum_{k=1}^p q_k \delta(x - x_k) \delta(y - y_k),$$

де $\delta(t)$ – дельта-функція Дірака, що має властивості

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_k) dt = f(t_k), \delta(t) = 0, t \neq 0.$$

Згідно з ІМСЕ, наближений розв'язок задачі шукаємо у вигляді

$$u(x, y, t) = \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{N^2-1} C_{kN,j}(t) h(Nx - k) h(N^2 y - j) + \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{N^2-1} C_{i,lN}(t) h(N^2 x - i) h(Ny - l) - \\ - \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{l=1}^{N-1} C_{kN,lN}(t) h(Nx - k) h(Ny - l),$$

де $h(z) = \frac{1}{2} (|z-1| - 2|z| + |z+1|)$, $C_{s,r}(t)$ – шукані функції, для визначення яких використовуємо мінімізацію відповідного функціоналу енергії або метод Гальоркіна. В обох випадках отримуємо систему звичайних диференціальних рівнянь відносно невідомих функцій $C_{s,r}(t)$.

Література:

1. Литвин О.М., Лобанова Л.С. Деякі аспекти чисельної реалізації інтерлінаційних

схем МСЕ розв'язання нестационарних задач теплопровідності //Матеріали XIV Всеукр. Конф. ' Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики'. Львів, 2008.-С.91.

2. Литвин О.М., Лобанова Л.С ., Залужна Г.В. Розв'язання нестационарної задачі теплопровідності для пластини інтерлінаційним методом скінченних елементів// Праці міжнародного симпозіуму ' Питання оптимізації обчислень'. Київ,2009.-С.14-19.

Литвин О.М., Хіміч О.М., Яковлев М.Ф.,Лобанова Л.С., Залужна Г.В. Про один підхід до розв'язання задачі нестационарної теплопровідності з двома просторовими змінними за допомогою кластера// Матеріали Всеукр. Наук.-практ. Конф. ' Інформатика та системні науки'. Полтава,2010.-С.114-117.